

## Chapitre III Calcul des éléments de transmission

### III.1 Transmission par engrenages

#### 1. Introduction

##### 1.1 Définition

– On appelle « engrenage » l'ensemble des deux roues dentées s'engrenant l'une avec l'autre et permettant de transmettre un mouvement ou une puissance avec un rapport de vitesse invariable.

##### 1.2 Généralités

- Parmi les systèmes de transmission de mouvement et de puissance les plus utilisés, les plus résistants et les plus durables;
- Ils sont normalisés ce qui permet leur interchangeabilité et réduit leur coût de fabrication;
- La roue qui a le plus petit nombre de dents est appelée « pignon » et c'est généralement elle qui reçoit la puissance du moteur;
- Une combinaison d'engrenages est appelée « train d'engrenages ».

#### Fonction :

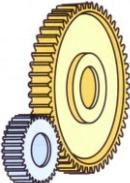
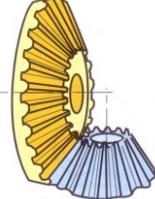
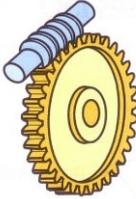
Les engrenages peuvent avoir diverses utilités :

- Réduction et/ou variation de la fréquence de rotation entre 2 arbres.
- Réduction/Augmentation du couple moteur.
- Transmission d'un mouvement de rotation.
- Transformation des caractéristiques d'un mouvement

## II. Classification des engrenages

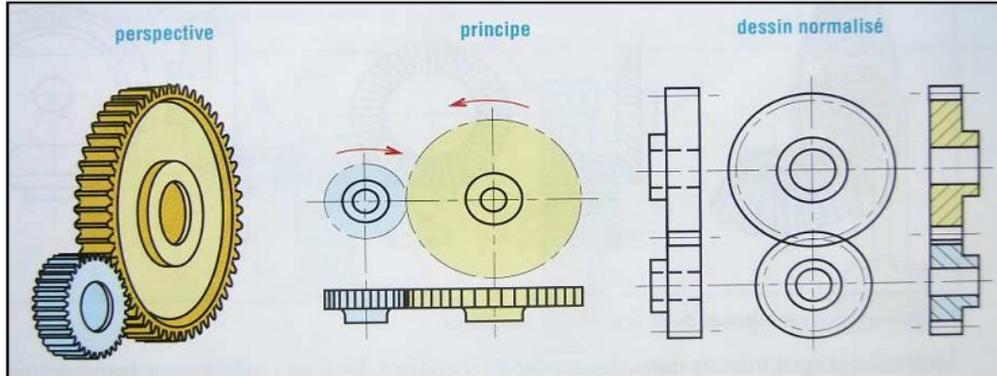
### 2.1 Généralités

Suivant la fonction qu'ils ont à réaliser, les engrenages peuvent avoir différentes formes et différentes caractéristiques de denture. Il y a 3 catégories d'engrenages :

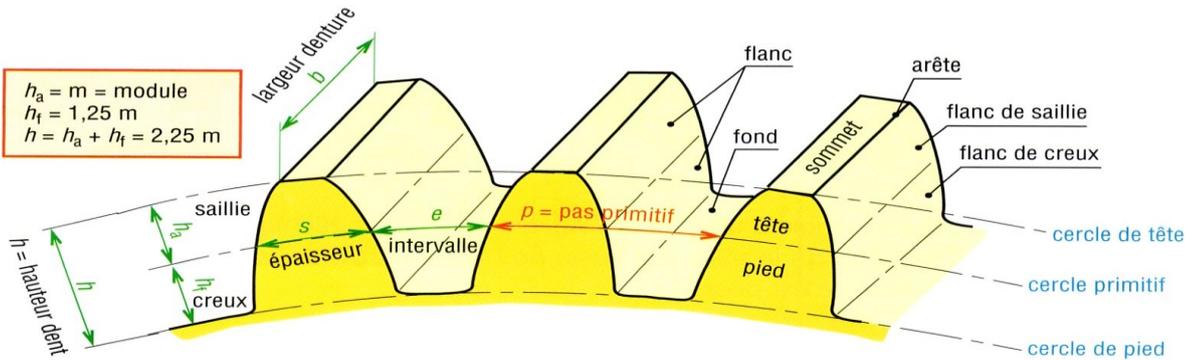
Les engrenages droits (à axes parallèles)	Les engrenages coniques (à axes concourants)	Les engrenages gauches
		

## 2.2 Engrenages droits à denture droite

- Les arbres sont parallèles et les dents des deux engrenages sont également parallèles à l'axe de rotation des arbres;
- Ce sont les plus simples et les plus économiques.

