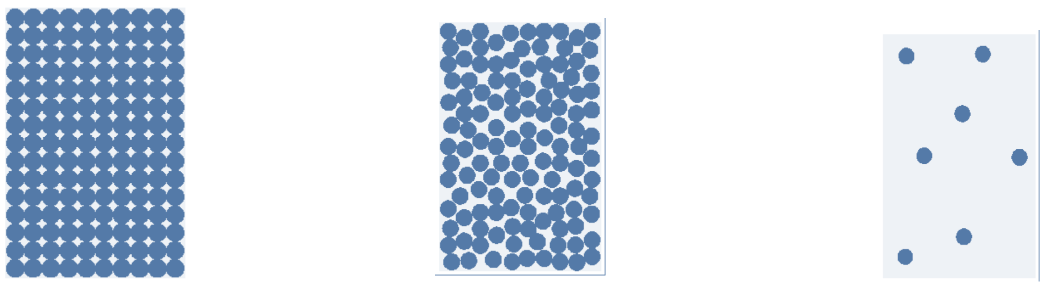
Chapitre 2: La Mécanique des Fluides

I- INTRODUCTION

1- Etat de la matière

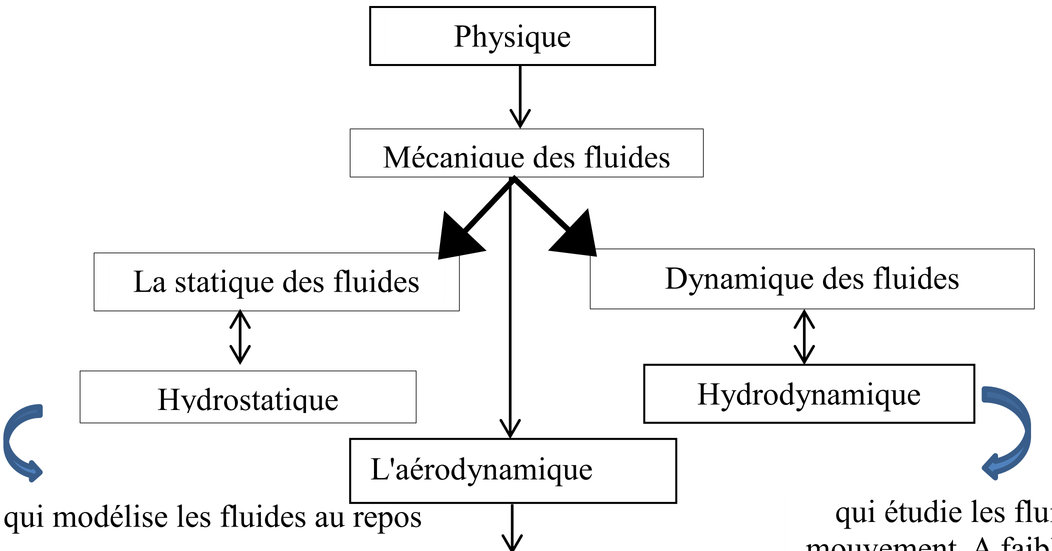
La matière peut exister en général sous 3 états différents : solide, liquide et vapeur (ou gaz). L'état sous lequel se trouve la matière dépend de 2 paramètres : la température et la pression Quand la matière passe d'un état à un autre on dit tout simplement qu'il y a changement d'état. La matière est constituée de petites particules (atomes ou molécules selon la matière) : par exemple l'eau est constituée de molécules d'eau; le fer, lui est constitué d'atomes de fer.



Solide:	Liquide:	Gaz:
Particules	Particules	Particules
ordonnées	ordre local	désordonnées
condensées	condensées	espacées
liées	peu liées	non liées

2- Mécanique des fluides :

La mécanique des fluides est partie des sciences physiques qui étudie le comportement des fluides au repos ou en mouvement comme le montre le diagramme ci-dessous.



En aérodynamique on fait l'étude du comportement des gaz lorsque les changements de vitesse et de pression sont trop importants.

