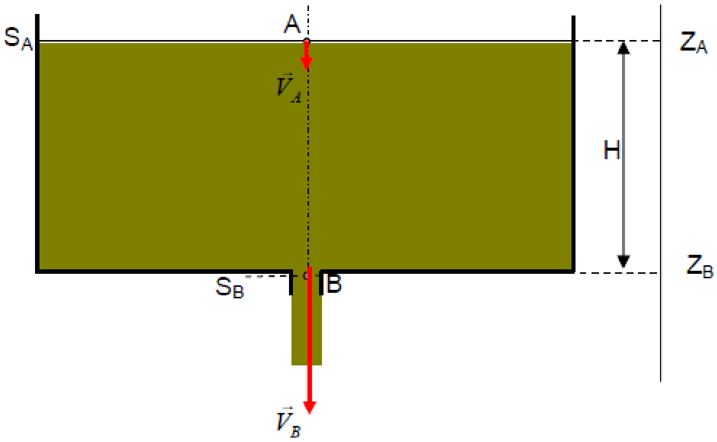
Serie 01

Exercice 01



Le réservoir cylindrique représenté ci-dessus, ouvert à l'air libre, a une section S_A de diamètre D_A = 2 m. Il est muni, à sa base, d'un orifice de vidage de section S_B et de diamètre D_B = 14 mm. Le réservoir est plein jusqu'à une hauteur $H=(Z_A - Z_B)$= 2,5 m de fioul, liquide considéré comme fluide parfait, de masse volumique ρ= 817 kg/m^3.

On note $\alpha=(S_B/S_A)$

Calculer V_B en considérant l'hypothèse que $\alpha \ll 1$.

Déterminer le débit volumique Q_V du fluide qui s'écoule à travers l'orifice.

Quelle serait la durée T du vidage si ce débit restait constant ?

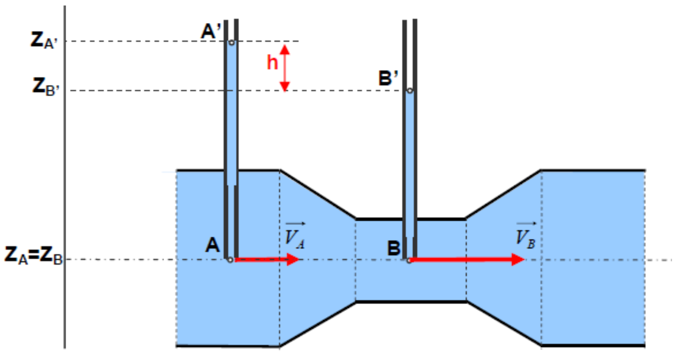
Ecrire l'équation de continuité. En déduire V_A en fonction de V_B et α.

Exercice 02 :

Une conduite de section principale S_A et de diamètre d subit un étranglement en B où sa section est S_B. On désigne par $\alpha=S_A/S_B$ le rapport des sections.

Un fluide parfait incompressible de masse volumique ρ , s'écoule à l'intérieur de cette conduite.

Deux tubes plongent dans la conduite ayant des extrémités respectivement A et B. Par lecture directe de la dénivellation h, les deux tubes permettent de mesurer le débit volumique q_v qui traverse la conduite.

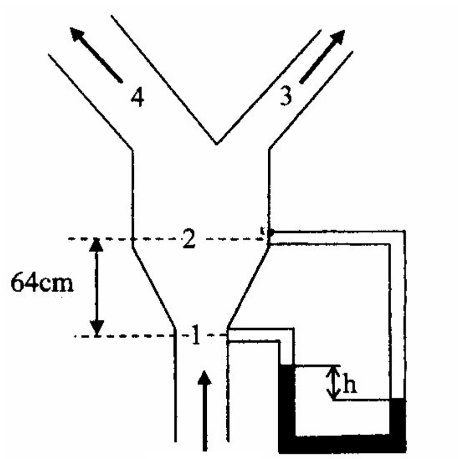


1) En déduire l'expression de la vitesse d'écoulement VA en fonction de g, h,etα .
2) Donner l'expression du débit volumique q_v en fonction de d, g, h, et α .
Faire une application numérique pour : d=50 mm, g= 9,81 m/s2, α = 2, h=10 mm.

Exercice : 03

De l'eau s'écoule a travers la conduite verticale representée dans la figure . Le debit d'écoulement est de 314.16 l/s . On considere que l'eau est un fluide parfait.

a- Trouver la difference de pression $p_2 - p_1$
b- Si on utilise un manometre differentiel a mercure pour mesurer $p_2 - p_1$ que sera la valeur de h .
c- La conduit de diametre D_2 se ramifie en deux conduite de diamètres D_3 et D_4 . Sachant que les debits a travers ces deux conduite Q_3 et Q_4 sont egaux et que D_3=10cm, calculer D_4 et V_3
On donne : D_1=20cm, D_2=40cm V_4=15m/s et $d_{mercure}$=1.6



Figure

Partie 2

1) Equation de continuité $\boxed{S_A.V_A = S_B.V_B}$ ⇨ $\boxed{V_A = \alpha.V_B}$

2) Equation de Bernoulli : $\frac{V_B^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_B - P_A}{\rho} + g(Z_B - Z_A) = 0$

or P_A=P_B=P_{atm}, (Z_B-Z_A)=H, V_A=αV_B donc $\boxed{V_B = \sqrt{\frac{2.g.H}{1-\alpha^2}}}$

3) $\boxed{\alpha = \frac{S_B}{S_A} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2}$ A.N $\boxed{\alpha = \left(\frac{14.10^{-3}}{2}\right)^2 = 4{,}9.10^{-5}}$