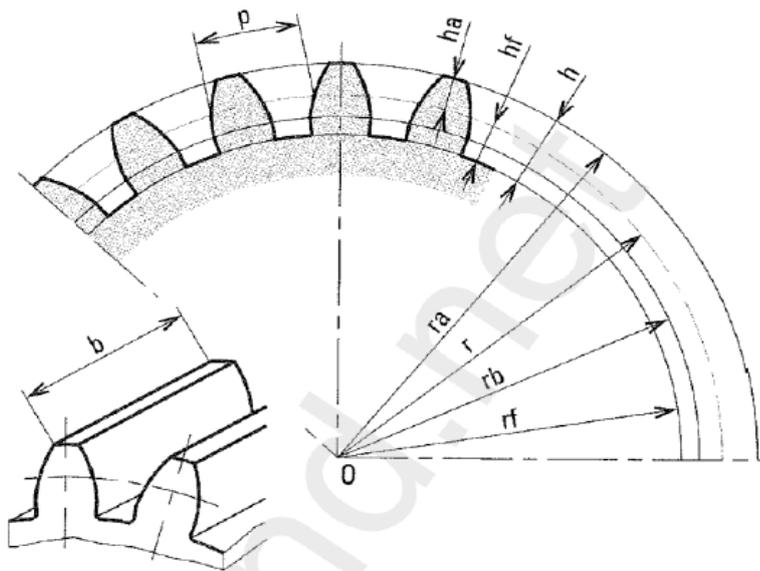


### Caractéristiques des dentures :



### Caractéristiques dimensionnelles

<b>m</b>	(1)	Module en mm
<b>Z</b>		Nombre de dents
<b>p</b>	$m \cdot \pi$	Pas primitif ou circonférentiel
<b>d</b>	$m \cdot Z$	Diamètre primitif ( $d_p$ )
<b>h<sub>a</sub></b>	$m$	Hauteur de tête de la dent
<b>h<sub>f</sub></b>	$1,25 m$	Hauteur de creux de la dent
<b>h</b>	$2,25 m$	Hauteur de la dent
<b>d<sub>a</sub></b>	$d + 2 m$	Diamètre de tête
<b>d<sub>f</sub></b>	$d - 2,5 m$	Diamètre de pied
<b>d<sub>b</sub></b>	$d \cos \alpha$	Diamètre de base
<b>b</b>	$k m$ (2)	Largeur de denture
<b><math>\alpha</math></b>	$20^\circ$	Angle de pression
<b>a</b>	$\frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m (Z_1 + Z_2)}{2}$	= Entraxe
<b>r</b>	$d_1/d_2 = \omega_2/\omega_1$	= Rapport de transmission



(1) : **m** est calculé en **RDM**  $\Rightarrow m = 2,34 \sqrt{\frac{T}{k \cdot R_p}}$

(2) : **k** coefficient de largeur de denture :  $5 < k < 15$   
(en général  $k = 10$ )

avec **T** effort tangentiel sur la dent pris au diamètre primitif en newtons.  
**k** : coefficient de largeur de denture.  
**R<sub>p</sub>** : résistance pratique en traction.  
**R<sub>p</sub>** = **R<sub>e</sub>**/2 en newtons par millimètre carré.

□

## Le module (m) :

Le module d'une denture est la valeur qui permet de définir les caractéristiques d'une roue dentée. C'est le rapport entre le diamètre primitif de la roue et le nombre de ses dents. Le module est une grandeur normalisée.

### Valeurs normalisées de m

NF E 23-011

Valeurs principales (mm)	0,5-0,6-0,8-1-1,25-1,5-2-2,5-3-4-5-6-8-10-12-16-20-25
Valeurs secondaires (mm)	0,55-0,7-0,9-1,125-1,375-1,75-2,25-2,75-3,5-4,5-5,5-7-9-11-14-18-22

### Caractéristiques mécaniques

$\vec{F}_t$  : effort tangentiel :  $\|\vec{F}_t\| = \|\vec{M}_{1/2}\| \cdot \cos \alpha$

$\vec{F}_r$  : effort radial :  $\|\vec{F}_r\| = \|\vec{F}_t\| \cdot \tan \alpha$

$C_m$  : couple moteur :  $C_m = \|\vec{F}_t\| \cdot d_1/2$

$r$  : rapport de transmission :  $r = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$

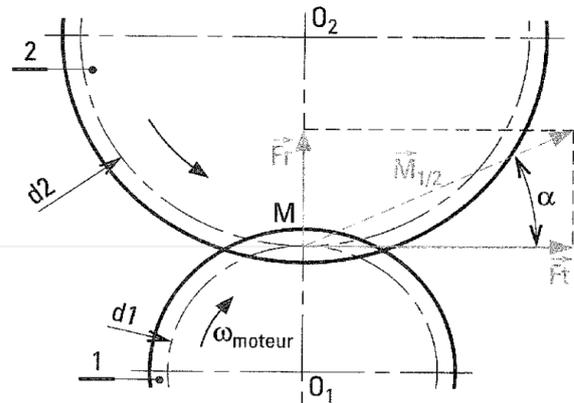
$P_1$  : puissance sur la roue motrice :  $P_1 = C_1 \cdot \omega_1$

$P_2$  : puissance sur la roue réceptrice :  $P_2 = C_2 \cdot \omega_2$

$\eta$  : rendement de l'engrenage

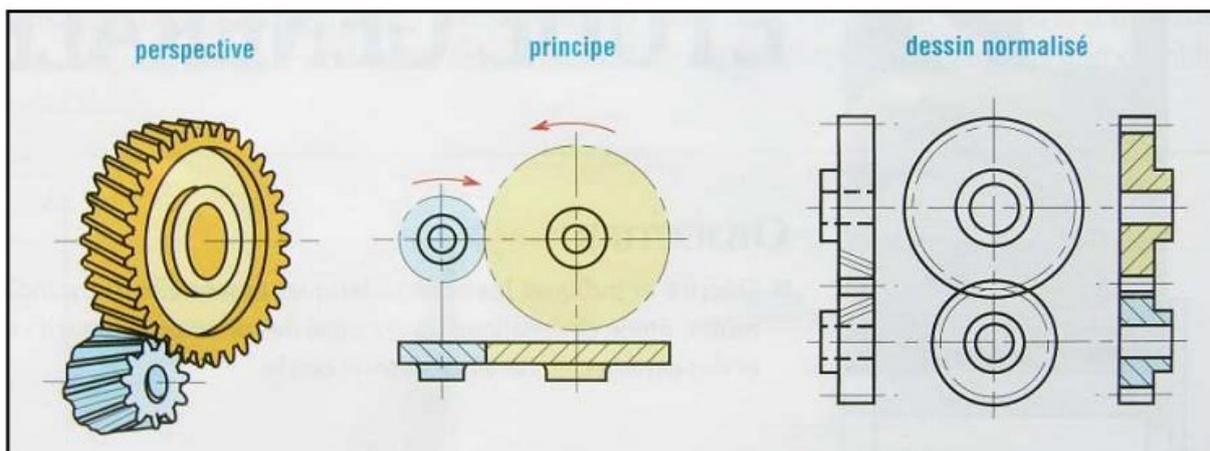
$$P_2 = \eta \cdot P_1 \quad (0,95 < \eta < 0,98)$$