II. QUELQUES DEFINITIONS :

1- Fluide On appelle fluide un corps susceptible de s'écouler facilement. Un fluide doit donc être déformable ; c'est-à-dire qu'il n'a pas de forme propre. L'état fluide englobe donc principalement deux états physiques :

- l'état gazeux
- l'état liquide

a- Fluide parfait

C'est un fluide dans lequel ne s'exerce aucune force de frottement. Pas de phénomène de viscosité.

b- Fluide réel : Le glissement des molécules les unes sur les autres entraine des forces de frottement dues au phénomène de Viscosité , l'écoulement se fait avec un dégagement de chaleur.

c- Fluide incompressible : Fluide dont le volume ne dépend pas (ou très peu) de la pression. Les lois sur les fluides incompressibles ne seront donc pas valables pour les gaz.

III- PROPRIETES PHYSIQUES DES FLUIDES :

III-1 Les densités

La Densité d'un fluide est la quantité de matière contenue dans une unité de volume de cette substance . Elle peut être exprimée de différentes manières :

a- Densité de masse ou '' *Masse Volumique* '' :

$\boxed{\rho = \frac{M}{V}}$ *Unités* : kg/m^3 *Dimensions* : ML^{-3}

Valeurs Particulières :

- Eau : $\rho_w = 1000\ kg/m^3$
- Mercure : $\rho_{Hg} = 13546\ kg/m^3$

b- Poids Spécifique :

$\boxed{\gamma = \frac{W}{V} = \frac{Mg}{V} \Rightarrow \gamma = \rho g}$ *Unités* : N/m^3 *Dimensions* : $ML^{-2}T^{-2}$

Valeurs Particulières :

- Eau : $\gamma_w = 9814\ N/m^3$
- Mercure : $\gamma_{Hg} = 132943\ N/m^3$
-

c- Densité Relative :

Elle représente la masse spécifique d'une substance exprimée par rapport à celle d'une substance de référence : L'eau :

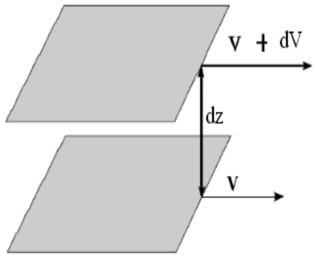
$$\boxed{D = \frac{\rho}{\rho_\omega}}$$ <u>*Unité*</u> : Adimensionnel (sans unité)

<u>*Valeurs Particulières*</u> :

- Eau : $D_w = 1$
- Mercure : $D_{Hg} = 13{,}6$

<u>III-2 Viscosité</u>

a- Viscosité dynamique



Deux couches de fluide circulent parallèlement à des vitesses différentes. La force de frottement que chacune exerce l'une sur l'autre est :

$$F = \eta . S . \frac{\Delta v}{\Delta z}$$

S : est la surface commune aux deux lames (m²)

Le facteur de proportionnalité η est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

Dimension : $[\eta] = M.L^{-1}.T^{-1}$.

Unité : Dans le <u>système international (SI)</u>, l'unité de viscosité dynamique est **le Pascal seconde** (Pa·s) ou **Poiseuille** (Pl) : 1 Pa·s = 1 Pl = 1 kg/m·s

b- Viscosité cinématique

Dans de nombreuses formules apparaît le rapport de la viscosité dynamique η et de la masse volumique ρ. Ce rapport est appelé **viscosité cinématique ν** : $\boxed{\nu = \frac{\eta}{\rho}}$

Dimension : $[\nu] = L^2.T^{-1}$.

Unité : Dans le <u>système international (SI)</u>, l'unité de viscosité n'a pas de nom particulier : (m^2/s). Ou Stokes (St) : 1 $m^2/s = 10^4$ St.

c- Ordre de grandeur ; influence de la température

Fluide et Température °C	η (Pa·s)
eau (0 °C)	$1{,}787\cdot10^{-3}$
eau (20 °C)	$1{,}002\cdot10^{-3}$
eau (100 °C)	$0{,}2818\cdot10^{-3}$
huile d'olive (20 °C)	$\approx 100\cdot10^{-3}$
glycérol (20 °C)	$\approx 1000\cdot10^{-3}$
H_2 (20 °C)	$0{,}86\cdot10^{-5}$
O_2(20 °C)	$1{,}95\cdot10^{-5}$
Sang complet (20°C)	$3{,}015\cdot10^{-3}$
Sang complet (37°C)	$2{,}084\cdot10^{-3}$
Plasma sanguin (20°C)	$1.810\cdot10^{-3}$
Plasma sanguin (37°C)	$1.257\cdot10^{-3}$

La viscosité des liquides diminue beaucoup lorsque la température augmente.

