

Cours CAO / CFAO



CH I : Généralités

DR : Arslane Mustapha

MAB à L'université de M'sila

Table des matières



I - Chapitre I : Généralités	3
1. Système de CAO / CFAO	4
1.1. CAO (CAD): Conception assistée par ordinateur / (computer-aided design)	4
1.2. FAO (CAM) : Fabrication assistée par ordinateur (Computer-aided manufacturing)	4
1.3. CFAO (CAD/CAM) Conception et fabrication assistées par ordinateur	5
1.4. DAO (ICG) Dessin assisté par ordinateur (interactive computer graphics)	5
1.5. IAO (CAE): Ingénierie assistée par ordinateur (computer aided engineering)	5
1.6. GFAO (CIM): Gestion de production assistée par ordinateur (computer integrated manufacturing)	6
1.7. MOCN (NCM): Machine-outil à commande numérique (numerical control machine)	6
1.8. BD (DB): Base de données (data base)	7
1.9. Qu'est que la CAO ?	7
2. Processus de conception	9
2.1. Processus de conception	10
3. Évaluation des Coûts de la Non-Qualité et Optimisation de la Conception Produit	12
4. Modélisation des courbes	12
4.1. Courbes de Bézier	13
4.2. Courbes Spline	14
4.3. Courbes NURBS (Non-uniform rational B-spline)	16
4.4. Conclusion	17
5. Modélisation des surfaces	18
5.1. Un tout petit peu d'histoire	19
5.2. Techniques et méthodes de modélisation	19
6. Modélisation des solides	21
6.1. Objectifs à atteindre pour représenter un objets	22
6.2. Méthodes de modélisation	22
7. Conclusion :	23

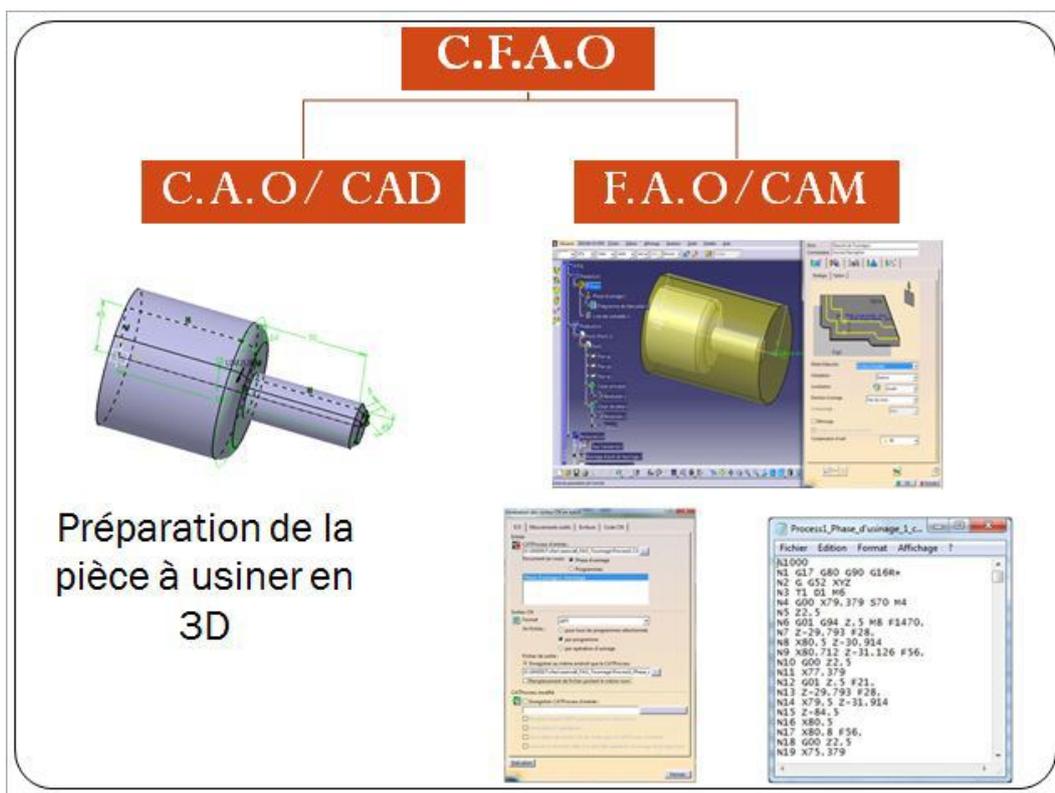
Chapitre I : Généralités



La **CFAO** ou conception et fabrication assistées par ordinateur est la technologie reliée à l'utilisation de l'ordinateur pour des fins de design et de production. Cette technologie évolue de plus en plus vers l'intégration de toutes les activités de production manufacturière.

La **CFAO** est la synthèse de la **CAO** et de la **FAO** apparue dans les années 1970 avec l'introduction des machines-outils à commande numérique

La **C.F.A.O** fait gagner du temps, des ressources, et des coûts de production grâce à sa souplesse et à sa précision.



Cycle CFAO

1.3. CFAO (CAD/CAM) Conception et fabrication assistées par ordinateur

Application des techniques informatiques regroupant les activités de CAO et de FAO. Les systèmes de CAO /FAO ont révolutionné les techniques de conception et de fabrication. Les concepteurs n'ont désormais plus à résoudre d'équations mathématiques pour calculer des tangences, des intersections, des positions, ou des surfaces complexes. L'utilisation d'ordinateurs pour la conception géométrique et la génération de programmes de commande numérique (CN) procure une réalisation et des modifications quasi-immédiates. La C.A.O/F.A.O fait gagner du temps, des ressources, et des coûts de production grâce à sa souplesse et à sa précision.



Figure3 : CFAO dentaire

1.4. DAO (ICG) Dessin assisté par ordinateur (interactive computer graphics)

Application des techniques informatiques de graphisme dont le but est la visualisation et la réalisation du dessin d'un objet ou d'un modèle conçu en CAO.

