الفصل الأول: نظرية سلوك المستهلك
Consumer Behavior Theory

(منهج المنفعة الترتيبية)
(Ordinal Utility Approach)

المبحث 02: منهج المنفعة الترتيبية (منحنيات السواء)

Ordinal Utility Approach

ركز رواد هذا المنهج ومن بينهم **جون هيكس**(J. Hiks) **وفيلفلدو باريتو**(V.Pareto) على الانتقادات الموجهة لفكر القياس الكمي للمنفعة في تحليلهم لسلوك المستهلك، واعتمدوا منهج المنفعة الترتيبية كبديل لذلك.

أولا: الافتراضات *Assumptions*

أهم الفرضيات التي ركز عليها رواد هذا المنهج في تحليل سلوك المستهلك هي:

- **الرشد (الوعي) الاقتصادي للمستهلك *Rationality***

يكون المستهلك راشدا اقتصاديا عندما يتخذ القرارات التي تمكنه من توزيع دخله بطريقة عقلانية على مختلف السلع والخدمات التي يرغب في اقتنائها في حدود الأسعار بهدف تحقيق أعظم مستوى إشباع ممكن (أعظم منفعة ممكنة).

- **المنفعة ترتيبية *Utility is Ordinal***

يرتب المستهلك مختلف تركيباته (توليفاته) من السلع والخدمات التي يرغب في اقتنائها حسب المنفعة أو درجة الإشباع التي تحققها، بمعنى أخر فإن المستهلك يكتفي بترتيب التركيبات السلعية المتناسبة مع دخله حسب المنفعة التي تحققها له كل منها، ولا يحتاج إلى قياس السلع التي تحتويها كل تركيبة سلعية.

- **تناقص المعدل الحدي للإحلال**

Diminishing Marginal Rate of Substitution

درجة التفضيل بين مختلف التركيبات السلعية تمثل بيانيا بمنحنيات يطلق عليها **منحنيات السواء**، وهي ذات ميول سالبة يطلق عليها "**المعدل الحدي للإحلال**"، وسيتم شرح هذه الفرضية في فقرات لاحقة من هذا المبحث.

- **ثبات الاختيار *Fixed Choice***

يفترض أن يكون الفرد ثابت في قراراته المتعلقة باختياراته وترتيباته لمختلف التركيبات السلعية حسب درجة الإشباع (المنفعة)، ولا يكون متردد في ذلك.

- **دالة المنفعة الكلية للمستهلك *Total Utility Function of Consumer***

تتحقق المنفعة الكلية للفرد باستهلاك جميع السلع والخدمات التي يرغب في اقتنائها في حدود الدخل والأسعار.

بافتراض أن مستهلك ما يعتمد على n سلعة وخدمة وبالكميات $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$، تكون دالة منفعته الكلية كالتالي:

$$U = f(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n) \quad \text{(المنفعة الكلية)}$$

ثانيا:توازن المستهلك *Consumer Equilibrium*

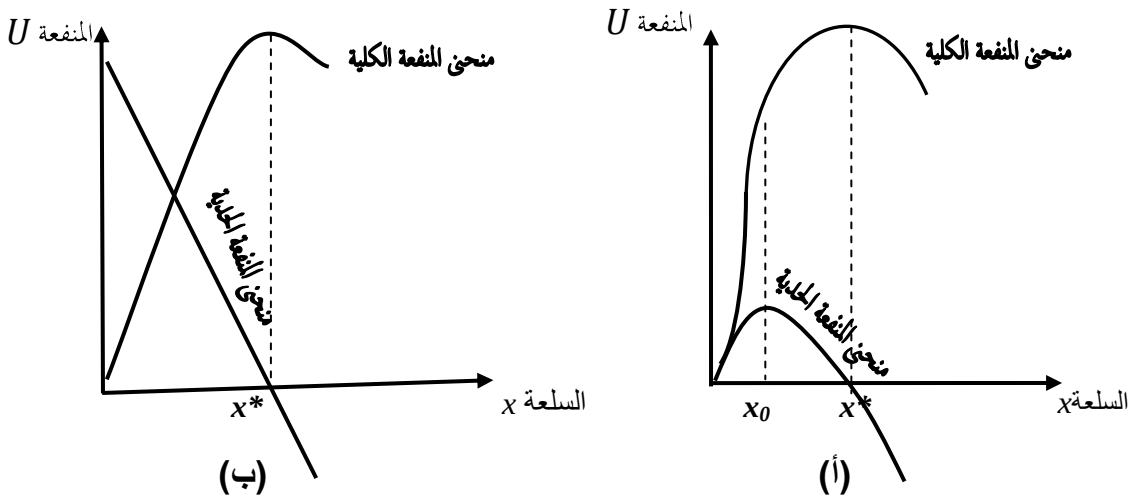
توازن المستهلك يعني تحقيق أعظم مستوى إشباع ممكن من مختلف السلع والخدمات في حدود الدخل والأسعار، بمعنى آخر يتحقق توازن المستهلك عندما يوزع دخله المتاح بطريقة عقلانية على جميع السلع والخدمات التي يرغب في اقتنائها بهدف تحقيق أعظم مستوى إشباع ممكن (أعظم منفعة).