Contrairement, *la viscosité des gaz augmente avec la température*.

IV- STATIQUE DES FLUIDES ou HYDROSTATIQUE

IV-1 Pression d'un fluide :

La pression est définie comme la force exercée par un fluide par unité de surface :

$\boxed{P = \frac{F}{S}}$ *Unité* : N/m^2 ou $kg.m^{-1}.s^{-2}$ *Dimension* : $ML^{-1}T^{-2}$

Remarque : La pression peut aussi s'exprimer en :

- Pascal (Pa) : 1 Pa = 1 N/m^2
- Bar (Bar) : 1 Bar = 10^5 N/m^2

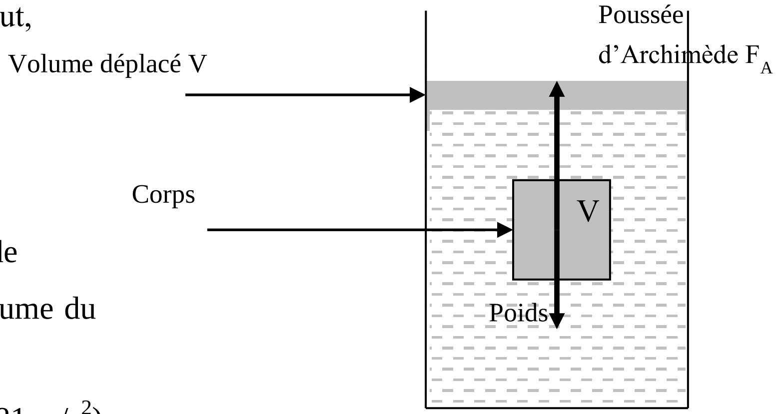
a- Unité de pression:

Elles sont nombreuses ; nous avons regroupé les principales dans le tableau suivant ainsi que leur coefficient de conversion.

Unité de pression	Pascal	bar	Kg/cm^2	atmosphère	mmHg
Pascal	1	10^{-5}	$1{,}02\text{x}10^{-5}$	$0{,}987\text{x}10^{-5}$	$0{,}75\text{x}10^{-2}$
bar	10^5	1	1,02	0,987	750
Kg/cm^2	$0{,}980\text{x}10^5$	0,980	1	0,968	735
atmosphère	$1{,}013\text{x}10^5$	1,013	1,033	1	760
mmHg	133,3	$0{,}133\text{x}10^{-2}$	$1{,}36\text{x}10^{-3}$	$1{,}315\text{x}10^{-3}$	1

IV-2 Principe d'Archimède

Théorème Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une poussée verticale dirigée du bas vers le haut, égale au poids du volume de fluide déplacé.



la poussée est : $F_A = \rho_f.V.g$

Où ρ_f est la masse volumique du fluide

V volume de fluide déplacé= volume du corps

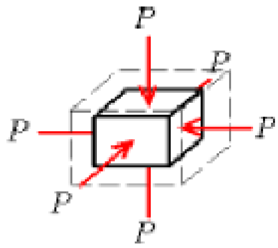
g accélération de la pesanteur (9.81 m/s^2)

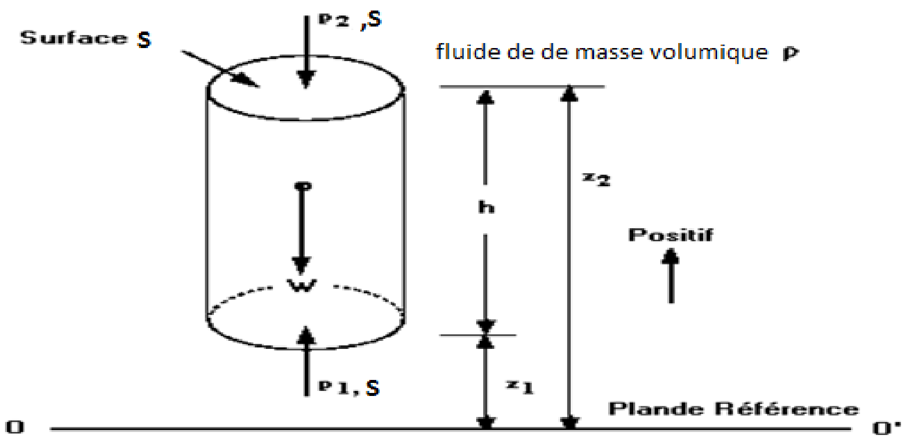
et le poids apparent est égal

Poids apparent = Poids réel - Poussée d'Archimède

IV-3 Equation Fondamentale de l'Hydrostatique LOI DE PASCAL

a- **Loi de Pascal** : *La pression d'un fluide en un point est la même dans toutes les directions.*