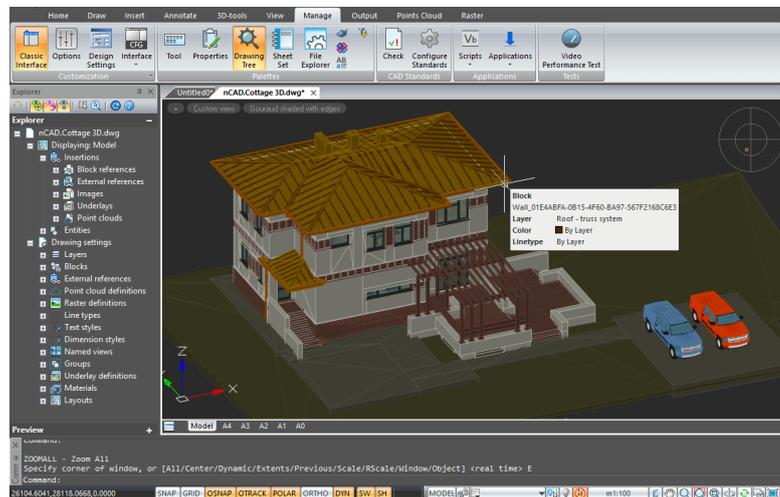


Figure4 : FAO_ICG

1.5. IAO (CAE): Ingénierie assistée par ordinateur (computer aided engineering)

Ensemble des procédures et des techniques informatiques de graphisme, d'analyse et de gestion utilisées dans la conception et la fabrication d'un objet ou d'un système mécanique.

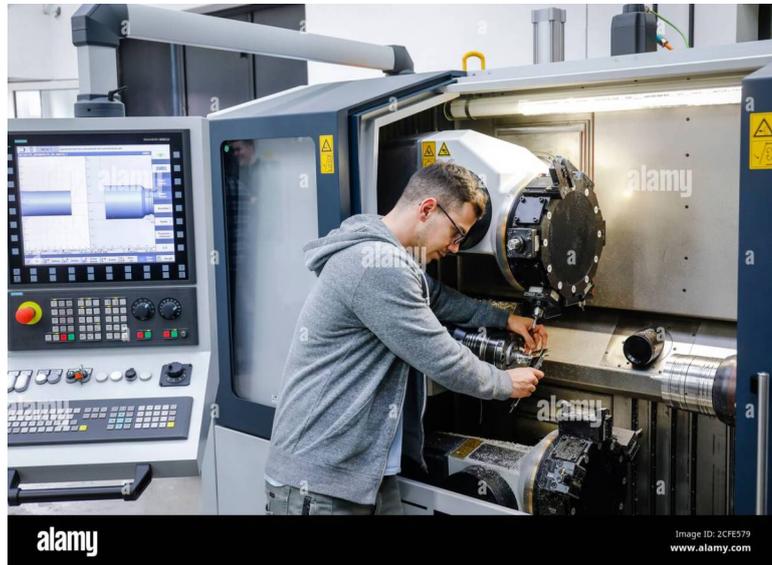


Figure7 : MOCN_NCM

1.8. BD (DB): Base de données (data base)

Collection généralisée et intégrée de données qui est structurée selon un format particulier de façon à être accessible à différents logiciels de traitement informatique.



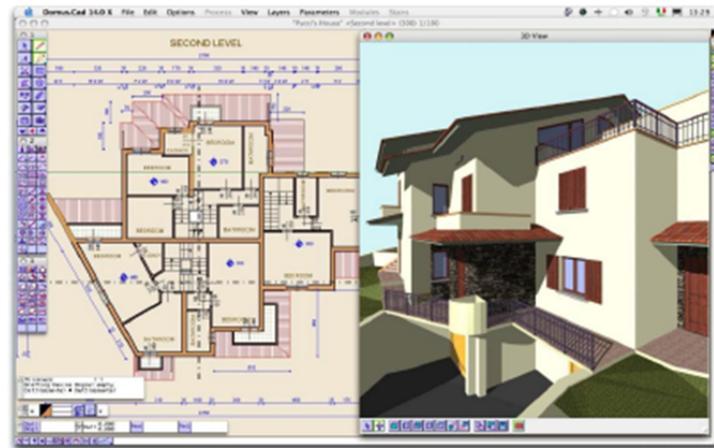
Figure 8 : BD_DB

1.9. Qu'est que la CAO ?

Application des techniques informatiques de graphisme et d'analyse à l'ensemble des processus de design compris entre l'idée et la réalisation ou la fabrication du produit

En génie mécanique

Conception des pièces et systèmes mécaniques



Domus.cad – lisoft.com

Figure 11

En génie civile

Conception des structures comme en génie civile

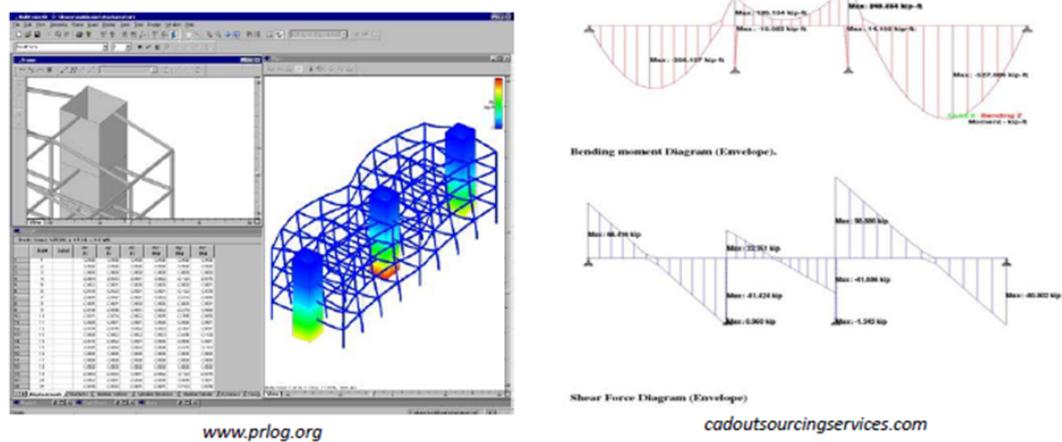


Figure 12

2. Processus de conception

Un processus systématique et intelligent durant lequel les concepteurs génèrent, évaluent et spécifient les conceptions d'appareils, de systèmes ou de procédés dont la forme et/ou les fonctions répondent à la fois aux objectifs du client et aux besoins des utilisateurs, tout en satisfaisant un ensemble précis de contraintes.