اشتقاق توازن المستهلك وفق هذا المنهج يتطلب إدراج أدوات التحليل التالية:

1-المنفعة الكلية والمنفعة الحدية *Total Utility and Marginal Utility*

المنفعة الكلية كما تم تعريفها سابقا تمثل مستوى الإشباع الذي يحققه الفردباستهلاك مجموعة السلع والخدمات التي يرغب في اقتنائها في حدود الدخل والأسعار، إلا أنه حسب رواد المنفعة الترتيبية، وكما يتضح من الشكل 04 **(أ)** أن منحنى المنفعة الكلية قد تكون له نقطتي انعطاف عند مستويي الاستهلاك x_o وx^*، وهوما يعكس تزايد المنفعة الحدية للسلعة Xحتى X_o، ثم تبدأ في التناقص حتى تنعدم

عند أعظم مستوى إشباع (x^*)، أما الشكل 04 (ب) فيظهر تناقص المنفعة الحدية من البداية حتى تنعدم عند مستوى الإشباع الأمثل (x^*)، وهذا يترجم تناقص رغبة المستهلك في الطلب على السلعة x منذ البداية.



الشكل 04: منحنى المنفعة الكلية ومنحنى المنفعة الحدية

[i] **ملاحظة:** المنفعة الحدية تتغير بتغير رغبة المستهلك في طلب (استهلاك) وحدات إضافية من نفس السلعة أو الخدمة.

2-منحنى السواء *Indifference Curve*

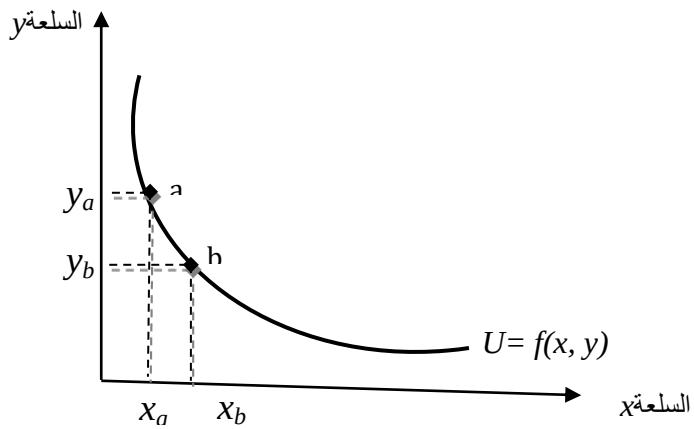
يتشكل منحنى السواء من مختلف التركيبات (التوليفات) السلعية من x وy المتواجدة في الفضاء المنفعي للمستهلك والتي تحقق نفس مستوى الإشباع (أو متساوية من حيث المنفعة).

[i] فرضية تناقص المنفعة الحدية وفق قانون تناقص المنفعة الحدية لا يمكن تعميمها على جميع السلع والخدمات، نظر لأن رغبة المستهلك قد تكون متزايدة عند طلب بعض السلع والخدمات، خاصة في بداية الأمر.