Soit un élément de fluide de masse volumique ρ représentant une colonne verticale de section transversale constante S. Considérons 2 sections situées à des distances Z_1 et Z_2 par rapport à un plan de référence OO'. Soient P_1 et P_2 les pressions dans ces 2 sections.

- Exprimons la variation de pression $P_1 - P_2$:

Le fluide étant en équilibre, la somme des forces dans la direction verticale est donc égale à Zéro :

- Force due à P_1 : $F_1 = P_1.S$

- Force due à P_2 : $F_2 = P_2 . S$
- Force due au poids de la colonne du liquide : $W = mg = \rho g V = \rho g S(Z_2 - Z_1)$

  avec V = Volume de l'élément considéré = ρg.S.(Z_2-Z_1)

Si l'on considère le sens positif vers le haut , la condition d'équilibre s'écrit donc :

$$F_1 - F_2 - W = 0 \Rightarrow P_1 S - P_2 S - \rho g S(Z_2 - Z_1) = 0$$

et donc : $\boxed{P_1 - P_2 = \rho g (Z_2 - Z_1)}$

b- Loi de la statique des fluides.

$$P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1) \Rightarrow P_1 + \rho g Z_1 = P_2 + \rho g Z_2 \Rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2$$

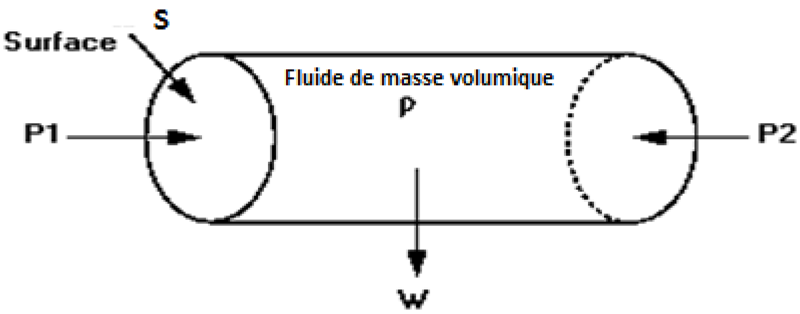
et donc : $\boxed{Z + \frac{P}{\rho g} = C^{ste}}$: Loi de la statique des fluides.

En posant Z_2-Z_1 = h et $P_2 = P_0$, avec P_0 est la pression atmosphérique On aura :

$$\boxed{P_1 = P_0 + \rho g h}$$

La pression augmente donc linéairement en fonction de la profondeur

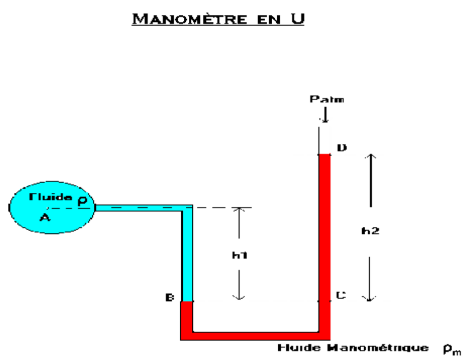
c- Egalité des pressions sur un même plan horizontal :



Si l'on considère la direction horizontale, on aura :

$P_1 S - P_2 S + 0 = 0 \Rightarrow P_1 = P_2$ (car la c*omposante du poids W selon l'horizontale est nulle)*

Sur un même plan horizontal , toutes les pressions sont égales (Pressions Isobares)



IV-4 Dispositifs de mesure de la pression :

Le dispositif utilisé dépend de l'importance des pressions à mesurer . Il existe 2 types de dispositifs de mesure des pressions :

Les tubes manométriques : Utilisés pour la mesure de pressions relativement faibles (aux laboratoires).