Parmi ces contraintes :

- Caractéristiques d'un problème de conception
- Processus qui transforme un problème incomplètement défini en un produit final;
- Peut mener à une multitude de solutions satisfaisantes sans qu'il ne s'en dégage une clairement meilleure;
- L'incertitude est inhérente au processus de conception.
- La prise de décision est difficile:

1. Basée sur de l'information incomplète;

2. Requiert compromis et consensus;

Exemple de compromis

- 210 sièges exigés en cabine dans un avion...
- 6 sièges/rangée ?
- 9 sièges/rangée ?
- 10 sièges/rangée ?

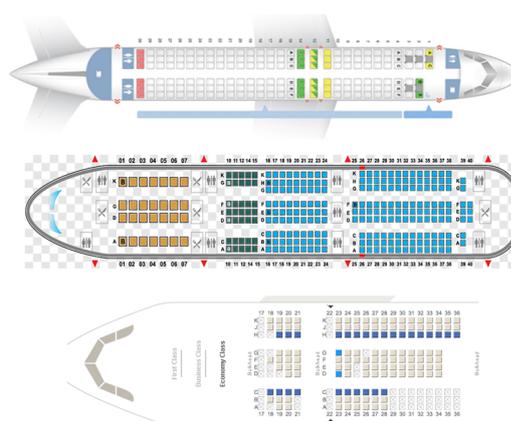
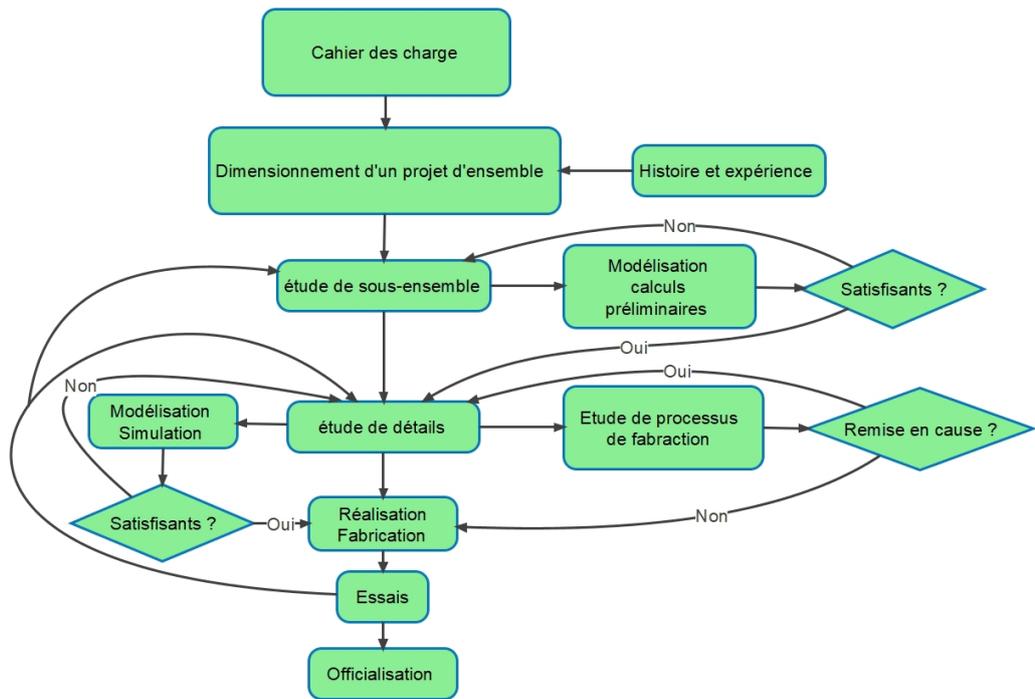


Figure 13 : Arrangement des sièges dans un avion

2.1. Processus de conception

- Définir le produit:
 1. Fonctions;
 2. Géométrie;
 3. Matériau; etc.
- Simuler, calculer:
 1. Comportement;
 2. Coût;
 3. Durée de vie; etc.
- Préparer sa fabrication:
 1. Mode d'obtention du brut;
 2. Procédés;
 3. Finition; etc.



