Série cinématique

Exercice n : 01 La distribution de vitesses pour un écoulement permanent incompressible bidimensionnel est donnée par :

$$\begin{cases} u = \dfrac{-x}{x^2+y^2} \\ v = \dfrac{-y}{x^2+y^2} \end{cases}$$

a- montrer que cette distribution satisfait l'équation de continuité ?
b- montrer que l'écoulement vérifie l'équation de Laplace si le champ de vitesse dérive d'un potentiel ?

Exercice n : 02 Le profil de vitesse pour un écoulement plan d'un liquide, est donné par :

$V(y) = 3.y^3 + 2.y^2$.

Si la viscosité dynamique du liquide est $\mu = 3{,}5.10^{-2}$ N.s/m^2.
Calculer la valeur de la tension de cisaillement à la paroi et à 30 cm de celle-ci ?

Exercice n : 03 Soit un écoulement dont le potentiel des vitesses est donné par :

$\Phi = x^2 - 2.y - y^2$ avec $v = \text{grad}\Phi$

Démontrer que l'écoulement est :
- bidimensionnel
- permanent
- continu (vérifiant l'équation de continuité) ?

Exercice n : 04 Supposant que les composantes du vecteur vitesse sont :

$u = x^2 + z^2$
$v = x^2 + y^2$

Déterminer les composantes du vecteur vitesse suivant la direction z, qui satisfont l'équation de continuité ?

Exercice 5 :

Un écoulement est définie en variable d'Euler par :

$\vec{V}(t) = \begin{cases} u = a \\ v = b + kt \end{cases}$

a, b, c étant des constantes.

1. Quelle est la nature de Mouvement ?
2. Déterminer les lignes de courants.
3. Déterminer les lignes de courants.
4. Déterminer les trajectoires.

Exercice 5 :

1. **Nature de mouvement :**

$$\vec{V}(t) = \begin{cases} u = a \\ v = b + kt \end{cases}$$

$$div\,\vec{V} = \frac{\delta u}{\delta x} + \frac{\delta v}{\delta v} + \frac{\delta w}{\delta z} = \frac{\delta(a)}{\delta x} + \frac{\delta(b+kt)}{\delta y} + 0 = 0$$

(Écoulement incompressible)

2. **Les lignes de courant :**

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \quad \Rightarrow \int v dx = \int u dy$$

$$(b+kt)x + C_1 = ay + C_2$$

$$y = \frac{(b+kt)x + C_3}{a} = \frac{(b+kt)}{a}x + \frac{C_3}{a}$$

3. **La trajectoire :**

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = dt$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{u} = dt \\ \dfrac{dy}{v} = dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \displaystyle\int \frac{dx}{a} = \int dt \\ \displaystyle\int \frac{dy}{(b+kt)} = \int dt \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = at + C_1 \\ y = bt + \dfrac{kt^2}{2} + C_2 \end{cases}$$

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\left(\frac{\partial v_k}{\partial x_k}\right)\delta_{ij}$$

Sous forme explicite, on a dans ce cas :

$$\begin{aligned}
\tau_{11} &= 2\mu\frac{\partial v_1}{\partial x_1} - \frac{2}{3}\mu(\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{v}) \\
\tau_{22} &= 2\mu\frac{\partial v_2}{\partial x_2} - \frac{2}{3}\mu(\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{v}) \\
\tau_{33} &= 2\mu\frac{\partial v_3}{\partial x_3} - \frac{2}{3}\mu(\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{v}) \\
\tau_{12} &= \mu\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1}\right) \\
\tau_{13} &= \mu\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1}\right) \\
\tau_{23} &= \mu\left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2}\right)
\end{aligned}$$