

Introduction :

Si les ruptures n'existaient pas, les ingénieurs seraient pratiquement inutiles et chacun pourrait construire un pont, un avion ou une maison sans le moindre risque de destruction de la structure 11□. La théorie de la mécanique de la rupture est un moyen pour estimer la stabilité des fissures qui peuvent survenir à cause des défauts. Elle permet de prévoir l'évolution de la fissure jusqu'à la ruine de la structure.

A ce jour, basé sur les expériences, la théorie de la mécanique de la rupture n'est nullement une science de base exhaustive et exacte, cependant, deux approches ont été proposées :

- 1- L'approche locale : qui consiste à l'étude de la distribution des contraintes au voisinage de la fissure par l'introduction du facteur d'intensité de contrainte.
- 2- L'approche globale : dite aussi approche énergétique, elle procède par le calcul de l'énergie disponible pour la propagation de fissures dans la structure considérée (Griffith 1920).

1. Approche atomique de la rupture fragile

La rupture fragile s'accompagne de très peu de déformation plastique. Dans les alliages métalliques, elle est de type (figure II.1) soit :

- transgranulaire : rupture par clivage ou par glissement dans un grain ;
- intergranulaire : rupture par glissement le long des joints de grains

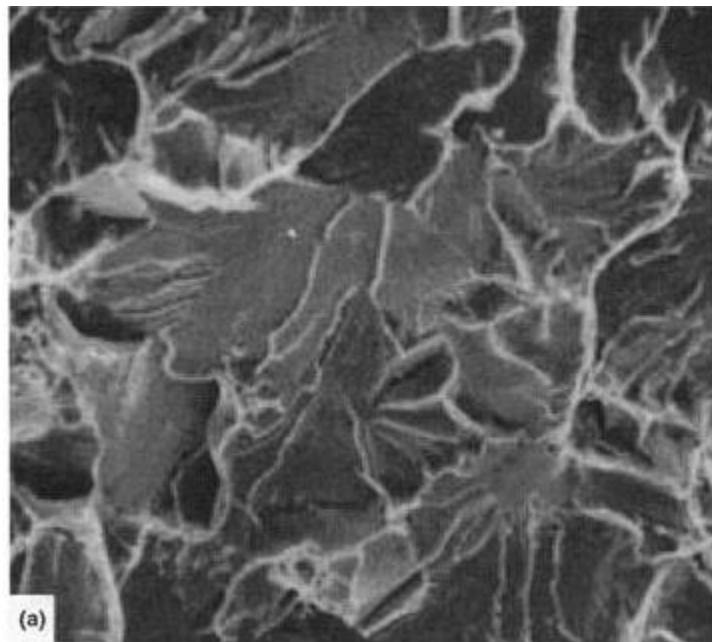


Figure II.1 : (a) Clivage dans un acier doux ruptures transgranulaire

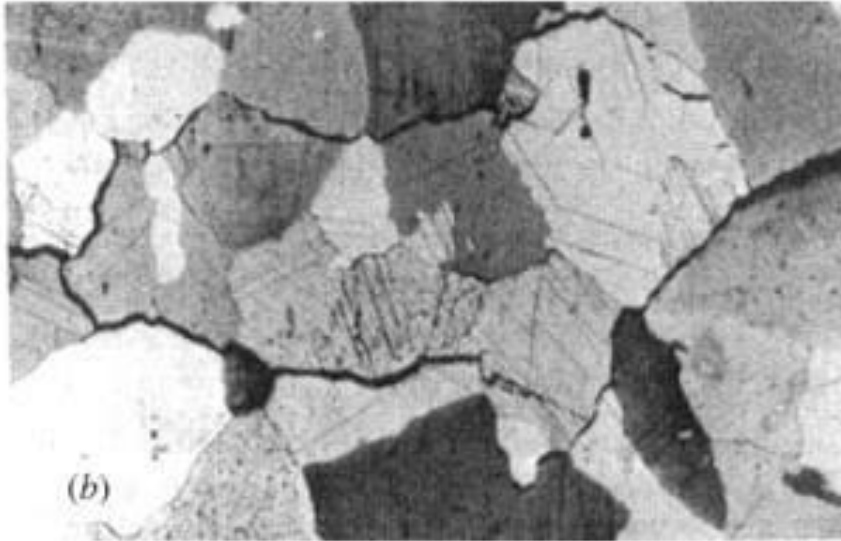


Figure II.1 : (b) intergranulaire (décohésion) dans un acier doux à gros grains.