Les manomètres mécaniques : Utilisés pour la mesure de pressions relativement plus élevées (1 à 2 Kg/cm2)

On a : $P_B = P_C$

- Partie Gauche : $P_B = P_A + \rho g h_1$
- Partie Droite : $P_C = P_D + \rho_m g h_2 = P_{atm} + \rho_m g h_2$

V- DYNAMIQUE DES FLUIDES ou HYDRODYNAMIQUE

V-1 DEFINITIONS

1- Débit

Le débit est la quantité de fluide qui traverse une section droite de la conduite par la durée de cet écoulement.

2- Débit-masse

Si Δm est la masse de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt, par définition le débit-masse est :

$$\boxed{q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}}$$

Unité *: kg.s^{-1}*

3- Débit-volume

Si ΔV est le volume de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt, par définition le débit-volume est :

Unité *: m^3.s^{-1}.*

$$\boxed{q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

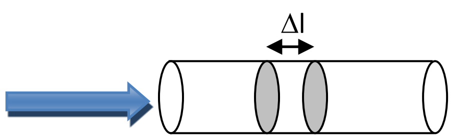
4- Relation entre q_m et q_V

La masse volumique ρ est donnée par la relation : $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$ *d'où :* $\boxed{q_m = \rho . q_V}$

V-2 ÉQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE OU EQUATION DE CONTINUITE

1. Expression du débit en fonction de la vitesse v

Le débit-volume est $\boxed{q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t}}$ Avec $\boxed{\Delta V = S \Delta l}$



Alors $\boxed{q_v = \frac{S\Delta l}{\Delta t} = Sv}$

2. Vitesse moyenne

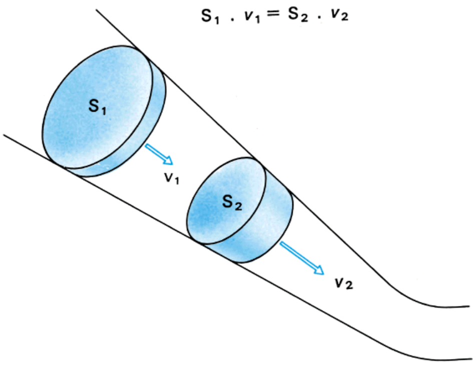
En général la vitesse v n'est pas constante sur la section S d'un tube de courant ; on dit qu'il

existe un **profil de vitesse** (à cause des forces de frottement).

Dans une section droite S de la canalisation, on appelle **vitesse moyenne v_m** la vitesse telle que : $\boxed{v_{moy} = \frac{q_V}{S}}$ et $\boxed{V_{moy} = \frac{V_{max}}{2}}$

3. Conservation du débit

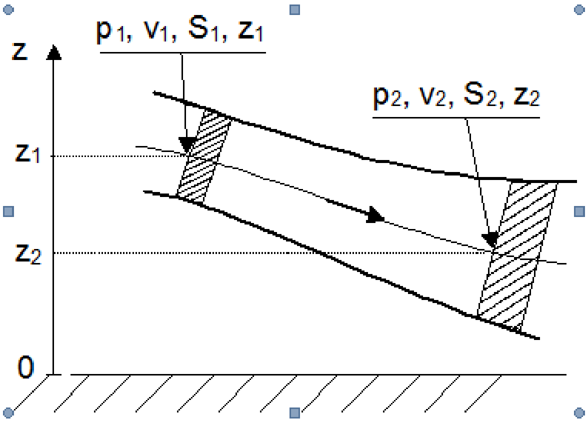
Le débit-volume est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.



Alors $\boxed{q_V = v_{1moy}.S_1 = v_{2moy}.S_2 = ... = Cte}$ C'est **l'équation de continuité** $\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$ La vitesse moyenne est d'autant plus grande que la section est faible.

<u>V-3 THEOREME DE BERNOULLI POUR UNECOULEMENT PERMANENT D'UN FLUIDE PARFAIT INCOMPRESSIBLE</u>

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g(z_2 - z_1) + \left(p_2 - p_1\right) = 0}$$



En général : $\boxed{\rho\frac{v^2}{2} + \rho gz + p = Cte}$

p est la pression statique, $\rho g z$ est la pression de pesanteur, $\rho \frac{v^2}{2}$ est la pression cinétique.

En divisant tous les termes de la relation précédente par le produit ρg, on écrit tous les termes dans la dimension d'une hauteur (pressions exprimées en mètres de colonne de fluide).