لو افترضنا أن مستهلك ما يعتمد على سلعتين x وy،حيث دالة منفعته الكلية هي كالتالي:

$$U = f(x, y)$$

يكون منحنى منفعة هذا المستهلك كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل 05: منحنى السواء محدب (*Convex*)

يظهر الشكل التركيبتين السلعيتين $a\begin{pmatrix} x_a \\ y_a \end{pmatrix}$ و $b\begin{pmatrix} x_b \\ y_b \end{pmatrix}$على نفس منحنى السواء وتحققان نفس مستوى الإشباع.

- **خصائص منحنيات السواء:** تتميز منحنيات السواء بأربعة خصائص أساسية وهي:

- تكون منحنيات السواء **محدبة نحو الأصل**وتظهر ميزة الإحلال بين السلعتين x وy من أجل المحافظة على نفس مستوى الإشباع؛
- تكون منحنيات السواء سالبة الميل، هذا الميل يطلق عليه **المعدل الحدي للإحلال**؛

- انتقال منحنى السواء إلى أعلى في الفضاء المنفعي للمستهلك يعبر عن الزيادة في منفعة المستهلك؛
- منحنيات السواء المتواجدة في الفضاء المنفعي للمستهلك لا تتقاطع إثباتا لفرضيتي رشادة المستهلك وثبات الاختيار.

3- المعدل الحدي للإحلال *Marginal Rate of Substitution*

المعدل الحدي للإحلال هو عبارة عن "عدد الوحدات التي يتنازل عنها المستهلك من السلعة y (أو x) مقابل طلب (استهلاك) وحدة إضافية من السلعة x (أو y) مع الحفاظ (الإبقاء) على نفس مستوى الإشباع.

ويحسب المعدل الحدي لإحلال y بـــ x (إحلال y من أجل x) بالعلاقة التالية:

$$MRS_{x,y} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{dy}{dx} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

تبين هذه العلاقة أن المعدل الحدي لإحلال y بـــ x يساوي إلى نسبة المنفعة الحدية لـــ x إلى المنفعة الحدية لـــ y.[ii]

[ii] **البرهان الرياضي على صحة العلاقة:**

التغير الكلي في مستوى إشباع المستهلك يحسب كالتالي:

$$\Delta U = \frac{\Delta u}{\Delta x}\Delta x + \frac{\Delta u}{\Delta y}\Delta y$$

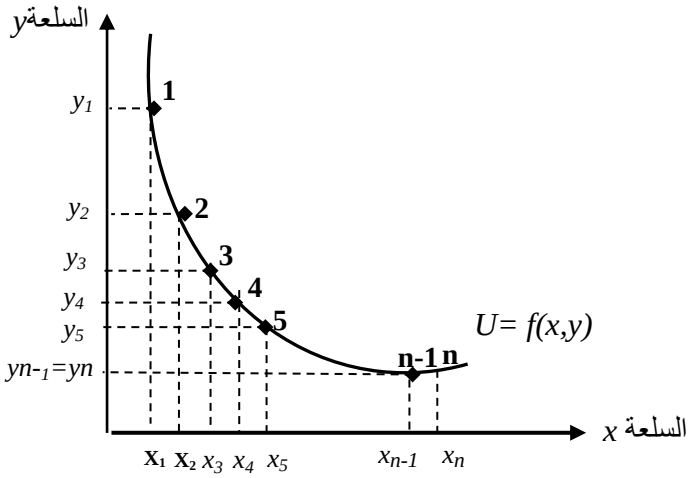
على نفس منحنى السواء يتحقق الآتي:

$$\Delta U = \frac{\Delta u}{\Delta x}\Delta x + \frac{\Delta u}{\Delta y}\Delta y = 0 \Rightarrow \left(\frac{\Delta u}{\Delta x}\right)\Delta x = -\left(\frac{\Delta u}{\Delta y}\right)\Delta y$$

ومنه:

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{\Delta u}{\Delta x}\right)}{\left(\frac{\Delta u}{\Delta y}\right)} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

ملاحظة: يتناقص المعدل الحدي لإحلال y بـــ x نتيجة تناقص رغبة المستهلك في التنازل عن بعض الوحدات من السلعة y مقابل استهلاك وحدة إضافية من السلعة x للمحافظة على نفس مستوى الإشباع، كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل 06: تناقص المعدل الحدي لإحلال y بـــ x.