Étapes principales

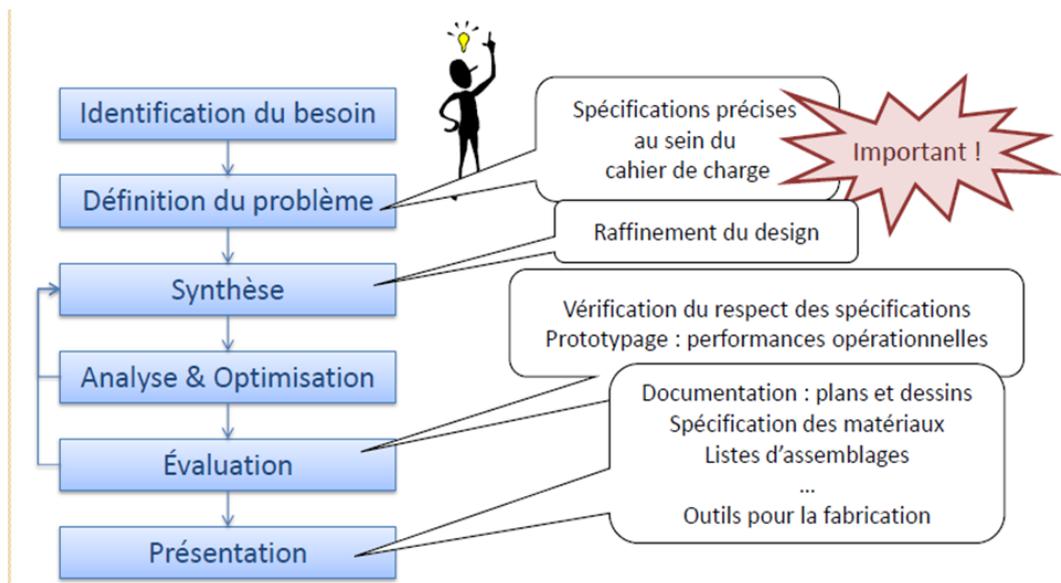


Figure 15

Exemple du développement aéronautique

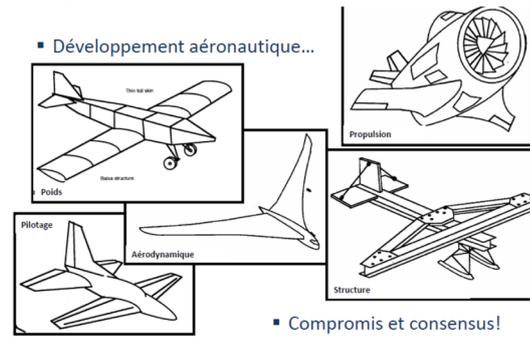


Figure 16

3. Évaluation des Coûts de la Non-Qualité et Optimisation de la Conception Produit

- On estime que 70% des coûts résultant de la non qualité seraient dus à une mauvaise conception. De plus on constate que la conception du produit est pratiquement responsable de 75% du coût du produit.
- Lorsque le produit sort du bureau d'études (sortie de la phase de développement) le coût du produit est déjà prédéterminé pour près 75% et les possibilités de réduction des coûts ne peuvent donc s'exercer que sur les 25% restants

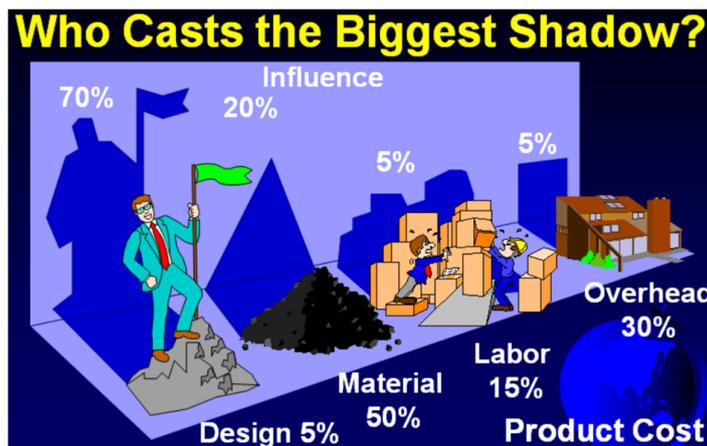
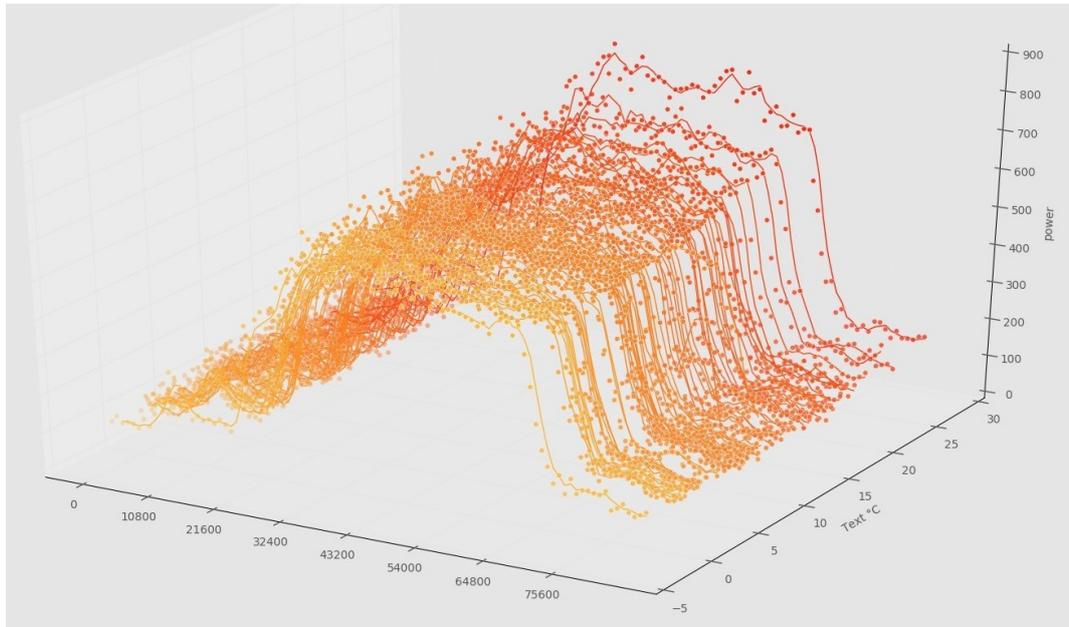


Figure 17

4. Modélisation des courbes

Dans l'ordinateur, représenter des objets est important pour différentes disciplines comme la réalité virtuelle, la conception assistée par ordinateur ou la fabrication assistée par ordinateur. La modélisation géométrique des objets est une étape nécessaire où on décrit ces objets avec des formules mathématiques pour effectuer des opérations comme la réunion, l'intersection ou le complément. Cela permet de les représenter graphiquement, que ce soit des éléments simples comme des courbes, surfaces, ou volumes, ou des éléments composés par la combinaison de ces éléments simples. Les débuts de cette discipline remontent aux années 1960 avec des pionniers tels que J. Ferguson et S. Coons aux États-Unis, et P. de Casteljau et P. Bézier en France, qui ont travaillé dans des industries comme Boeing, Ford, Citroën, et Renault. Ce chapitre propose une introduction à la modélisation géométrique en examinant certaines propriétés des courbes.



Fondamental

Étant donnés n points (de \mathbb{R}^2 ou de \mathbb{R}^3), trouver une courbe passant

- par les points \Rightarrow interpolation
- près des points \Rightarrow lissage ou interpolation

4.1. Courbes de Bézier

Une **courbe de Bézier** est une courbe définie mathématiquement par des points de contrôle. Elle porte le nom du mathématicien français **Pierre Bézier**, qui l'a popularisée dans les années 1960. La courbe est créée en interpolant (liant) les points de contrôle de manière à former une forme lisse et courbée. La courbe de Bézier peut être de différents degrés, en fonction du nombre de points de contrôle utilisés.