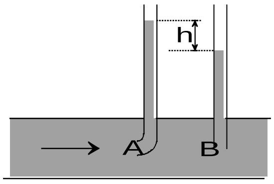
$$\boxed{\frac{v^2}{2g} + z + \frac{P}{\rho g} = H = Cte}$$

H est la Hauteur totale, $\frac{P}{\rho g}$ est la Hauteur de Pression, z est la cote, $\frac{v^2}{2g}$ est la Hauteur cinétique.

V-4 APPLICATION DU THEOREME DE BERNOULLI :

a- Tube de Pitot

On considère un liquide en écoulement permanent dans une canalisation et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B est le long des lignes de courant, les deux extrémités étant à la même hauteur. Au point B, le liquide a la même vitesse v que dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide $P_B = P$.



En A, point d'arrêt, la vitesse est nulle et la pression est P_A.

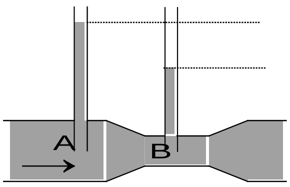
D'après le théorème de Bernoulli,

$$p_B + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_A \quad \text{soit} \quad \frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g h$$

En mesurant la dénivellation h du liquide dans les deux tubes, on peut en déduire la vitesse v d'écoulement du fluide.

b- Tube de Venturi

Une conduite de section principale S_A subit un étranglement en B où sa section est SB. La vitesse d'un fluide augmente dans l'étranglement, donc sa pression y diminue : $V_B > V_A \Rightarrow P_B < P_A$



Le théorème de Bernoulli s'écrit ici :

$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = p_C + \frac{1}{2}\rho v_C^2$$

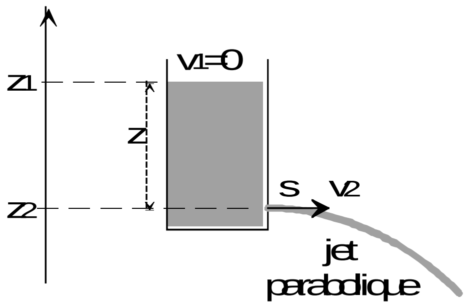
D'après l'équation de continuité, $v_B S_B = v_A S_A = q_v$ et $v_B > v_A$ donc $p_A > p_B$

$$p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho\,(\frac{1}{S_B^2} - \frac{1}{S_A^2})\,q^2 = k\,q^2$$

La différence de pression aux bornes aux extrémités du tube de Venturi est proportionnelle au carré du débit ; application à la mesure des débits (organes déprimogènes). On peut citer aussi la trompe à eau, le pulvérisateur...

c- Écoulement d'un liquide contenu dans un réservoir - Théorème de Torricelli

Considérons un réservoir muni d'un petit orifice à sa base, de section s et une ligne de courant partant de la surface au point (1) et arrivant à l'orifice au point (2). En appliquant le théorème de Bernoulli entre les points (1) et (2),



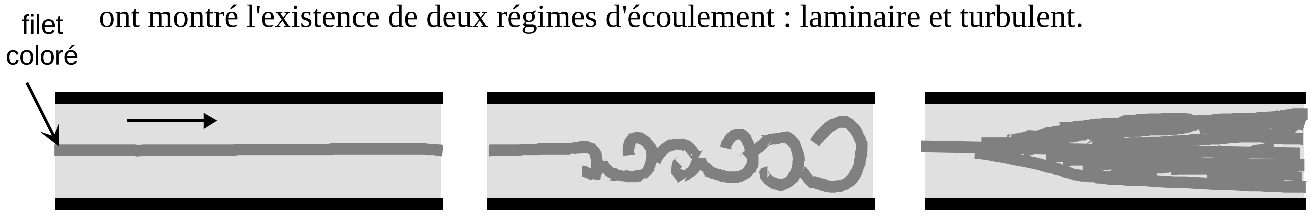
$$\rho\frac{v_1^2}{2} + \rho g z_1 + p_1 = \rho\frac{v_2^2}{2} + \rho g z_2 + p_2$$

Or $P_1 = P_2 =$ pression atmosphérique.Et $V_1 << V_2$ d'où

$v_2 = \sqrt{2gz}$ La vitesse d'écoulement est la même que la vitesse de chute libre entre la surface libre et l'orifice, quelle que soit la masse volumique du liquide.