L'approche atomique consiste à étudier une rupture par clivage en considérant les forces des liaisons atomiques ; la figure II.2 présente schématiquement ce type de rupture fragile qui se développe en mode d'ouverture, ou mode I selon la classification de la MLR.

Le clivage opère par rupture des liaisons inter atomiques dans une direction perpendiculaire au plan de rupture. Il se produit préférentiellement le long de plans atomiques bien définis qui dépendent des matériaux. Par exemple, les matériaux cubiques centrés clivent selon les plans (100) alors que les cubiques faces centrées clivent difficilement.

Pour calculer la contrainte de liaison atomique, il est nécessaire d'introduire **la distance inter atomique r** , puis de considérer la relation entre le déplacement des atomes, autour de leur position d'équilibre r_0 , et la force appliquée. Cette force est la somme d'une composante d'attraction (en $1/r^2$) et d'une composante de répulsion (en $-1/r^9$).

La contrainte de liaison est donc de la forme :

$$\sigma = A \{ (r_0/r)^2 - (r_0/r)^9 \} \quad \text{II.1}$$

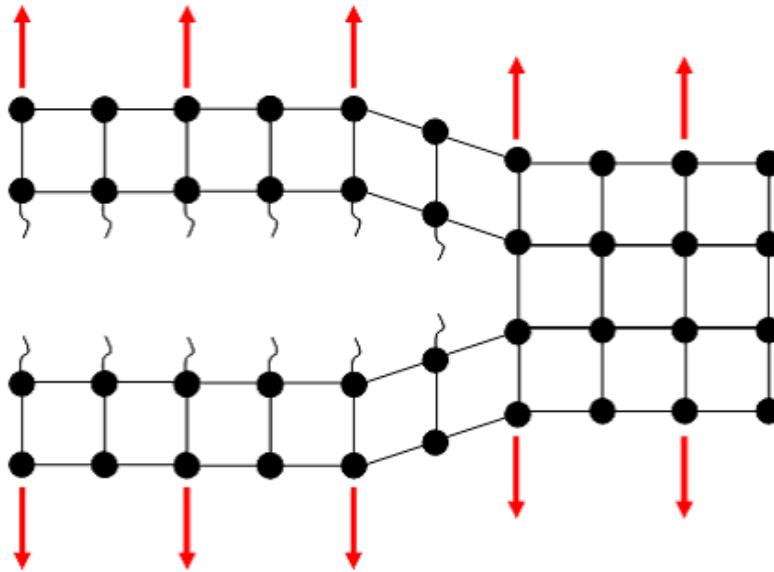


Figure II.2 : rupture par clivage (mode I de rupture)

Par la suite, nous entendons par contrainte théorique de clivage la valeur maximale, notée σ_c , de la fonction (r) dont la courbe est représentée sur la σ figure II.3 .Afin de mieux comparer les valeurs théorique et expérimentale de la contrainte de rupture par clivage, nous allons donner une approximation de la valeur théorique par deux méthodes différentes.

1. Première méthode

La déformation étant donnée par $\varepsilon = \log r / r_0$, le module d'Young E s'écrit :

$$E = (d\sigma / d\varepsilon) r / r_0 = r_0 (d\sigma / dr) r / r_0 \quad \text{II,2}$$

soit en utilisant la relation II.1 :

$$E = 7A \quad \text{II,3}$$

La contrainte théorique de clivage σ_c est définie par la condition d

$$d\sigma / dr = 0, \text{ soit } : r_0 / r = 0.18$$

Il vient finalement :

$$\sigma_c = E / 14 \quad \text{II,4} \quad \sigma_c = E / 14 \quad \text{II,4}$$

