

Date : 15/01/2023

Durée : 1h30

Examen final de **Mathématiques 1**

Exercice 1. (5 points)

Soit $\mathcal{R}$ la relation définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ par

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x\mathcal{R}y \iff x - y = x^2 - y^2$$

- (1) Montrer que $\mathcal{R}$ est une classe d'équivalence.
- (2) Déterminer la classe d'équivalence de $x = \frac{1}{2}$.

Exercice 2. (5 points)

Soit $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ l'application définie par

$$f(x) = \ln x - 2$$

- (1) Déterminer $f([1, e^3])$.
- (2) Déterminer $f^{-1}([3, 4])$.
- (3) Montrer que f est bijective.

Exercice 3. (5 points)

- (1) Citer le théorème des accroissements finis.
- (2) En utilisant ce théorème, montrer que

$$\forall x > 0, \quad \frac{x}{1+x^2} < \arctan x < x.$$

Exercice 4. (5 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{\ln(\cosh x)}{x \ln(1+x)}$

- (1) Calculer le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de la fonction f
- (2) Dédire les valeurs $\lim_{x \rightarrow 0} f(x), f'(0), f''(0)$.
- (3) Etudier la position de la courbe de f par rapport à sa tangente au voisinage de 0

Bonne Chance

Mr. El-hadi KAMEL