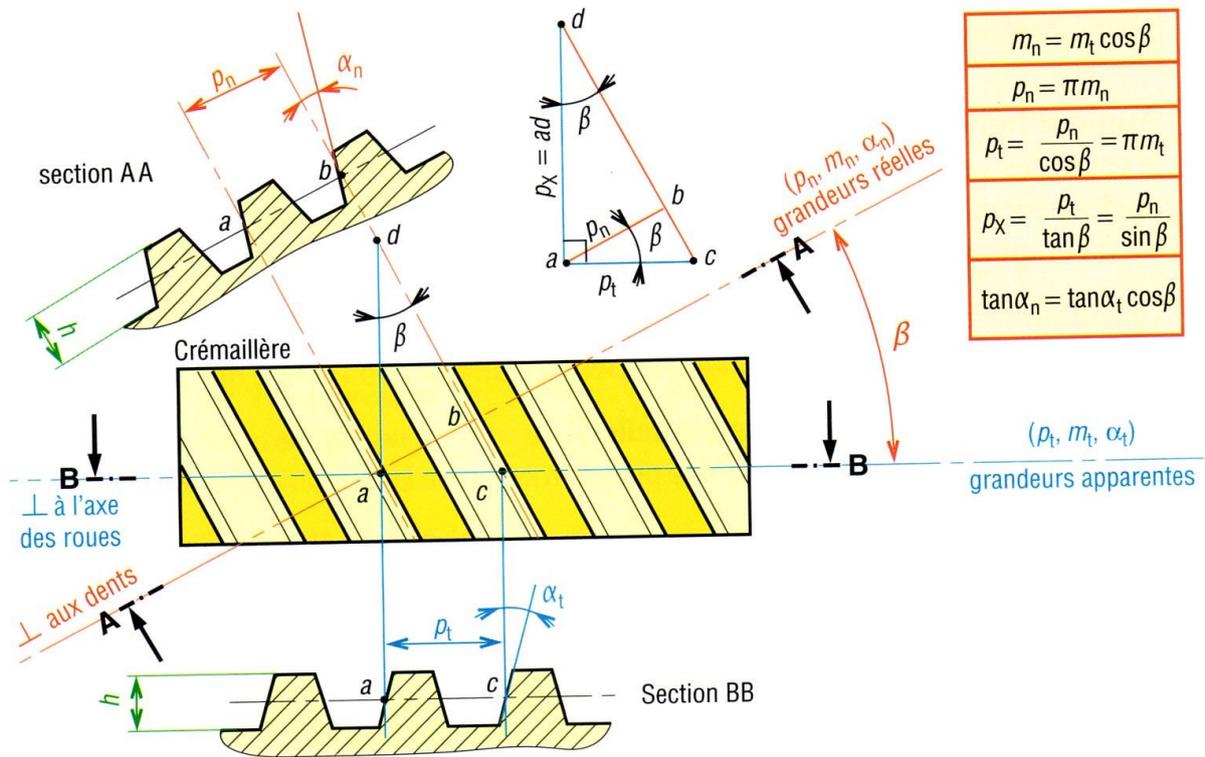
$$C_2 = C_1 \cdot \eta \cdot \frac{1}{r}$$



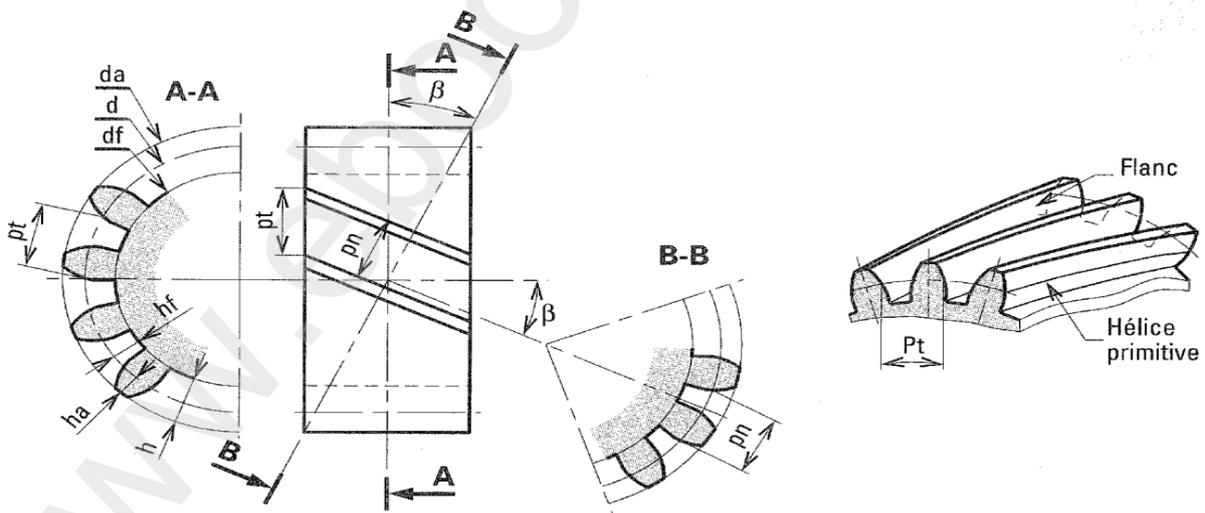
### 2.3. Engrenages droits à denture hélicoïdale

- Les dents des deux engrenages sont inclinés par rapport à l'axe de rotation des arbres;
- À taille égale, ils sont plus silencieux et plus performants que les précédents pour transmettre de la puissance et du couple;
- L'inclinaison des dentures engendre des efforts axiaux.