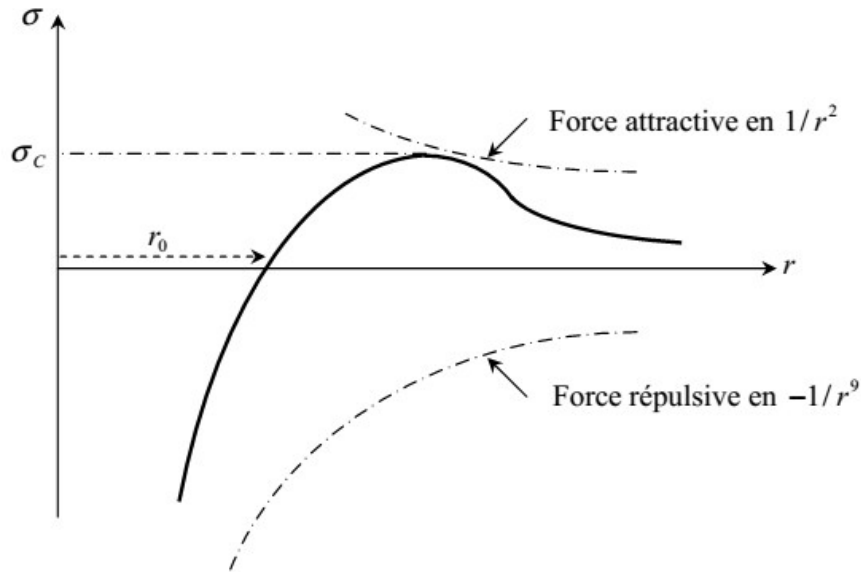


Figure II.3 : Courbe représentative de la fonction r tend vers $\sigma(r)$

2. Seconde méthode

Pour simplifier les calculs, on choisit parfois d'identifier la portion de la courbe représentative de la fonction $r \sigma(r)$ correspondant aux abscisses supérieures ou égales à r_0 , à une sinusoïde (figure II.3). La quantité α est alors définie de sorte que le produit αr_0 soit l'abscisse en laquelle le maximum de la contrainte est atteint. Sous cette hypothèse, la contrainte de liaison pour $r > r_0$ s'écrit

$$\sigma = \sigma_c \sin \left\{ \left(\frac{\pi}{2(\alpha-1)} \right) \left(\frac{r}{r_0} - 1 \right) \right\} \quad \text{II.5}$$

Si bien que le module d'Young devient

$$E = r_0 \left(\frac{d\sigma}{dr} \right)_{r=r_0} = \frac{\pi}{2(\alpha-1)} \sigma_c \quad \text{II.6}$$

$$w = \int_{r_0}^{\infty} 2(\alpha-1) r_0 \sigma dr \quad \text{II.7}$$

D'autre part, on appelle énergie de cohésion par unité de surface, la quantité notée W , et définie par : (aire hachurée – figure II.4), soit

$$w = 4 \frac{\alpha - 1}{\pi} r_0 \sigma_c$$

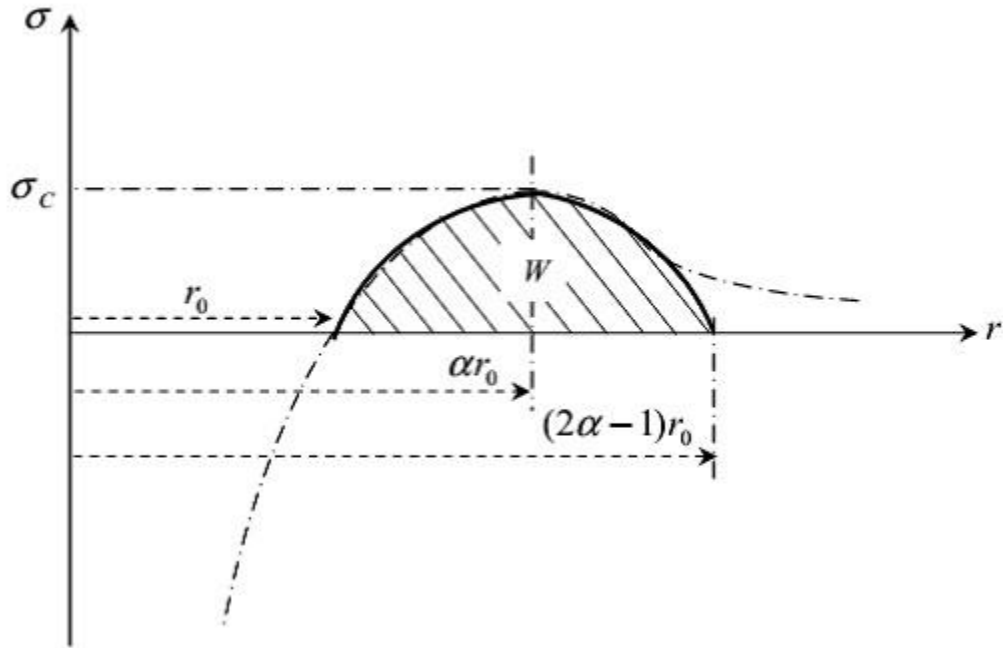


Figure II.4 : approximation sinusoïdale de la contrainte de liaison σ .

Or lors de la rupture, deux surfaces sont créées : on décide donc de poser $W = 2 \gamma S$.