Les courbes de Bézier sont largement utilisées en modélisation géométrique, en conception assistée par ordinateur (CAO) et en animation graphique. Elles offrent une manière flexible de définir des formes complexes avec un contrôle précis sur la courbure et la trajectoire. En plus des courbes de Bézier, il existe également des surfaces de Bézier, qui étendent le concept aux formes bidimensionnelles.

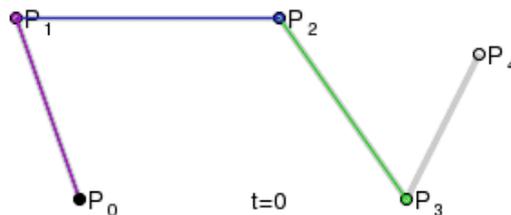


Figure 18

Définition : Définition mathématique

La courbe de Bézier pour les $n+1$ points de contrôle (P_0, \dots, P_n) , est l'ensemble des points définis par la représentation paramétrique

$$P(t) = \sum_{i=0}^n B_i^n(t) \cdot P_i \quad \text{"pour } t \in [0 ; 1] \text{ et où les " } B_i^n \text{ " sont les polynômes de Bernstein"}$$

Remarque

Puisque les polynômes de Bernstein forment une partition de l'unité, on $\sum_{i=0}^n B_i^n(t) = 1$. La somme des coefficients est donc non nulle pour tout t, donc tous les points P(t) de la courbe sont correctement définis.

4.1.1. Propriétés

- La courbe est à l'intérieur de l'enveloppe convexe des points de contrôle.
- La courbe commence par le point P0 et se termine par le point Pn, mais ne passe pas a priori par les autres points de contrôle qui déterminent cependant l'allure générale de la courbe.
- $\overrightarrow{P_0P_1}$ est le vecteur tangent à la courbe en P0 et $\overrightarrow{P_{n-1}P_n}$ au point Pn.
- La courbe de Bézier est un segment si et seulement si les points de contrôle sont alignés.
- Chaque restriction d'une courbe de Bézier est aussi une courbe de Bézier.
- Un arc de cercle ne peut pas être décrit par une courbe de Bézier, quel que soit son degré.
- Une courbe de Bézier d'ordre 2 est un fragment de parabole si les points qui la définissent ne sont pas alignés.
- Le contrôle de la courbe est global : modifier un point de contrôle modifie toute la courbe, et non pas un voisinage du point de contrôle.
- Pour effectuer une transformation affine de la courbe, il suffit d'effectuer la transformation sur tous les points de contrôle.

4.1.2. Courbe de Bézier (Videos)

Exemple

Exemple de Courbe de Bézier

Exemple

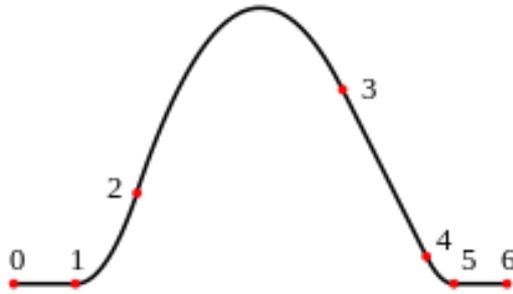
Exemple de Courbe de Bézier يبرعلاب

4.2. Courbes Spline

Définition

Une **courbe spline** est une fonction mathématique définie par morceaux à l'aide de polynômes. Elle est utilisée dans divers domaines tels que l'analyse numérique, le lissage de données expérimentales, la conception graphique et la représentation numérique de contours complexes.

Les courbes splines sont des outils puissants pour modéliser des **formes complexes** de manière lisse et continue. Elles sont largement utilisées dans les domaines de l'informatique graphique, de la **CAO** (conception assistée par ordinateur) et de l'analyse numérique.



Exemple de Spline

4.2.1. Types de Splines

Il existe plusieurs types de splines, chacun ayant ses propres caractéristiques. Les types de splines les plus courants sont les **splines linéaires**, **cubiques** et **B-spline**. Les splines linéaires sont le type de spline le plus simple, et sont utilisées pour interpoler des lignes droites. Les splines cubiques sont utilisées pour interpoler des courbes et sont composées de polynômes de degré trois. Les splines B sont plus complexes que les splines linéaires et cubiques, et sont composées de polynômes par morceaux de degré variable.

a) Définition mathématique

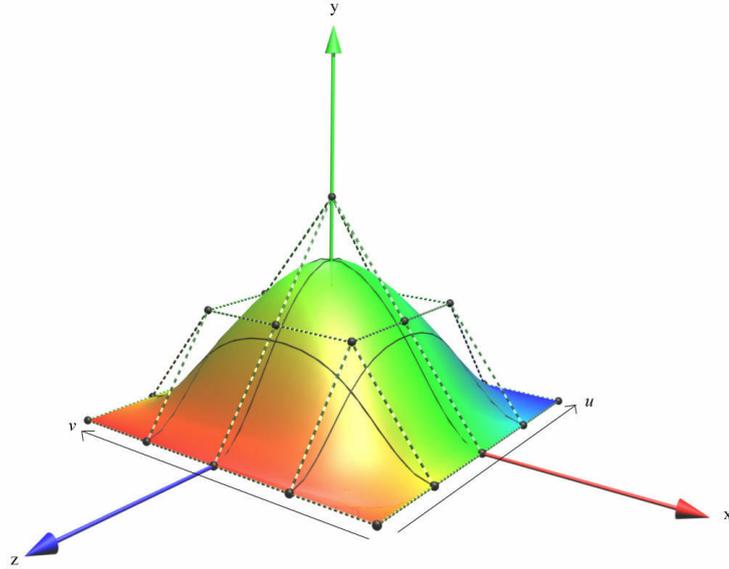
Pour définir une spline S de degré k il nous faut n points et $n-1$ polynômes q_i de degré k . La spline est alors définie de la manière suivante :