L'hypothèse de considérer un niveau quasi-contant est vraie car α<<1 donc V_A≈0

4) $\boxed{V_B = \sqrt{2.g.H}}$ A.N $\boxed{V_B = \sqrt{2.9{,}8.2{,}5} = 7\ m/s}$

5) $\boxed{Q_v = S_B.V_B = \frac{\pi.D_B^2}{4}.V_B}$ A.N $\boxed{Q_v = \frac{\pi.(14.10^{-3})^2}{4}.7 = 1.10^{-3}\ m^3/s = 1\ L/s}$

6) $\boxed{T = \frac{V}{Q_v} = \frac{\pi D_A^2.H}{4.Q_v}}$ A.N $\boxed{Q_v = \frac{\pi.2^2}{4.10^3}.2{,}5 = 7854\,s = 130\ mn = 2\ h\ 10\ mn}$

1) Equation de continuité : $V_A.S_A = V_B.S_B$ d'où $V_B = V_A.\frac{S_A}{S_B}$ donc $\boxed{V_B = V_A.\alpha}$

2) $P_A + \rho.g.Z_A + \frac{1}{2}\rho.V_A^2 = P_B + \rho.g.Z_B + \frac{1}{2}\rho.V_B^2$

Or Z_A=Z_B Donc $P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho.(\alpha.V_A)^2 - \frac{1}{2}\rho.V_A^2$

ou encore,

$\boxed{P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho.V_A^2.(\alpha^2 - 1)}$ (1)

3) Relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points A et A' :

$\boxed{P_A - P_{A'} = \rho.g.(Z_{A'} - Z_A)}$ (2)

4) Relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points B et B' :

$\boxed{P_B - P_{B'} = \rho.g.(Z_{B'} - Z_B)}$ **(3)**

5) On sait que $P_{A'} = P_{B'} = P_{atm}$ et Z_A=Z_B

Donc

$P_A - P_B = (P_A - P_{A'}) - (P_B - P_{B'}) = \rho.g.[(Z_{A'} - Z_A) - (Z_{B'} - Z_B)] = \rho.g.(Z_{A'} - Z_{B'}) = \rho.g.h$

D'après la relation (1)

$\rho.g.h = \frac{1}{2}\rho.V_A^2(\alpha^2 - 1)$ Donc $\boxed{V_A = \sqrt{\frac{2.g.h}{(\alpha^2 - 1)}}}$

6) On sait que $q_v = S_A.V_A$ ou encore, $\boxed{q_v = \frac{\pi.d^2}{4}.\sqrt{\frac{2.g.h}{(\alpha^2 - 1)}}}$ A.N.: $\boxed{q_v\text{= 0,5 l/s}}$.

a- Trouver la différence de pression $p_2 - p_1$:

En appliquant l'équation de Bernoulli entre 1 et 2 et en considérant que l'eau est un fluide parfait on trouve :

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2$$

$$\boxed{p_2-p_1=\rho\frac{V_1^2-V_2^2}{2}+\rho g(z_1-z_2)} \qquad (1) \qquad 0.5$$

De l'équation de continuité :

$$Q=V_1A_1=V_2A_2 \Rightarrow V_1\frac{\pi D_1^2}{4}=V_2\frac{\pi D_2^2}{4} \qquad 0.5$$

$$V_2=V_1\frac{D_1^2}{D_2^2} \qquad (2) \qquad 0.5$$

(2) dans (1) donne :

$$\boxed{p_2-p_1=\frac{\rho}{2}V_1^2\left(1-\frac{D_1^4}{D_2^4}\right)+\rho g(z_1-z_2)} \qquad (3)$$

$$V_1=\frac{Q}{A_1}=\frac{4Q}{\pi D_1^2}$$

$$V_1=\frac{4\times 314.16\times 10^{-3}}{\pi\times 0.2^2}=10m/s \qquad 0.5$$

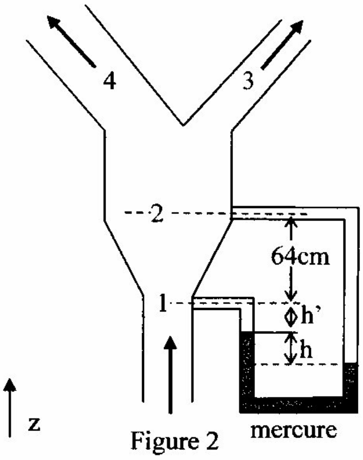


Figure 2

AN

$$p_2-p_1=\frac{1000}{2}(10)^2\left(1-\frac{0.2^4}{0.4^4}\right)-1000\times 9.81\times 0.64$$

$$\boxed{p_2-p_1=40596.6Pa} \qquad 0.5$$

b- Calculer la dénivellation h :

Dans le manomètre différentiel on a :

$$p_1+\rho gh'+\rho_m gh=p_2+\rho g((z_2-z_1)+h'+h) \qquad 0.5$$

Donc

$$p_2-p_1=(\rho_m-\rho)gh-\rho g(z_2-z_1) \qquad 0.5$$

$$\text{Et } h=\frac{(p_2-p_1)+\rho g(z_2-z_1)}{g(\rho_m-\rho)} \qquad 0.5$$

$$\text{AN } h=\frac{40596.6+1000\times 9.81\times 0.64}{9.81\times(13600-1000)}$$

$$\boxed{h=0.3792m=37.92cm} \qquad 0.5$$

c- Calculer D_4 et V_3 :

On a la somme des débits entrants égale à la somme des débits sortants donc $Q=Q_3+Q_4$ or $Q_3=Q_4$, alors $Q=2Q_3=2Q_4$

- calculer V_3 :

$$Q_3=V_3\pi\frac{D_3^2}{4}=\frac{Q}{2}$$