

Exercice N°1

Déterminer la vitesse du son dans l'air pour un jour chaud d'été lorsque la température est de 38 °C et pour un jour froid d'hiver lorsque la température est de -30 °C.

11.1 Pour un gaz parfait, la vitesse du son s'écrit $c = \sqrt{\gamma r T}$ où pour l'air $\gamma = 1,4$ et :

$$r = \frac{R}{M} = \frac{8,32}{29 \times 10^{-3}} = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Donc :

$$c_{38^\circ\text{C}} = \sqrt{1,4 \times 287 \times (273 + 38)} = 353,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Et :

$$c_{-30^\circ\text{C}} = \sqrt{1,4 \times 287 \times (273 - 20)} = 318,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Exercice N°2

Dans un écoulement d'air les caractéristiques en un point sont les suivantes :

- vitesse d'écoulement : $V = 100 \text{ m/s}$
- pression $P = 1,013 \text{ bar}$
- température : $T = 15^\circ\text{C}$;
- Masse volumique $\rho = 0,349 \text{ Kg/m}^3$
- $\gamma = 1,4$

On demande de calculer la pression d'arrêt P_i .

- 1) en négligeant la compressibilité de l'air.
- 2) en tenant compte de sa compressibilité.

REPONSE

1) En négligeant la compressibilité de l'air, on peut appliquer le théorème de

Bernoulli : $\frac{V^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gZ = \frac{V_i^2}{2} + \frac{P_i}{\rho} + gZ_i$ sachant que $V_i = 0$ (point d'arrêt) et $Z = Z_i$

Donc $P_i = P + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2$ Application numérique : $P_i = 1,030 \text{ bar}$

2) En prenant en compte la compressibilité, on doit appliquer le théorème de Saint-

Venant : $P_i = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} P$ avec $C = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{1,4 \cdot \frac{1,013 \cdot 10^5}{0,349}} = 637,46 \text{ m/s}$

$M = \frac{V}{C} = \frac{100}{637,46} = 0,156$ donc $P_i = \left(1 + \frac{1,4 - 1}{2} \cdot 0,156^2\right)^{\frac{1,4}{1,4 - 1}} \cdot 1,013 = 1,030 \text{ bar}$

Exercice N°3

Un avion vole à un nombre de Mach $M = 0,95$ et à une altitude où la pression atmosphérique est $P_{atm} = 0,2332 \text{ bar}$ et la masse volumique $\rho = 0,349 \text{ Kg/m}^3$.

- 1) Calculer la vitesse de l'avion en Km/h .
 - 2) Calculer la pression et la température du point d'arrêt sur le bord d'attaque de l'aile.
- L'air est assimilé à un gaz parfait : $\gamma = 1,4$ et $r = 287 \text{ J/kg.K}$

$$1) V = MC = M \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \quad \text{A.N. } V = 290,56 \text{ m/s} = 1046,02 \text{ Km/h}$$

$$2) P_i = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} P \quad \text{A.N. } P_i = \left(1 + \frac{1,4-1}{2} \cdot 0,95^2\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} \cdot 0,2332 = 0,416 \text{ bar}$$

$$T_i = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) T \quad \text{or} \quad rT = \frac{p}{\rho} \quad (\text{air considéré gaz parfait}) \Rightarrow$$

$$T = \frac{p}{\rho r} = \frac{0,2332}{0,349287} = 232,82^\circ \text{K} \quad \text{donc } T_i = \left(1 + \frac{1,4-1}{2} \cdot 0,95^2\right) 232,82 = 274,84^\circ \text{K}$$

Exercice N°4

Un corps céleste en chute libre, freiné par les couches d'air de la haute atmosphère tombe sur terre. A une altitude de 10 km :

- la vitesse du corps $V=3000 \text{ m/s}$,
- la température de l'air $T=2230 \text{ K}$,
- la masse volumique de l'air $\rho = 0,412 \text{ kg / m}^3$
- la pression de l'air $P=0,265 \text{ bar}$.

On donne $\gamma = 1,4$.

Travail demandé :

- 1) Calculer la vitesse du son a .
- 2) Déterminer le nombre de Mach M .
- 3) Quelle est la nature de l'écoulement d'air autour du corps ?
- 4) Appliquer le théorème de Saint-Venant pour calculer la température T_i et la pression P_i de l'air au point d'arrêt.

$$1) \text{ Célérité du son : } C = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} \quad \text{A.N. } C = \sqrt{1,4 \cdot \frac{26500}{0,412}} = 300 \text{ m/s}$$

$$2) \text{ Nombre de Mach : } M = \frac{V}{C} \quad \text{A.N. } M = \frac{3000}{300} = 10$$

3) $M > 1$ donc l'écoulement est supersonique.

$$4) \text{ Température d'arrêt } T_i = T \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \quad \text{A.N. } T_i = 223 \left(1 + \frac{1,4-1}{2} \cdot 100\right) = 4683^\circ \text{K}$$

5) Pression d'arrêt :

$$P_i = P \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \text{A.N. } P_i = 26500 \left(1 + \frac{1,4-1}{2} \cdot 100\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 11246 \text{ Pa}$$