Où γS est appelée l'énergie de création de surface. Ce qui nous permet d'écrire la nouvelle formule :

$$\gamma S = 2 (\alpha - 1) / \pi \cdot r_0 \sigma_c \quad \text{II.8}$$

La comparaison des égalités II.6 et II.8 permet d'éliminer le coefficient α et d'obtenir

L'expression $\gamma S = \sigma_c / E \cdot r_0 \sigma_c$, soit

$$\sigma_c = \sqrt{(E \gamma S / r_0)} \quad \text{II.9}$$

$$E/10 \leq \sigma_c \leq 4/E. \quad \text{II.10}$$

2. Concentration de contraintes près d'un défaut

Les calculs de dimensionnement des structures sont principalement basés sur la théorie de l'élasticité. Lorsque la limite d'élasticité est dépassée, des déformations plastiques se développent, ce qui nécessite l'utilisation des théories plus compliquées de la plasticité. 4

Cependant, la fatigue des matériaux ou encore la corrosion sous tension, se produisent le plus souvent à des niveaux de contrainte relativement bas où la théorie de l'élasticité est applicable. Dans les structures, des entailles géométriques dues à des changements brusques de section (épaulements, gorge, cannelure, orifice de lubrification ...) sont souvent inévitables compte tenu de leur rôle fonctionnel. Au voisinage de ces incidents de forme, les répartitions des

contraintes sont inhomogènes et conduisent à des concentrations de contraintes : la figure II.5 illustre ces concentrations où l'on observe que la contrainte atteinte à la racine du trou est bien plus élevée que la contrainte nominale σ_{nom} de traction appliquée à la plaque.

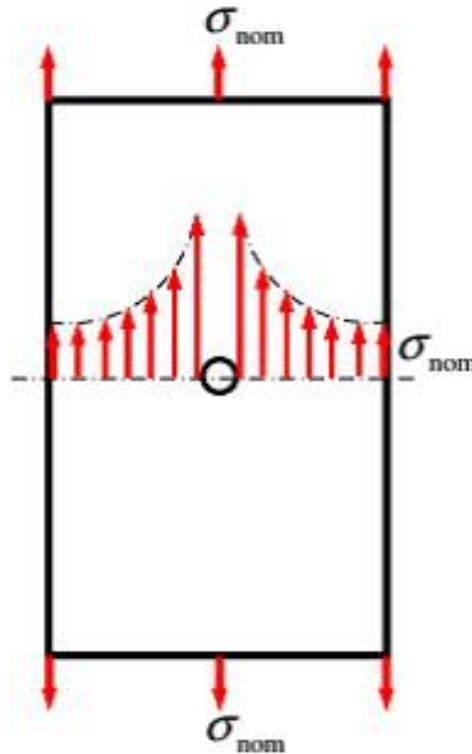


Figure II.5 : Répartition des contraintes autour d'un trou dans une plaque

Le facteur de concentration des contraintes est le rapport de la contrainte maximale (σ_{max}) observée à la racine de l'incident de forme sur la contrainte nominale (σ_{nom}) à laquelle la structure est soumise. Ce facteur, noté K_t est donné par :

$$K_t = \sigma_{max} / \sigma_{nom} \quad \text{II.11}$$

La sévérité de la concentration de contraintes dépend de la géométrie et de la configuration de l'entaille. Lorsqu'on conçoit une structure, on cherche à réduire autant que possible les concentrations de contraintes pour éviter notamment les problèmes de rupture par fatigue. Ce chapitre traite des différents aspects des concentrations des contraintes et des effets de la géométrie sur le facteur K_t : c'est l'une des questions fondamentales pour le dimensionnement en fatigue des structures.

A . Détermination théorique du facteur de concentration de contraintes

Considérons une plaque avec un trou elliptique central, très petit par rapport aux dimensions de la plaque (figure II.6a).

