



Barème

**Exercice : 1**

6pt

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^2$  par :  $f(x, y) = xe^{x-y}$

- 3            ❶ Vérifier que  $f$  est différentiable sur  $\mathbb{R}^2$ , puis donner sa différentielle en point  $(1, -1)$ .
- 2            ❷ Déduire le développement limité de  $f$  à l'ordre 1 au point  $(1, -1)$ .
- 1            ❸ Calculer une valeur approchée de  $f(1.1, -0.9)$ .

Barème

**Exercice : 2**

8pt

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^2$  par :  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2(y+1)}{x^2+(y+1)^2} & : (x, y) \neq (0, -1) \\ 0 & : (x, y) = (0, -1) \end{cases}$

- 2            ❶ Montrer que  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}^2$ .
- 4            ❷ Étudier la dérivabilité de  $f$  sur  $\mathbb{R}^2$ , puis calculer  $\nabla f(x, y)$  pour tout  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .
- 1.5        ❸ Montrer que  $f$  n'est pas différentiable en point  $(0, -1)$ .
- 0.5        ❹  $f$  est-elle de classe  $C^1$  en point  $(0, -1)$ ?

Barème

**Exercice : 3**

6pt

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^2$  par :  $f(x, y) = x^2 - \cos(y)$ .

- 3            ❶ Trouver les points critiques de  $f$ .
- 2            ❷ Établir leur nature (extremum local, point selle ...).
- 1            ❸  $f$  admet-elle des extremums globaux.

Indication : Pour  $\alpha \in \mathbb{R}$ , on a :  $\sin(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = k\pi$ , où  $k \in \mathbb{Z}$ .