

I.1 Introduction

La construction mécanique est une science appliquée orientée vers la résolution des problèmes de conception dans une variété de domaines industriels: agricole, forage, automobile, précision,...etc. Les technologies de construction se limitent à l'étude des objets techniques et de leurs fonctionnement. En effet, chaque objet technique se définit par son ou ses rôles dans un ensemble dont ils sont, souvent, garantis par les spécifications de sa propre structure.

1.2 Rappels des critères de dimensionnement

1.2.1 Critères de Résistance Mécanique

A. Essai de Traction

Considérons la partie utile d'une éprouvette de traction avant et après déformation (Figure 1).

La différence entre la courbe de traction correspondant à un comportement ductile et celle correspondant à un comportement fragile est illustrée par la figure 2.

- Condition de résistance

$$\sigma \leq R_p$$

$$N = F$$

$$\sigma = F / S$$

F : Effort normal (l'effort de traction) N;

S : Section de la barre après déformation mm² ;

S₀ : la section avant déformation mm² ;

L₀ : la longueur utile avant déformation mm ;

L : la longueur utile déformée mm ;

σ : contrainte normale N/mm² ;

$$R_p = R_e / \chi$$

R_e : Limite élastique N/mm² ;

R_p : Résistance pratique N/mm² ;

χ : Coefficient de sécurité.

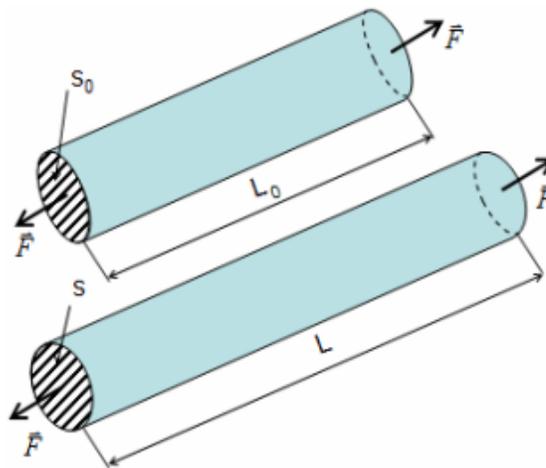


Figure 1

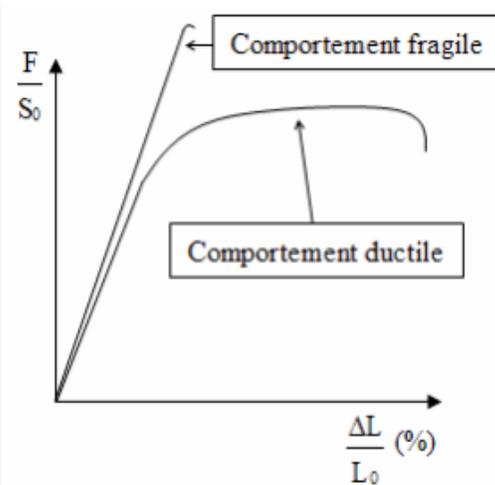


Figure 2

Valeur de χ

Plancher d'usine	1,5 à 2
Charpente métallique avec vent ou neige	2 à 3
Machines outils, réservoirs sous pression ...	3 à 4
Camions, autos, engins de manutention	5
Concasseurs, laminoirs, presses	6 à 7
Ascenseurs, transports de personnes, câbles....	12

B. Essai de Compression

Condition de dimensionnement à respecter

$l \leq 8 d$ d : diamètre de la barre ou section mm;
 l : longueur de la barre mm ;

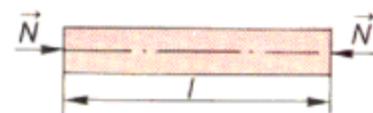


Figure 3

Condition de résistance, loi de déformation

Les relations sont identiques à celle de la traction à condition de remplacer allongement par striction soit : $\epsilon = \Delta l / l_0$.

Remarque : Pour tout matériaux isotrope : **Re traction = Re compression.**

 Pour la fonte **Re compression = 7 Re traction.**

Loi de déformation $\sigma = \epsilon \cdot E$

$\epsilon = \Delta l / l_0$ Δl : allongement mm ;
 l_0 : longueur initial mm ;
 ϵ : Allongement unitaire
 E : module d'élasticité longitudinal N/mm²

Valeur de E [N/mm²]

Acier.....	200000	Fonte	60000
Cuivre	125000	Magnésium....	45000
Zinc.....	80000	Etain.....	40000
Aluminium	70000	Nickel.....	22000

C. Cisaillement

Condition: $\Delta x \cong 0$

Condition de résistance $\tau \leq R_{pg}$

$$\tau_{\text{moy}} = \frac{T}{S}$$

T = F : Effort de cisaillement N ;
S : section cisailée mm²;
 τ_{Moy} : contrainte de glis ou cis N/mm².