### Caractéristiques dimensionnelles

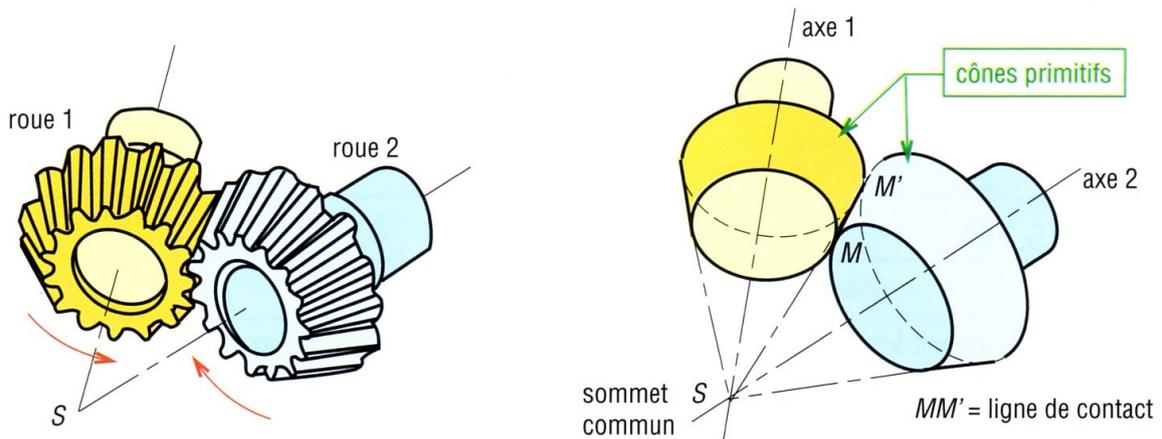
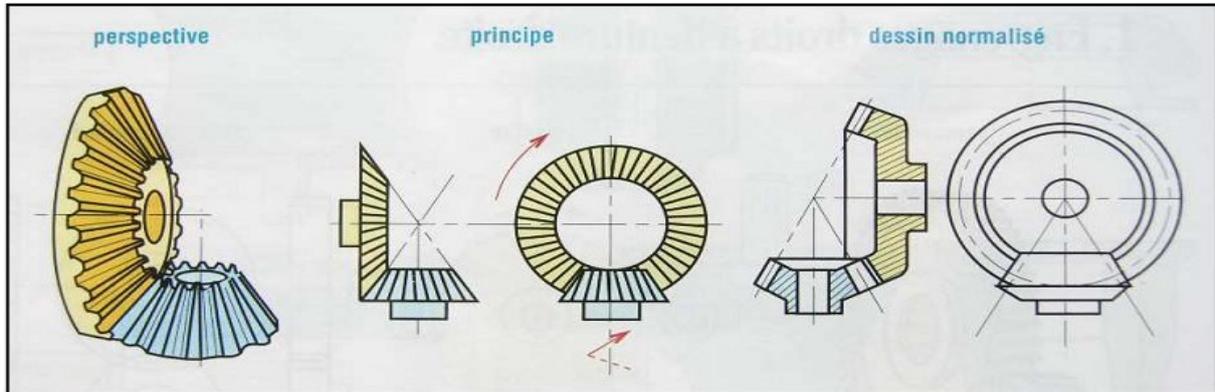


$m_n$	(1)	Module réel en mm	$ha$	$m_n$	Hauteur de tête
$Z$		Nombre de dents	$hf$	$1,25 m_n$	Hauteur de pied
$p_n$	$\pi m_n$	Pas réel	$h$	$2,25 m_n$	Hauteur de la dent
$\beta$	$20^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$	Angle d'hélice	$d$	$m_t \cdot Z$	Diamètre primitif
$\alpha_n$	$20^\circ$	Angle de pression réel	$da$	$d + 2 m_n$	Diamètre de tête
$m_t$	$m_n / \cos \beta$	Module apparent	$df$	$d - 2,5 m_n$	Diamètre de pied
$p_t$	$\pi m_t$	Pas apparent	$a$	$(d_1 + d_2)/2$	Entraxe
$p_z$	$\pi d \cdot \cotg \beta$	Pas de l'hélice	$b$	$b \geq \frac{\pi m_n}{\sin \beta}$	Largeur de la denture

(1)  $m_n$  est calculé en RDM.