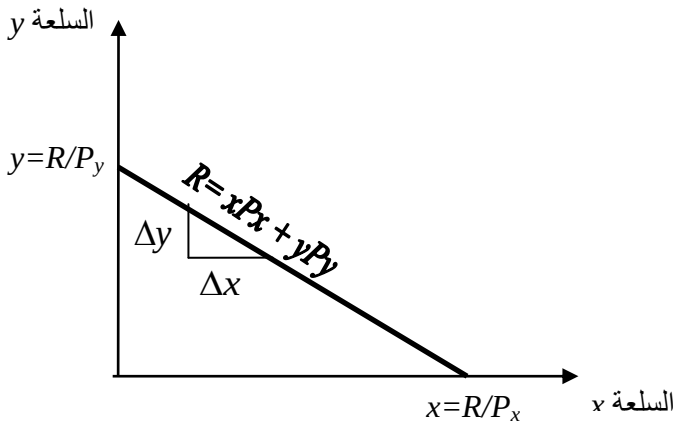
يظهر الشكل أعلاه تناقص تنازل المستهلك عن السلعة y كلما زاد استهلاكه (طلبه) بنفس المقدار من السلعة x، ويظهر ذلك بالانتقال من التركيبة 1 إلى 2 إلى ..... إلى 5، ويتواصل هذا التناقص إلى التركيبة n-1، أين تنعدم عملية الإحلال. قرار الانتقال من التركيبة n-1 إلى n يعتبر غير عقلاني لأن هذا الانتقال يتطلب المزيد من الطلب على السلعتين x و y معا (مزيد من الإنفاق على السلعتين) دون أن تتأثر منفعة المستهلك.

4-خط دخل (ميزانية) المستهلك *Income (Budget) Line of Consumer*

عند اعتماد مستهلك ما على سلعتين x و y في تعظيم منفعته، وينفق كامل دخله والمقدر بـــ R وحدة نقدية على السلعتين بالطريقة التالية:

$$R = P_x x + P_y y$$ (قيد الدخل)

حيث: P_x سعر الوحدة من x و P_y سعر الوحدة من y، يكون التمثيل البياني لمعادلة دخل المستهلك (قيد الدخل) كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل 07: خط دخل(ميزانية) المستهلك

تعريف: يتشكل خط دخل(ميزانية) المستهلك من مختلف التركيبات السلعية من x و y المتواجدة في الفضاء المنفعي للمستهلك والمتساوية من حيث الدخل (الميزانية) R، والحصول على ميل خط دخل المستهلك يكون كالتالي:

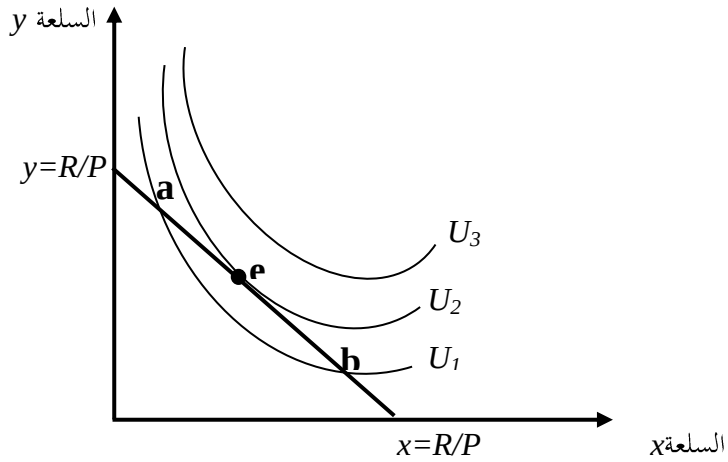
نعلم أن: $R = x\,P_x + y\,P_y$ (قيد الدخل)

حيث: $$y = \frac{R - xP_x}{P_y} = \frac{R}{P_y} - x\frac{P_x}{P_y}$$

ومنه ميل خط دخل المستهلك هو: $$-\frac{dy}{dx} = \frac{P_x}{P_y}$$

الحالة 01: توازن المستهلك عند تعظيم المنفعة

يكون المستهلك في حالة توازن عند تحقيق أعظم منفعة ممكنة في حدود الدخل والأسعار (قيد الدخل، ويتم اشتقاق توازن المستهلك بيانيا كما هو مبين في الشكل رقم 08.