$$S(x) = q_i(x) = \sum_{j=0}^k a_{i,j} (x - x_i)^j \text{ pour } x \in [x_i, x_{i+1}] \text{ avec } i \in \{0, \dots, n-2\}$$

b) Propriétés

1. Définition par morceaux : Une spline est une fonction définie par morceaux, composée de plusieurs segments polynomiaux. Chaque segment est défini sur un intervalle spécifique.
2. Lissage : Les courbes splines sont conçues pour être lisses. Cela signifie que leurs dérivées sont continues jusqu'à un certain ordre. Cette propriété permet d'éviter les discontinuités et de créer des courbes agréables à l'œil.
3. Ordre de la spline : L'ordre d'une spline détermine le degré du polynôme utilisé pour chaque segment. Les splines cubiques (degré 3) sont les plus couramment utilisées, car elles offrent un bon équilibre entre flexibilité et simplicité.
4. Conditions aux limites : Les conditions aux limites définissent les valeurs des dérivées aux extrémités de la spline. Les conditions les plus courantes sont les conditions de Hermite (dérivées première et seconde) et les conditions de Catmull-Rom (dérivée première).
5. Interpolation : Les splines peuvent être utilisées pour interpoler des points de contrôle. Cela signifie qu'elles passent exactement par ces points, ce qui est utile pour la modélisation de courbes complexes.
6. B-splines : Les B-splines sont une forme particulière de courbes splines. Elles sont largement utilisées dans la conception assistée par ordinateur (CAO) et l'informatique graphique.

En résumé, les courbes splines sont des outils puissants pour modéliser des formes complexes de manière lisse et continue. Elles sont utilisées dans des domaines tels que l'animation, la conception de formes, le rendu graphique et bien d'autres encore.



Représentation NURBS

4.3.1. Avantages

- Facilité et précision pour évaluer une forme ;
- Capacité pour approximer des formes complexes ;
- Simplicité de construction et d'implémentation ;
- Faible complexité des algorithmes utilisés.

4.3.2. Définition mathématique

La formule d'une courbe **NURBS** est illustré de la manière suivante :

$$C(t) = \frac{\sum_{i=1}^m \omega_i \cdot P_i \cdot N_i^n(t)}{\sum_{i=1}^m \omega_i \cdot N_i^n(t)}$$

où les ω_i sont les poids des coordonnées homogènes des points de contrôle donnés P_i , m le nombre de nœuds, n le degré de la NURBS, N_i^n les coefficients calculés selon l'algorithme de Cox-de Boor, et $t \in [0,1]$.

Exemple

Courbe NURBS Video [يبرعلاب](#)

4.4. Conclusion

Les courbes jouent un rôle essentiel dans la modélisation et la **CAO** (Conception Assistée par Ordinateur) des formes complexes. Voici comment elles contribuent :

1. Représentation des formes :

- Les courbes permettent de décrire des formes variées, qu'elles soient 2D ou 3D.
- Elles servent à modéliser des contours, des profils, des bords et des surfaces.
- Par exemple, dans la conception de pièces mécaniques, les courbes définissent les contours des pièces.

2. Surface et volume :

- En reliant des courbes, on peut créer des surfaces complexes.
- Les surfaces sont utilisées pour modéliser des objets tridimensionnels.
- Les courbes sont les éléments de base pour générer des surfaces et des volumes.

3. Interpolation et approximation :

- Les courbes permettent d'interpoler (relier) des points de contrôle pour créer des formes lisses.
- Elles sont également utilisées pour approximer des formes complexes à partir de données discrètes.

4. Animation et rendu :

- Dans l'animation 3D, les courbes définissent les trajectoires des objets en mouvement.
- Elles contrôlent les mouvements des personnages, des caméras et des lumières.
- Les courbes sont essentielles pour créer des animations fluides et réalistes.

5. Courbes NURBS :

- Les courbes NURBS (Non-Uniform Rational Basis Splines) sont largement utilisées en CAO.
- Elles offrent une flexibilité pour modéliser des surfaces complexes avec des propriétés de lissage.
- Les NURBS sont couramment utilisées dans des logiciels tels que AutoCAD, SolidWorks et Rhino.

En somme, les courbes sont des éléments fondamentaux pour représenter, modéliser et animer des formes complexes dans le domaine de la CAO et de la modélisation 3D.

5. Modélisation des surfaces

La modélisation de surfaces est le processus de création d'une représentation 3D d'une surface. Elle est utilisée dans divers domaines comme l'ingénierie, l'architecture et la conception de produits.

Objectifs:

- Représenter des formes géométriques complexes
- Créer des simulations et des analyses
- Visualiser des concepts et des designs
- Fabriquer des prototypes et des produits finis

Modélisation 3D des surfaces



5.1. Un tout petit peu d'histoire

Modélisation surfacique (années 1960 – 70)

- De Casteljau (Citroën)
- Bézier (Renault)
- Coons (General Motors)
- Ferguson (Boeing)

5.2. Techniques et méthodes de modélisation

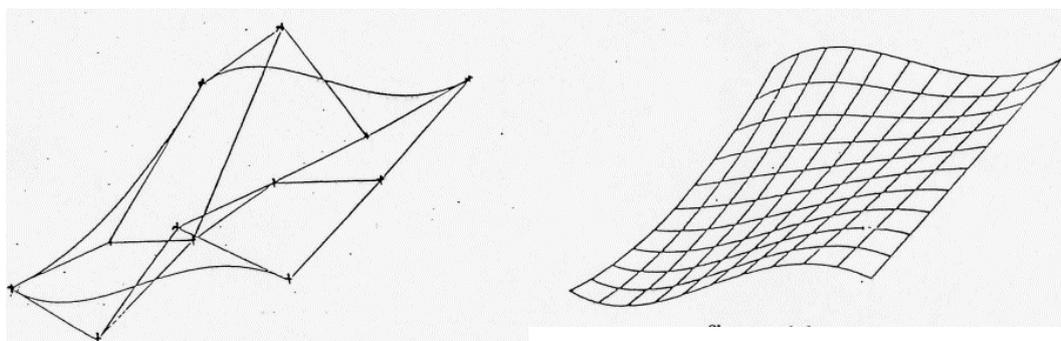
Il existe différentes approches et techniques de modélisation des surfaces, et voici quelques-unes des méthodes couramment utilisées :

Méthode : Surfaces Bézier :

Les courbes de Bézier et les surfaces de Bézier sont largement utilisées dans la modélisation graphique. Elles sont définies par des points de contrôle qui déterminent la forme de la courbe ou de la surface.