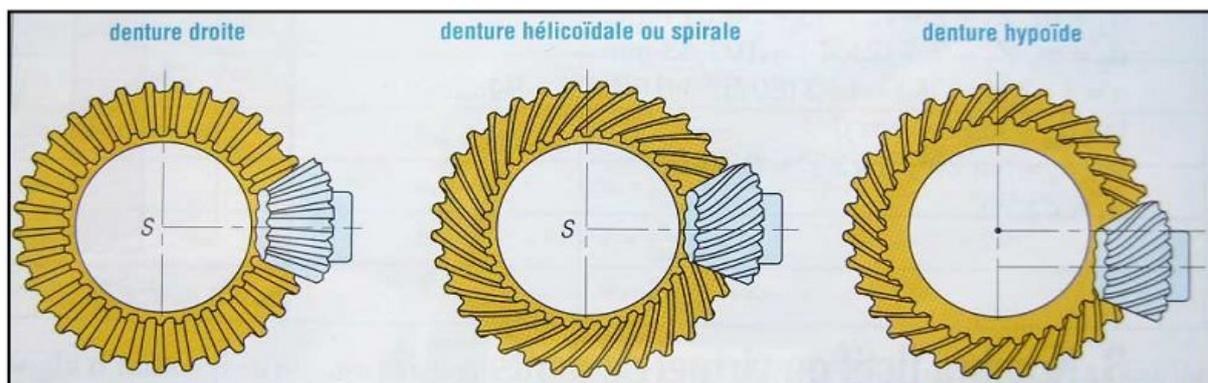
## 2.4. Engrenages coniques ou à axes concourants

- Les dents sont taillées dans des surfaces coniques;
- Ils sont utilisés pour transmettre le mouvement entre des arbres concourants, perpendiculaires ou non;
- La denture peut être droite mais aussi hélicoïdale ou spirale.

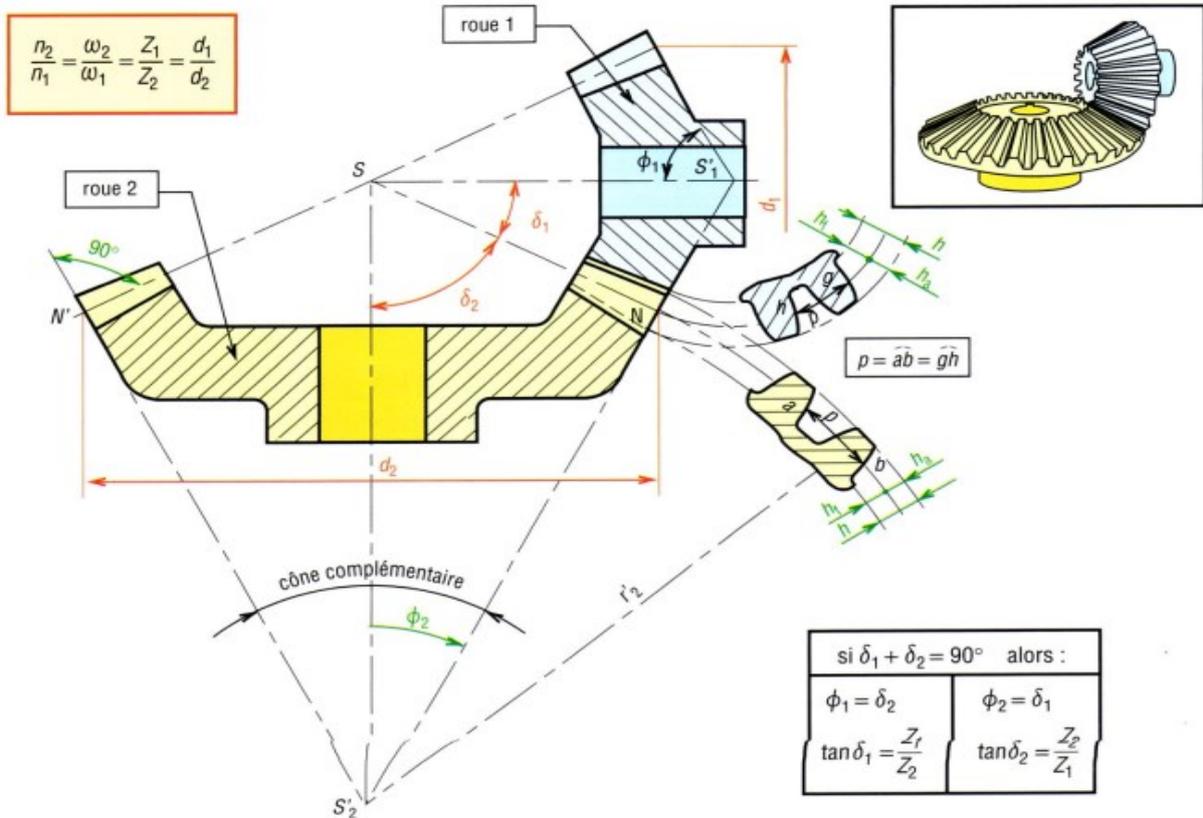


### Principaux types

- À denture droite : idem aux engrenages cylindriques.
- À denture hélicoïdale ou spirale : plus progressif et moins de bruit, angle typique de  $35^\circ$ .
- Engrenages hypoïdes : variante complexe des précédents, axes des roues orthogonaux mais non concourants, frottement élevé