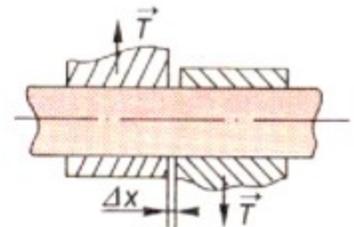


Figure 4

R_{pg} : résistance pratique au glissement N/mm²
 R_{eg} : limite élastique au glissement..... N/mm²
 $R_{pg} = \frac{R_{eg}}{s}$ s : coefficient de sécurité —

Acier doux
 Acier mi-dur ..
 Acier dur.....

Loi de déformation $\tau_{\text{moy}} = G \cdot \gamma$

G : Module d'élasticité transversale = 0,4E N/mm²
 γ : angle de glissement rad

D. Torsion

Condition de résistance

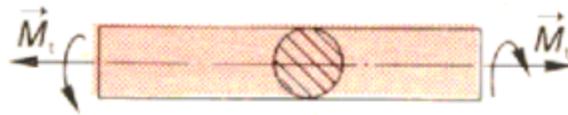


Figure 5

$$\tau_M \leq R_{pg}$$

$$\tau = \frac{M_t}{\frac{I_G}{v}}$$

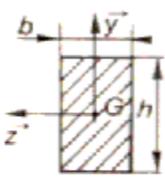
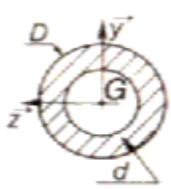
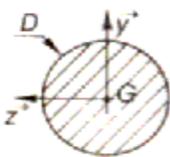
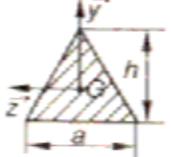
τ_M : Contrainte maximum N/mm²
 M_t : moment de torsion mm.N
 I_G : moment quadr. polaire mm⁴
 v : rayon de la poutre mm
 R_{pg} : résistance pratique au glissement ... N/mm²

Loi de déformation

$$M_t = G \cdot \theta \cdot I_G$$

M_t : moment de torsion mm.N
 G : module d'élas. trans. N/mm²
 θ : angle unit. de torsion ... rad/mm
 I_G : moment quadr. polaire mm⁴
 (G = 0,4E)...

Moments quadratiques / mm⁴

 <p>Rectangle</p>	$I_G = \frac{bh}{12} (b^2 + h^2)$	 <p>Couronne</p>	$I_G = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$
	$I_{G_z} = \frac{bh^3}{12}$		$I_{G_z} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}$
 <p>Cercle</p>	$I_G = \frac{\pi D^4}{32}$	 <p>Triangle</p>	$I_G = \frac{ah^3}{36}$
	$I_{G_z} = \frac{\pi D^4}{64}$		$I_{G_z} = \frac{ah^3}{36}$

Relation contrainte deformation

$$\tau_M = G.r.\theta$$

Limite de deformation

$$\theta_{\text{maxi}} \leq 1/4 d^\circ/m$$

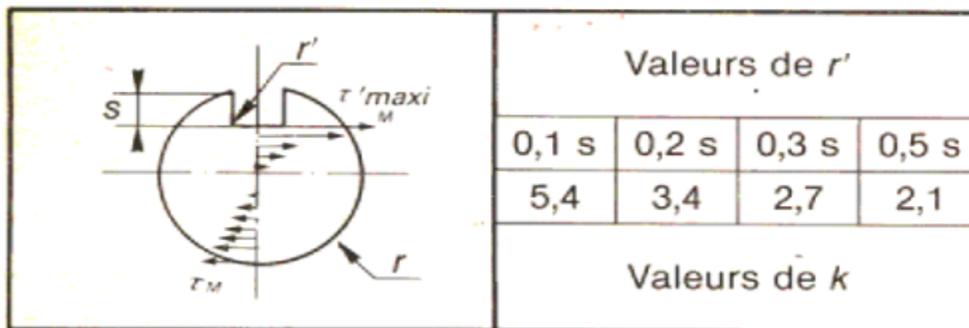
Concentration de contrainte

$$\tau'_{\text{maxi}} = k \tau_M$$

τ'_{maxi} : contrainte maxi due à l'affaiblissement de la section N/mm²

τ_M : contrainte maxi calculée pour l'arbre de rayon r N/mm²

k : coefficient de concentration de contrainte



Verifier que:

$$\tau_M \leq R_{pg} \text{ et } \tau'_{\text{maxi}} \leq R_{eg}$$

E. Flexion simple

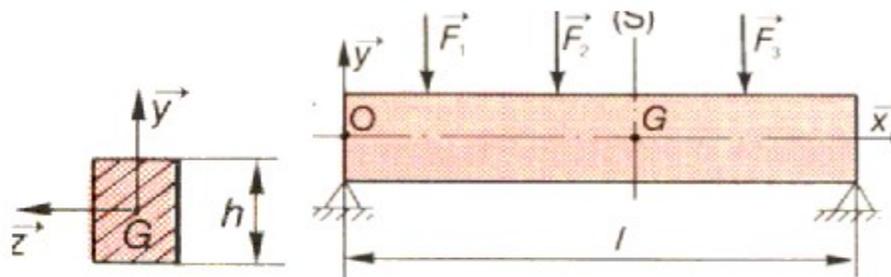


Figure 6

Section S

Les efforts F_1, F_2, F_3 sont parallèles à OY

Définitions : T : effort tranchant dans une section S. C'est la somme algébrique des efforts parallèles à yy' situés à gauche de S

M_f : moment fléchissant dans une section S. C'est la somme algébrique des moments des forces situées à gauche de S par rapport à G_z.

Condition de résistance

$$\sigma_M = \frac{M_f}{\frac{I_{G_z}}{v}}$$

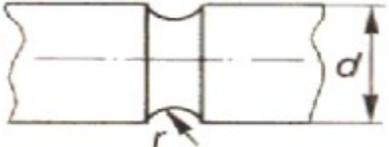
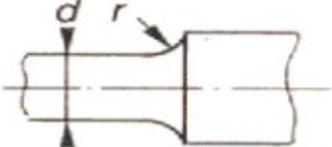
$\sigma_f \leq R_p$ Soit $\sigma_M = \sigma_f$
 M_f : moment fléchissant mm.N
 I_{G_z} : moment quadr. axial mm⁴
 v : valeur de $y_{\max} \frac{k}{2}$ N/mm²

R_p : résistance pratique N/mm²
 σ_M : contrainte maxi N/mm²

Concentration de contrainte

$$\sigma'_{\max} = k \sigma_M$$

σ'_{maxi} : contrainte maximum due à un affaiblissement de la section N/mm²
 σ_{maxi} : contrainte maxi calculée N/mm²
 k : coef. de concentration de contrainte —

Pièces cylindriques avec rainure							
	r/d	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
	k	2,9	2,2	1,7	1,48	1,48	1,3
Pièces cylindriques avec congés							
	r/d	0,1	0,2	0,3	0,5		
	k	1,8	1,5	1,35	1,2		

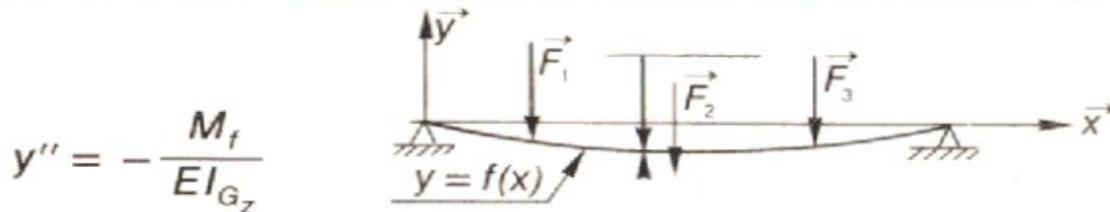


Figure 7

La poutre chargée se déforme, la courbe de déformation du type $Y = f(x)$ est donnée par l'équation différentielle ci-dessus.

Charge concentrée	Charge répartie
 $f = -\frac{Fl^3}{48 EI_{G_z}}$	 $f = -\frac{5 pl^4}{38 EI_{G_z}}$
 $f = -\frac{Fl^3}{3 EI_{G_z}}$	 $f = -\frac{pl^4}{8 EI_{G_z}}$
<p>f : flèche mm F : charge concentrée N l : longueur de la poutre mm p : charge uniformément répartie N/mm E : module d'élasticité longitudinal N/mm² I_{G_z} : moment quadratique axial mm⁴</p>	
<p><i>Nota</i> : la flèche est donnée en mesure algébrique.</p>	

Figure 8

I.3. Critères de fatigue

L'objectif de ce cas est de donner quelques notions élémentaires des problèmes de la fatigue des matériaux. Dans ce qui suit, nous nous contenterons de donner quelques critères basés sur les contraintes.