V-5 LES DIFFERENTS REGIMES D'ECOULEMENT : NOMBRE DE REYNOLDS

Les expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : laminaire et turbulent.



écoulement laminaire — écoulement turbulent vue instantanée — écoulement turbulent vue en pose

Reynolds a montr que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds et donné par

$$\boxed{Re = \frac{\rho v D}{\eta}} \quad \text{ou} \quad \boxed{Re = \frac{vD}{\nu}}$$

Avec : ρ est masse volumique du fluide, v est vitesse moyenne, D est diamètre de la conduite η est viscosité dynamique du fluide et ν est viscosité cinématique $\nu = \frac{\eta}{\rho}$

L'expérience montre que :

si Re < 2000 le régime est LAMINAIRE

si 2000 < Re < 3000 le régime est intermédiaire

si Re > 3000 le régime est TURBULENT

V-6 PERTES DE CHARGE

Un fluide réel, en mouvement, subit des pertes d'énergie dues aux frottements sur les parois de la canalisation (pertes de charge systématiques) ou sur les "accidents" de parcours (pertes de charge singulières).

a- Pertes systématiques

Entre deux points séparés par une longueur L, dans un tuyau de diamètre D apparaît une perte de pression Δp. exprimée sous la forme suivante :

$$\boxed{\Delta p = \lambda \frac{\rho v^2}{2} \frac{L}{D}} \qquad \boxed{\Delta h = \lambda \frac{v^2}{2g} \frac{L}{D}}$$

Différence de pression (Pa). Perte de charge exprimée en mètres de colonne de fluide (mCF)

λ est un coefficient sans dimension appelé coefficient de perte de charge linéaire.

Le calcul des pertes de charge repose entièrement sur la détermination de ce coefficient □.

b- Cas de l'écoulement laminaire : Re < 2000

Dans ce cas on peut montrer que le coefficient λ est uniquement fonction du nombre de Reynolds Re :

$$\boxed{\lambda = \frac{64}{Re}} \quad \text{avec} \quad \boxed{Re = \frac{vD}{\nu}}$$

c- Pertes accidentelles

Les expériences montrent, dans beaucoup de cas, que les pertes de charge sont proportionnelles au carré de la vitesse:

$$\boxed{\Delta p = K \frac{\rho v^2}{2}} \qquad \boxed{\Delta h = K \frac{v^2}{2g}}$$

Différence de pression (Pa). Perte de charge exprimée en mètres de colonne de fluide (mCF)

K est appelé coefficient de perte de charge singulière (sans dimension).

La détermination de ce coefficient est principalement du domaine de l'expérience.

V-7 THEOREME DE BERNOULLI APPLIQUE A UN FLUIDE REEL AVEC PERTES DE CHARGE

Lors d'un écoulement d'un fluide réel il peut y avoir des pertes de charge entre les points (1) et (2) : dans le cas d'une installation ne comportant pas de machine hydraulique (pompe ou turbine) on écrira la relation de Bernoulli sous la forme :

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g(z_2 - z_1) + \left(p_2 - p_1\right) = -\Delta p}$$

Δp représente l'ensemble des pertes de charge entre (1) et (2) exprimées en Pa.

a- Théorème de Bernoulli généralisé

Lors d'un écoulement d'un fluide réel entre les points (1) et (2) il peut y avoir des échanges d'énergie entre ce fluide et le milieu extérieur :

- ✓ Par travail à travers une machine, pompe ou turbine ; la puissance échangée étant P (voir Théorème de Bernoulli)
- ✓ Par pertes de charge dues aux frottements du fluide sur les parois ou les accidents de parcours ; la différence de pression étant Δp.

Le théorème de Bernoulli s'écrit alors sous la forme générale :

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) + \rho g(z_2 - z_1) + \left(p_2 - p_1\right) = \frac{\sum P}{q_v} - \Delta p}$$

avec : ΣP: somme des puissances échangées entre le fluide et le milieu extérieur, à travers une machine, entre (1) et (2) :

$P > 0$ si le fluide reçoit de l'énergie de la machine (pompe),

$P < 0$ si le fluide fournit de l'énergie à la machine (turbine),

$P = 0$ s'il n'y a pas de machine entre (1) et (2).

Δp : somme des pertes de charge entre (1) et (2) :