## Principaux paramètres

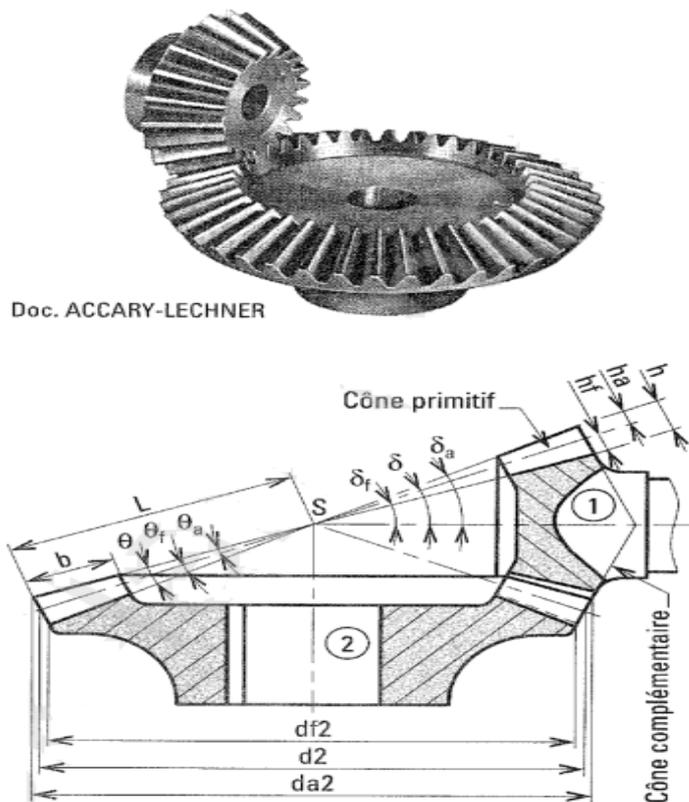


## Caractéristiques dimensionnelles

<b>m</b>	(1)	Module en mm
<b>Z</b>		Nombre de dents
<b>p</b>	$\pi m$	Pas primitif
<b><math>\delta</math></b>	(2)	Angle primitif
<b><math>\delta_a</math></b>	$\delta + \theta_a$	Angle de tête
<b><math>\delta_f</math></b>	$\delta - \theta_f$	Angle de creux
<b><math>\theta</math></b>	$\theta_a + \theta_f$	Angle de hauteur de la dent
<b><math>\theta_a</math></b>	$\text{tg } \theta_a = 2 m \cdot \sin \delta / d$	Angle de tête de la dent
<b><math>\theta_f</math></b>	$\text{tg } \theta_f = 2,5 m \cdot \sin \delta / d$	Angle de creux de la dent
<b><math>\alpha</math></b>	$20^\circ$	Angle de pression
<b>h</b>	$2,25 m$	Hauteur de la dent
<b>h<sub>a</sub></b>	m	Saillie
<b>h<sub>f</sub></b>	$1,25 m$	Creux
<b>d</b>	$m \cdot Z$	Diamètre primitif
<b>d<sub>a</sub></b>	$d + 2 m \cdot \cos \delta$	Diamètre de tête
<b>d<sub>f</sub></b>	$d - 2,5 m \cdot \cos \delta$	Diamètre de pied
<b>b</b>	$L / 4 \leq b \leq L / 3$	Largeur de la denture
<b>L</b>	$d / 2 \sin \delta$	Longueur génératrice primitive

(1) m est calculé en RDM.

(2)  $\text{tg } \delta_1 = \frac{Z_1}{Z_2}$ ,  $\text{tg } \delta_2 = \frac{Z_2}{Z_1}$ .



## Caractéristiques mécaniques

$\vec{F}_t$  = effort tangentiel

$$|\vec{F}_t| = C/r \text{ moy}$$

$\vec{F}_a$  = effort axial

$$|\vec{F}_a| = |\vec{F}_t| \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta$$

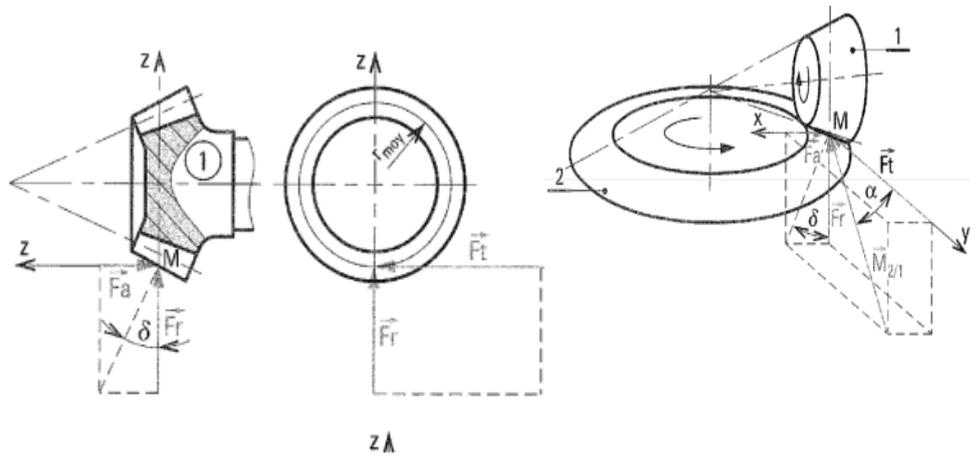
$\vec{F}_r$  = effort radial

$$|\vec{F}_r| = |\vec{F}_t| \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta$$

$\vec{M}_{2/1}$  = effort d'une dent du pignon 2 sur une dent du pignon 1 en M.