I.3.1. Généralités

La fatigue est un mode de rupture qui intervient en raison des sollicitations cycliques. Cette rupture peut se produire au bout d'un nombre de cycles plus ou moins élevé et ce pour des états de contraintes dont la contrainte équivalente est bien inférieure à la limite d'élasticité. On constate également que le nombre de cycles à rupture dépend à la fois du niveau de chargement et de la nature de celui-ci. On distingue deux grandes familles de comportement à la fatigue :

- La fatigue à grand nombre de cycles. Le niveau de contraintes est inférieur à la limite élastique.
- La fatigue oligocyclique associée à un nombre de cycles réduit. Elle se produit en présence de déformations plastiques.

I.3.2. Mécanismes de la fatigue

A partir d'observations de faciès de rupture par fatigue, on distingue trois stades lors de l'endommagement par fatigue :

- La phase d'amorçage de fissures qui se produit soit autour de défauts (inclusions, porosité, rayure, piqûres de corrosion...) soit par plastification en surface liée aux concentrations des contraintes.
- La phase de propagation des fissures qui peut elle aussi comporter différents stades. L'avancement des fissures lors de la fatigue se caractérise par des arrêts qui donnent lieu à des stries caractéristiques d'une rupture par fatigue.
- La phase de rupture brutale qui correspond à une propagation instable des fissures.

I.3.3. Essais de fatigue – courbe de Woehler

Dans un essai simple, on mesure le nombre de cycles à rupture pour différents niveaux de contrainte. On construit ainsi la courbe d'endurance du matériau dite courbe de Woehler. L'allure générale de la courbe d'endurance est donnée par la figure 9. On peut y distinguer le domaine de la fatigue oligocyclique, celui de la fatigue à grand nombre de cycles et celui de l'endurance.

N = nombre de cycles à rupture

σ_a = niveau de contraintes qu'on précisera par la suite

σ_d = limite d'endurance (niveau de contraintes en dessous duquel la rupture n'intervient pas).

Dans le tableau 1, on donne des ordres de grandeurs de la limite d'endurance σ_d pour différents matériaux. On donne également les contraintes seuils σ_e (limite d'élasticité) et σ_u (contrainte à rupture).

