Exercice : Série N°2

Exercice 1 :

Soient $A =]-\infty; 3]$, $B =]-2; 7]$, et $C =]-5; +\infty[$ trois sous ensembles de **R**.

1. Trouver
   - $A \cap B$, $B \cap C$.
   - $A \cup B$, $B \cup C$.
   - $\mathbf{R} \setminus A$, $A \setminus B$.
   - $A \Delta B$, $B \Delta C$.
2. Soit $F = \{2n; n \in N\}$.
   - Trouver $\mathbf{N} \setminus (F)$.

Exercice 2 :

Soit $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = y$. Que signifient les formules suivantes :

1. $\forall x \in \mathbf{R}, \exists! y \in \mathbf{R} : f(x) = y$.
2. $\forall y \in \mathbf{R}, \exists x \in \mathbf{R} : f(x) = y$ (f est une application).
3. $(\forall x1, x2 \in \mathbf{R}$ si $f(x1) = f(x2)) \Rightarrow (x1 = x2)$. (f est une application).
4. $\forall y \in \mathbf{R}, \exists! x \in \mathbf{R} : f(x) = y$. (f est une application).

Exercice 3 :

Soit f une fonction définie de **R** dans **R** par $f(x) = x^2+1$

1. Trouver $f(2; 6)$; $f(]2; 6])$; et $f(]5; 7])$, et puis déduire $f(]2; 6] \cup]5; 7])$.
2. Déterminer $f^{-1}(\{2; 6\})$; $f^{-1}(]2; 6])$, $f^{-1}(]5; 7])$,et puis déduire $f^{-1}(]2; 6] \cup]5; 7])$ et $f^{-1}(]2; 6] \cap]5; 7])$.
3. Calculer $f(-2)$ et $f(2)$. f est-elle injective?
4. Déterminer $f(R)$. f est-elle surjective?
5. Déterminer un domaine (de départ) de I et un ensemble (d'arrivé) de J pour que f soit bijective.

Exercice 4 :

Considérons la relation binaire $x\mathbf{R}y \Leftrightarrow |x| = |y|$ pour $x, y \in \mathbf{R}$.

- Montrer que **R** est une relation d'équivalence.
- Pour $x \in \mathbf{R}$, Trouver la classe d'équivalence de x.