$$|\vec{M}_{2/1}| = \sqrt{|\vec{F}_t|^2 + |\vec{F}_a|^2 + |\vec{F}_r|^2}$$

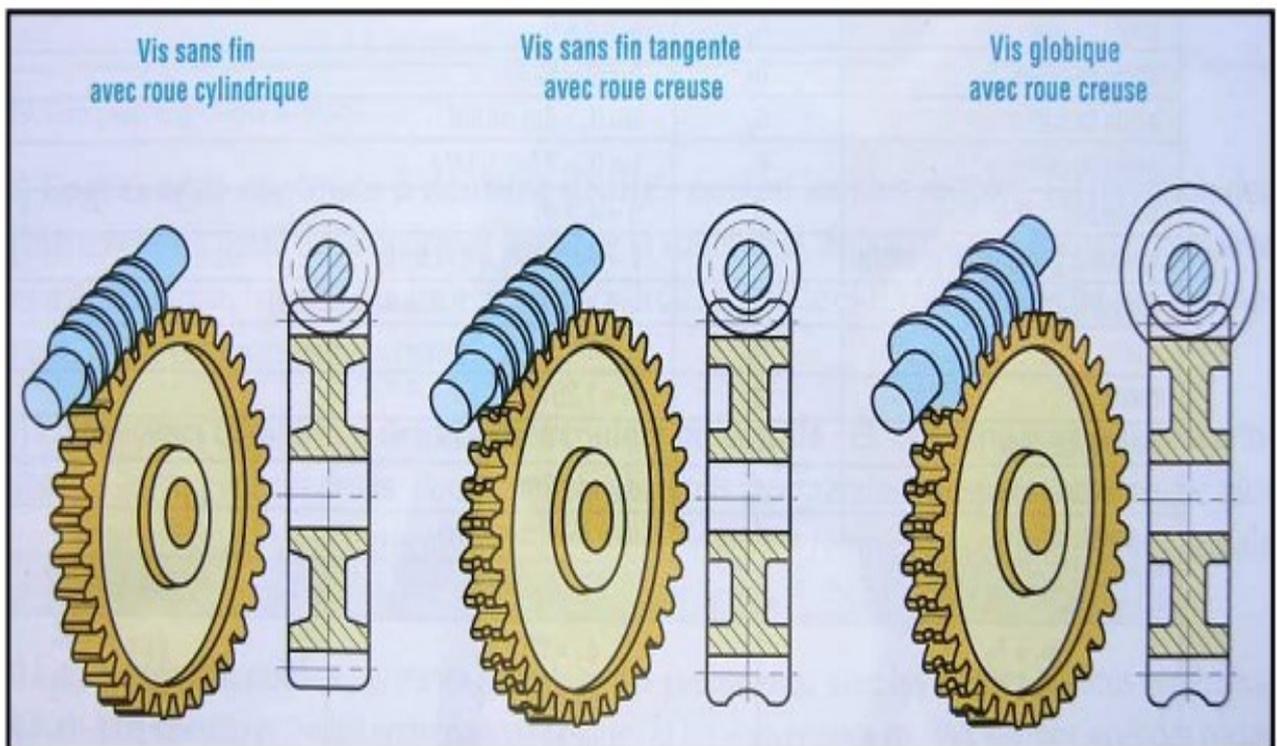
$$|\vec{M}_{2/1}| = |\vec{F}_t| / \cos \alpha$$



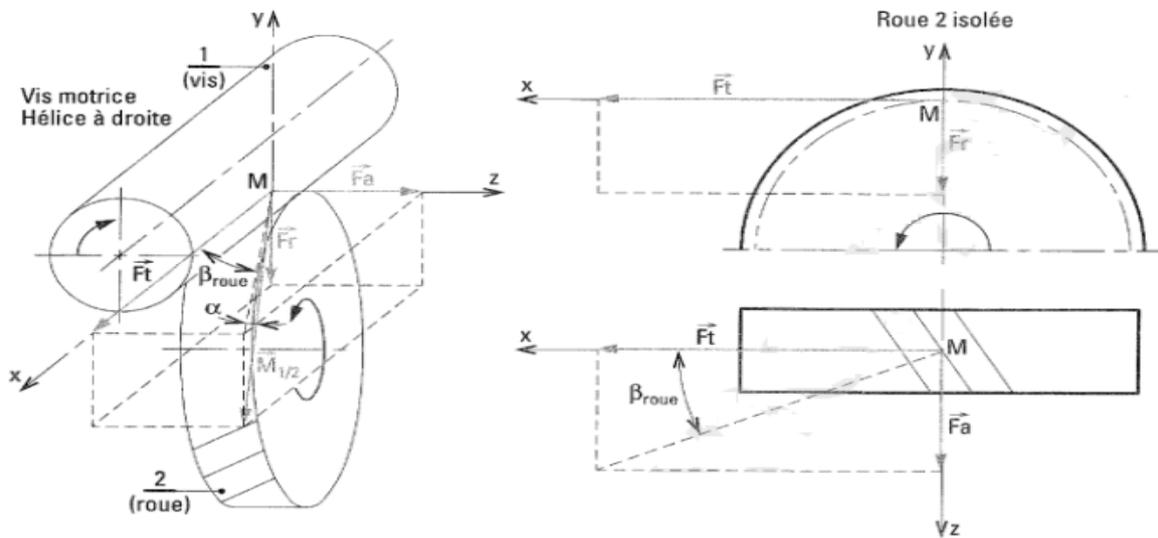
## 2.5 Engrenages roues et vis sans fin (les engrenages gauches)

### 1. Généralités

- La transmission s'effectue entre deux arbres orthogonaux.
- Ils permettent de grands rapports de réduction (jusqu'à 1/200) et offrent des possibilités d'irréversibilité.
- Ils donnent l'engrènement le plus doux et silencieux mais le frottement important entraîne un rendement médiocre.







$\vec{F}_{tv}$  = effort tangentiel sur la vis :  $|\vec{F}_{tv}| = C_v / r_{vis} = |\vec{F}_{ar}|$   
 $\vec{F}_{tr}$  = effort tangentiel sur la roue :  $|\vec{F}_{tr}| = |\vec{F}_{tv}| / \tan \beta_{roue} = |\vec{F}_{av}|$   
 $\vec{F}_r$  = effort radial :  $|\vec{F}_r| = |\vec{F}_{tv}| \tan \alpha / \sin \beta_{roue}$   
 $M_{1/2}$  = effort d'un filet de la vis sur une dent de la roue  $|\vec{M}_{1/2}| = |\vec{F}_r| / \sin \alpha$

Le frottement dans le système roue et vis sans fin est très important, les relations ci-dessus ne prennent pas en compte ce frottement.