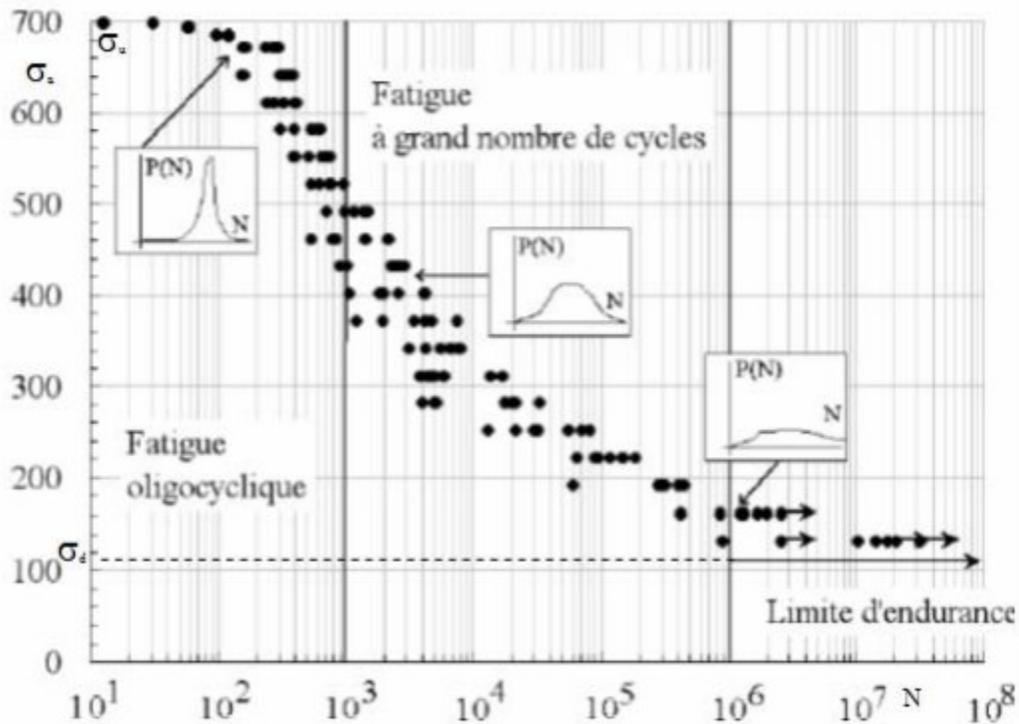


Figure 9

Alliage	σ_e (MPa)	σ_u (MPa)	σ_d (MPa)	$\frac{\sigma_d}{\sigma_u}$
Acier doux	260	395	232	0,59
Acier demi dur	360	590	270	0,46
Acier dur	580	735	410	0,56
Fonte GS	600	600	230	0,38
Acier 10NC6	900	925	450	0,49
Acier 35NC6	900	1000	530	0,59
Acier 35CD4	1430	1640	660	0,4
Laiton		460	130	0,28
Alliage d'Alu 2020	275	395	125	0,31

Tableau 1

I.3.4. Grandeurs caractéristiques d'un chargement cyclique

Une sollicitation simple de fatigue est définie par des grandeurs caractéristiques qui sont illustrées sur la figure 10 et qu'on introduit dans ce qui suit :

σ_{\min} = contrainte minimale

σ_{\max} = contrainte maximale

$\sigma_m = \frac{\sigma_{\min} + \sigma_{\max}}{2}$ contrainte moyenne

$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$ amplitude de contrainte

$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ rapport de charge

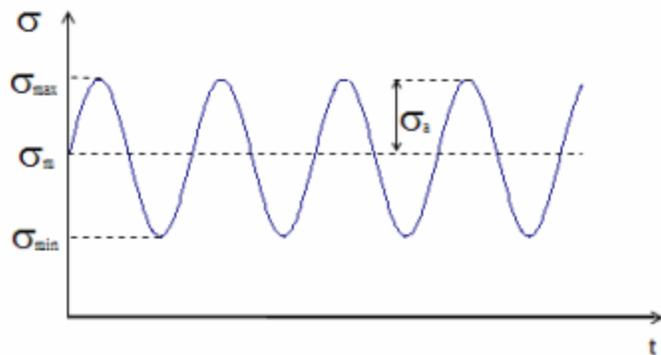


Figure 10

Lors des essais, on utilise souvent des sollicitations alternées ($\sigma_m=0$, $R= -1$) ou des sollicitations répétées ($\sigma_m= \sigma_{\max}/2$, $R=0$).

I.4 Concentration de contraintes

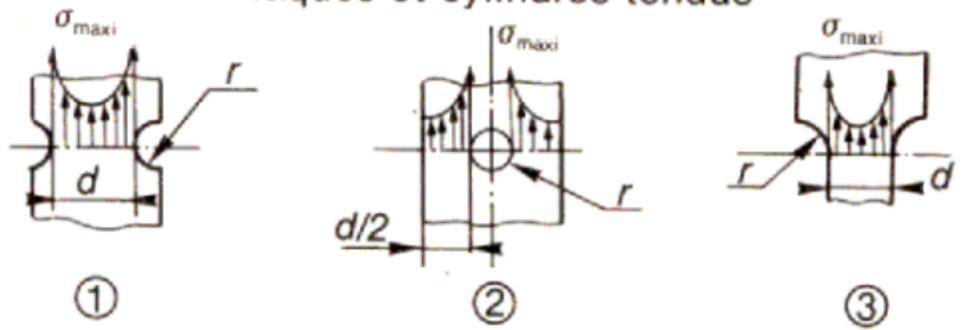
En tenant compte d'un éventuel coefficient **k** de concentration de contraintes, La condition de résistance s'écrit :

$$\sigma_{\max i} = k\sigma$$

σ : Contrainte moyenne dans la section affaiblie calculée par la relation⁽¹⁾ N/mm²

k : coefficient de concentration de contrainte.

Plaques et cylindres tendus



Valeurs de k :

r/d	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
1	2,55	2,35	2,05	1,8	1,61	1,5	1,4	1,34	1,3	1,26	1,22
2	2,65	2,5	2,3	2,22	2,2	2,12	2,1	2,08	2,06	2,04	2,02
3	1,92	1,8	1,66	1,57	1,5	1,4	1,38	1,32	1,28	1,25	1,22

Filetage..... 2,5

Condition de résistance dans le cas de concentration de contraintes

$$\sigma \leq R_p \quad \sigma_{\text{maxi}} \leq R_e$$

Exercice

Une barre d'acier de 10 mm de diamètre reçoit une force de traction de 12560 N. Quelle sera l'allongement de la barre de 5 mètres si le $E = 210000 \text{ N/mm}^2$. Quelle sera alors la contrainte dans cette barre ?