On utilise les polynômes de Bézier comme fonctions de mélange :

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_{j,m}(u) P_{i,j} B_{i,n}(v), \quad 0 \leq u, v \leq 1$$



Surfaces Bézier

 **Remarque : Avantages :**

- interprétation aisée des points de contrôle
- bon contrôle de la surface

Inconvénients :

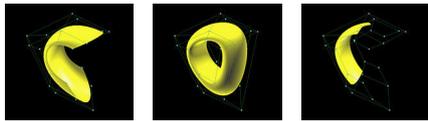
- le degré du polynôme est dépendant du nombre de points de contrôle
- le contrôle de la courbe est global

 **Méthode : Surfaces B-splines :**

Les surfaces B-splines sont une généralisation des surfaces de Bézier, offrant une plus grande flexibilité.

$$P(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{j,m}(u) P_{i,j} N_{i,n}(v), \quad 0 \leq u, v \leq 1$$

Clamped, Closed and Open B-spline Surfaces



 **Remarque : Avantages :**

- le degré du polynôme est indépendant du nombre de points de contrôle
- le contrôle de la courbe est local

Inconvénients :

- La surface ne passe par aucun point de contrôle

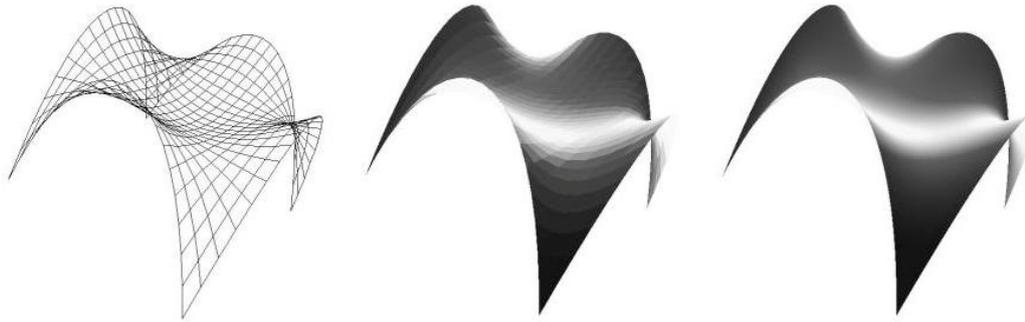
 **Méthode : Surfaces NURBS**

Une surface NURBS est définie par une combinaison pondérée de fonctions B-splines dans deux directions. Les poids ajoutent une souplesse supplémentaire en permettant de contrôler l'influence de chaque point de contrôle sur la forme finale de la surface.

Les surfaces NURBS s'obtiennent par extension de la définition des courbes NURBS :

- deux vecteurs de nœuds T et S, un pour chacune des variables t et s,
- (m+1) x (n+1) points de contrôle $P_{i,k}$
- (m+1) x (n+1) fonctions de pondération $R_{m,n,i,k}$ déduites des fonctions de pondération des B-splines $S_{m,k}$ au moyen de (m+1) x (n+1) poids $w_{i,k}$:

$$R_{m,n,i,k}(t) = \frac{w_{i,k} S_{m,i}(t) S_{n,k}(s)}{\sum_{j,l} w_{j,l} S_{m,j}(t) S_{n,l}(s)}, \quad N(t, s) = \sum_{j,k} R_{m,n,i,k}(t) P_{i,k}, \quad (t, s) \in [0, 1]^2$$



Surfaces NURBS

Propriétés

- Flexibilité: Représentation de formes complexes allant des simples surfaces planes aux formes organiques.
- Lissage: Génération de surfaces lisses et continues, sans angles brusques.
- Contrôle local: Modification de la forme de la surface en ajustant les points de contrôle et leurs poids.
- Degré: Le degré des fonctions B-splines définit la courbure maximale de la surface.

Remarque : Avantages :

-
- Facilité de création et de manipulation de surfaces complexes.
 - Représentation précise des formes géométriques 3D.
 - Largement utilisées dans la CAO et la FAO pour la conception, la simulation et la fabrication

Inconvénients :

- Les surfaces NURBS peuvent être plus lourdes en termes de calcul que les surfaces B-splines.
- Processus de conversion des surfaces NURBS en maillages polygonaux pour le rendu, peut être coûteuse en temps et en ressources.
- La conversion des surfaces NURBS en formats de maillage peut entraîner une perte de précision.

6. Modélisation des solides

Un modèle d'objet constitue une représentation "idéalisée" ou simplifiée, visant à faciliter l'observation de l'objet. La création d'un tel modèle, destiné à représenter la structure géométrique d'un objet, présente divers avantages :

- Certains aspects du modèle peuvent être analysés plus aisément que ceux de l'objet réel lui-même.
- L'objet en question peut ne pas être physiquement présent.
- Il peut être impossible d'observer directement l'objet.
- L'observation de l'objet peut entraîner des coûts prohibitifs ou nécessiter un contrôle expérimental.

Exemple de Solides (Gas turbine components)



6.1. Objectifs à atteindre pour représenter un objet

- précision de l'image;
- possibilité de visualiser, d'analyser ou de manipuler l'objet selon n'importe quelle direction d'observation;
- capacité de recueillir toutes les informations pertinentes décrivant l'objet nécessaires à chaque application;
- représentation non ambiguë de l'objet;
- réduction du nombre de paramètres décrivant l'objet;
- simplification de calcul de certaines mesures;
- approche systématique de construction d'objets à partir de formes connues.