## 2.6 Trains d'engrenages

### 1. Schématisations

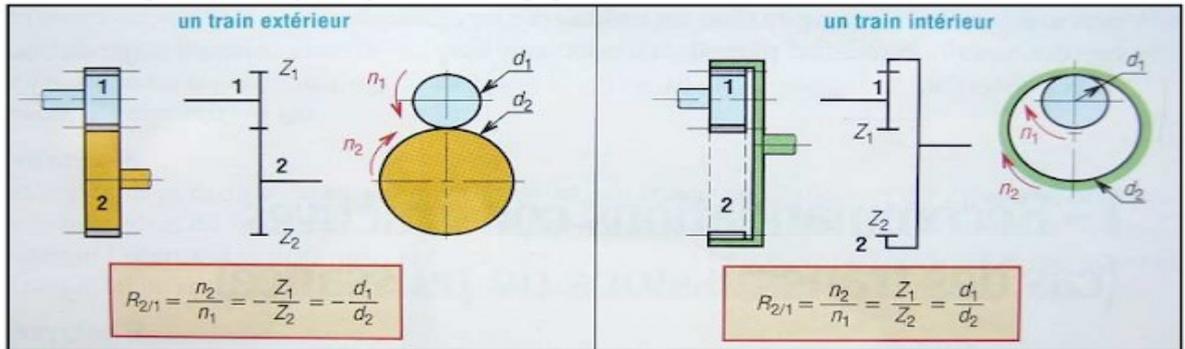
– Représentation normalisée des engrenages usuels.

Schémas cinématiques (normalisation)			
 hélicoïdale	 chevron	 roue extérieure	 roue et crémaillère
 roue intérieure	 denture extérieure	 denture intérieure	 spirale
 à vis globique	 roue creuse vis tangente	 roue et vis sans fin	
engrenages droits		engrenages coniques	

1. Schémas cinématiques des différents types d'engrenages.

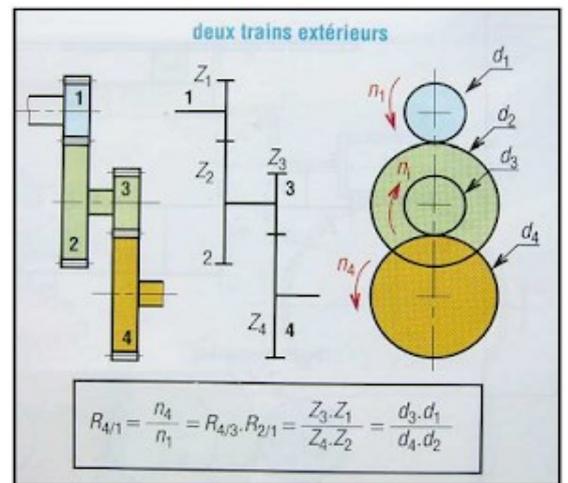
• **Trains à un engrenage**

- Les formules de réduction vues précédemment s'appliquent.
- Un signe négatif indique un changement de sens de rotation entre l'entrée et la sortie.
- L'indice 1 correspond à l'engrenage d'entrée (pignon)

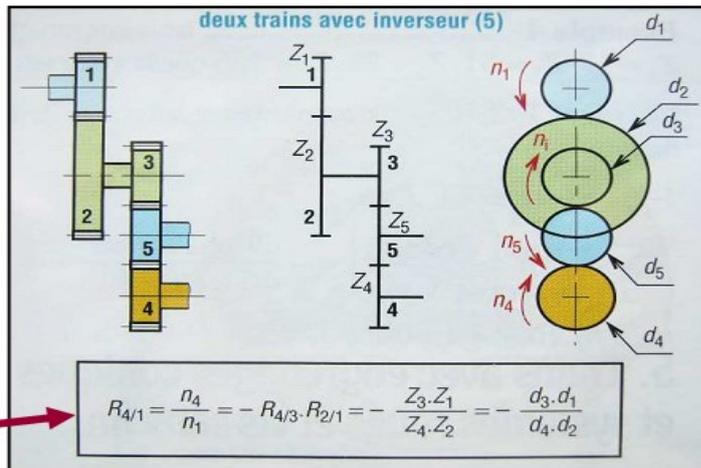


• **Trains à deux engrenages**

- Il y a alors deux couples de roues en série. Le rapport de transmission (réduction) est égal au produit des rapports de transmission de chacun des deux couples de roues. L'indice 1 correspond toujours à l'engrenage d'entrée (pignon) tandis que les autres indiquent « le chemin » vers la sortie.



• **Trains à deux engrenages plus roue d'inversion**



• **Cas général : trains à N engrenages**

- On généralise les équations précédentes.

$$R_{S/E} = \frac{n_S}{n_E} = (-1)^y \frac{\text{produit } Z_{\text{roues menantes}}}{\text{produit } Z_{\text{roues menées}}}$$

$$R_{S/E} = \frac{n_S}{n_E} = (-1)^y \frac{Z_1 \cdot Z_3 \dots Z_{N-1}}{Z_2 \cdot Z_4 \dots Z_N}$$

$$R_{S/E} = \frac{n_S}{n_E} = (-1)^y R_{2/1} \cdot R_{4/3} \dots R_{N/N-1}$$

Note : Le terme  $(-1)^y$  tient compte de la présence d'inverseurs avec  $y =$  nombre de contacts entre engrenages