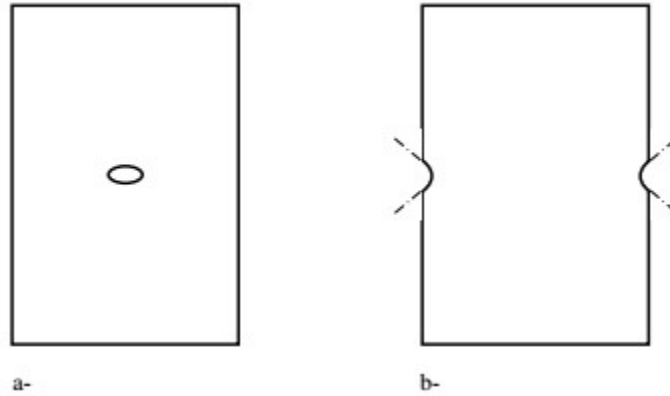


Figure II.6 a- Entaille elliptique et b- entaille hyperbolique

a.1) Plaque uniformément chargée

La figure II.7 représente une plaque uniformément chargée, autrement dit, la contrainte σ_∞ appliquée à la plaque est perpendiculaire en tout point à ses extrémités. Cette plaque est percée d'un très petit trou elliptique. On utilise les résultats du chapitre précédent pour déterminer les potentiels complexes $\chi(z)$ et $\phi(\bar{z})$ associés à cette configuration de chargement

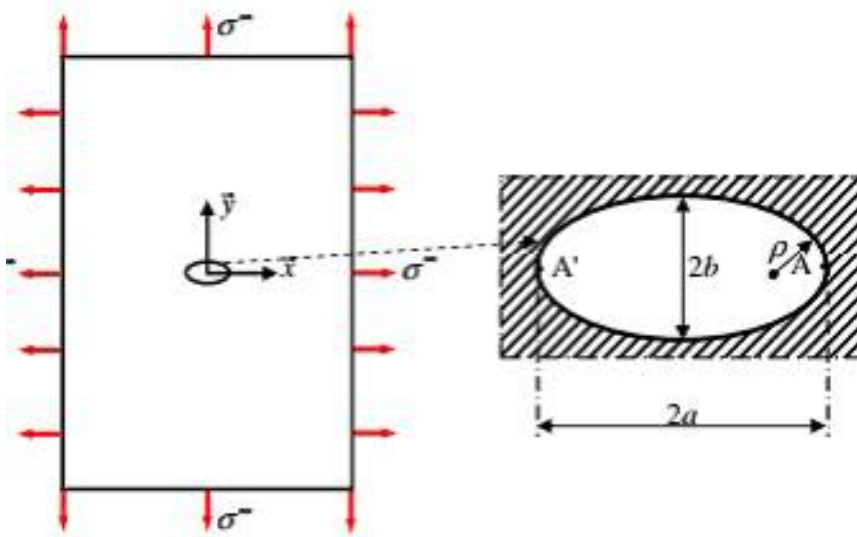


Figure II.7 Plaque uniformément chargée percée d'un trou elliptique de rayon à fond

Les conditions limites aux bords de la plaque, c'est-à-dire à l'infini compte tenu de la taille importante de la plaque comparée à celle du trou elliptique, sont données par :

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma \text{ et } \sigma_{xy} = 0 \quad \text{II.12}$$

Le facteur de concentration des contraintes K_t est quant à lui donné par : $K_t = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{nom}} = 2a/b$ II.13

Plaque percée d'un trou elliptique sollicitée en traction simple

Les conditions limites aux bords de la plaque (figure II.8), sont données par :

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma \text{ et } \sigma_{xy} = 0$$

Les conditions limites aux extrémités d'un trou elliptique, c'est-à-dire pour $\alpha = \alpha_0$, sont comme dans le cas précédent (plaque uniformément chargée).

$$K_t = 2\sqrt{(\rho/b)} \quad \text{II.14}$$

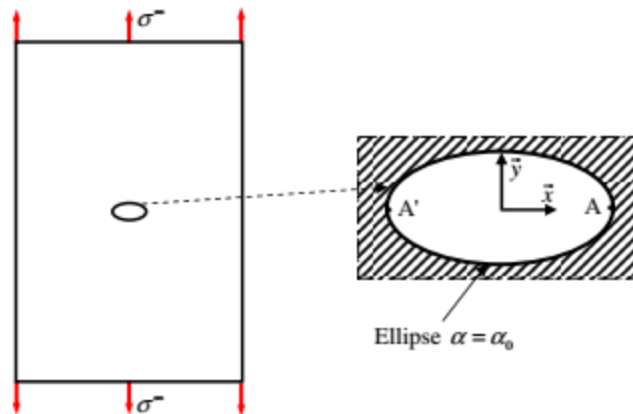


Figure III.8 Plaque chargée en traction simple, percée d'un trou elliptique de rayon à fond

Les solutions pour cette configuration de chargement ont été proposées par Stevenson en 1945.

$$\sigma_{\max} = \sigma (1 + 2a/b) \quad \text{II.15}$$

et le facteur de concentration des contraintes est alors donné par :

$$K_t = 1 + 2\sqrt{(\rho/a)} \quad \text{II.16}$$