6.2. Méthodes de modélisation

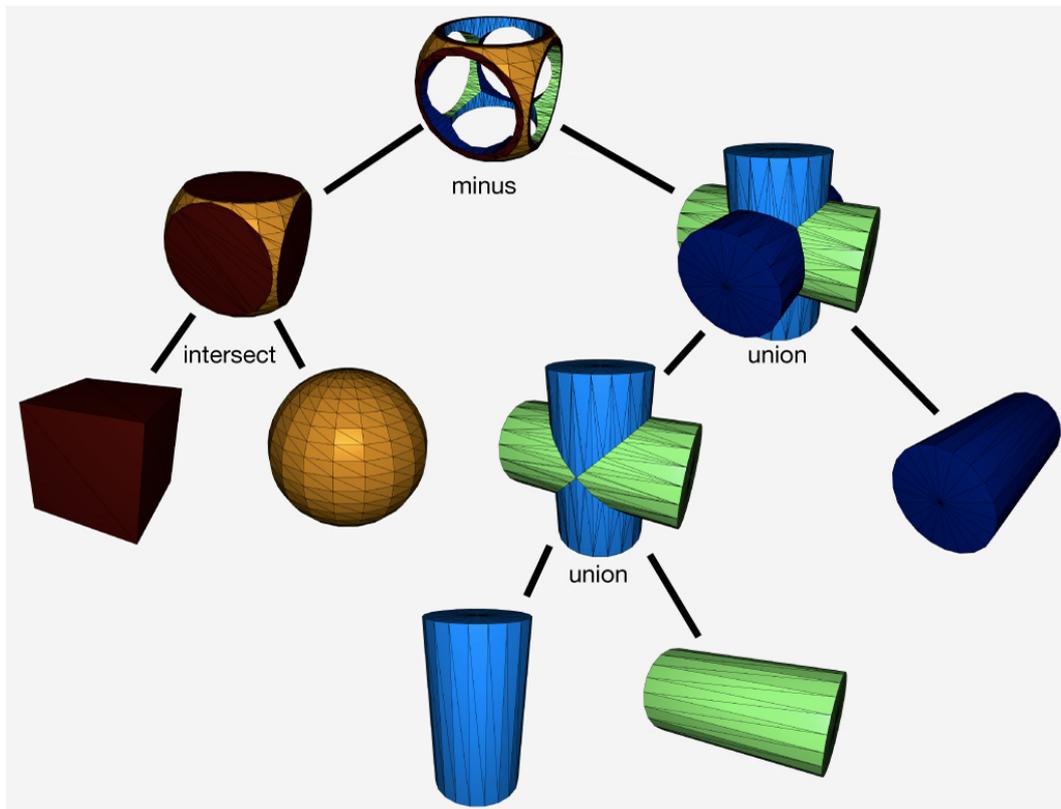
La modélisation géométrique des solides repose sur deux méthodes principales :

- la **CSG** (ou "modélisation solide" ou "modélisation volumique")
- la **B-Rep** ("Boundary Representation" également appelée "modélisation surfacique").

Méthode : La géométrie de construction de solides

("Constructive Solid Geometry" : **CSG** en anglais) est une branche de la modélisation des solides (ou modélisation tridimensionnelle).

Cette technique de modélisation géométrique concerne la représentation d'un objet solide comme combinaison d'objets solides simples (exemple : cylindre, sphère, cône, tore, etc.) à l'aide d'opérateurs géométriques booléens (exemple : union, intersection, soustraction).



Exemple d'arbre CSG

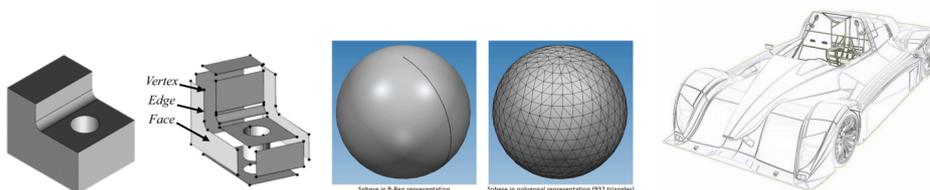
La géométrie de construction de solides est stockée sous une forme arborescente (arbre) qui décrit : l'opération et les éléments manipulés. L'utilisation d'arbre permet de faire très facilement des modifications.

✂ Méthode : La méthode B-Rep (Boundary Representation) / Modèles frontières

Il s'agit d'un mode de représentation indirect d'un solide en décrivant l'enveloppe du solide à l'aide de ses frontières : sommets, arêtes et facettes. Il existe des modèles simplifiés : les modèles en "fil de fer"

- Ils permettent de représenter uniquement le contour des objets.
- Les objets sont représentés à partir d'un ensemble de segments de droite reliés éventuellement par leurs extrémités.
- Les extrémités des segments de droite et les liens existant entre eux sont stockés.

Représentation B-rep



7. Conclusion :

En conclusion, la **CAO** et la **CFAO** sont des technologies révolutionnaires qui ont transformé de nombreux aspects de la conception et de la fabrication. Elles offrent de nombreux avantages, notamment :

Conclusion :

- Amélioration de la précision et de la qualité : La **CAO** et la **CFAO** permettent de créer des modèles et des prototypes précis, ce qui réduit les erreurs et améliore la qualité des produits finis.
- Réduction du temps et des coûts : Les processus automatisés de la **CFAO** permettent de réduire le temps de fabrication et les coûts associés.
- Amélioration de la collaboration : La **CAO** et la **CFAO** facilitent la collaboration entre les équipes de conception et de fabrication, ce qui permet d'améliorer la communication et la coordination.
- Meilleure innovation : La **CAO** et la **CFAO** permettent aux concepteurs d'explorer de nouvelles idées et de créer des produits plus innovants.

L'avenir de la **CAO** et de la **CFAO** est prometteur. De nouvelles technologies, telles que l'impression 3D et l'intelligence artificielle, sont en train de révolutionner ces domaines. Dans les années à venir, la **CAO** et la **CFAO** continueront de jouer un rôle important dans la conception et la fabrication de produits de haute qualité.