الشكل08: توازن المستهلك

يلاحظ من الشكل أعلاه أن توازن المستهلك يتحقق عند النقطة e أين تتحقق أعظم منفعة على منحى السواء U_2 في حدود الأسعار P_x وP_y والدخل R.

ويتحقق عند تركيبة التوازن e الشرطان التاليان:[iii]

الشرط الأول: تساوي ميل منحنى السواء مع ميل خط دخل (ميزانية)المستهلك

أي: $$MRS_{x,y} = -\frac{dy}{dx} = \frac{P_x}{P_y}$$

الشرط الثاني: تناقص المعدل الحدي للإحلال (منحنى السواء يكون محدب بالنسبة للمبدأ).

أي: $$\frac{d^2U}{dy^2} < 0 \text{ و } \frac{d^2U}{dx^2} < 0$$

أو $$\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)\left(\frac{d^2U}{dy^2}\right) > \left(\frac{d^2U}{dxdy}\right)^2$$

[iii] عند النقطة a في الشكل 08 تكون: $MRS_{x,y} > Px/Py$ وعند النقطة b يحدث العكس أي: $MRS_{x,y} < Px/Py$.

مثال توضيحي: البيانات الموضحة في الجدول التالي تبين ترتيبات مستهلك ما لمختلف تركيباته السلعية من y وx:

الجدول 08: ترتيب التركيبات السلعية من y وx حسب درجة الإشباع

مستوى الإشباع U_1			مستوى الإشباع U_2		
السلعة x	السلعة y	$MRS_{x,y}$	السلعة x	السلعة y	$MRS_{x,y}$
1	12	-	2	14	-
2	**10**	**2**	3	12	**2**
3	9	1	4	11	1
5	8	2/1	16	10	2/1
8	7	3/1	10	9	4/1

علما بأن سعر الوحدة من السلعة x يقدر بـــ 200دج وسعر الوحدة منy يقدر بـــ 100دج ودخل هذا المستهلك يقدر بـــ 1400دج.

- حدد التركيبة السلعية التي تحقق لهذا المستهلك توازنه.

الحـــــل: ايجاد التركيبة السلعية التي تحقق التوازن:

1- تحقق الشرط الأول للتوازن:

$$\text{MRS}_{x,y} = \frac{-dy}{dx} = \frac{P_x}{P_y} = \frac{200}{100} = 2$$

2- تحقق الشرط الثاني للتوازن:تناقص المعدل الحدي للإحلال $MRS_{x,y}$ (أنظر الجدول أعلاه).

الشرطان محققان عند مستويي الإشباع U_1 وU_2.

3-اختيار تركيبة التوازن:

أ. $3(200)+ 12 (100)= 1800$ دج

ب. 1400 دج = 2 (200) + 10 (100)

وعليه يحقق المستهلك توازنه عند اختيار التركيبة السلعية التي تحتوي على وحدتين (2) من السلعة x و10 وحدات من y،م حققا بذلك مستوى الإشباع U_I أي أن تركيبة التوازن هي:

$$e\begin{pmatrix} x = 2 \\ y = 10 \end{pmatrix} \sim \mathrm{U_I}$$

- **اشتقاق توازن المستهلك رياضيا في حالة تعظيم المنفعة:**

إذا افترضنا أن ستهلك ما يعتمد على السلعتين x وy في تعظيم منفعته، حيث دالة منفعته الكلية معطاة بالعلاقة التالية:

$$U = f(x, y)$$

ويتم توزيع دخله R على السلعتين بالطريقة التالية:

$$R = xP_x + yP_y$$

إيجاد التركيبة السلعية التي تحقق للمستهلك توازنه تتم بعدة طرق رياضية، والطريقة الأكثر شيوعا هي طريقة مضاعف لاغرانج التي تم التطرق إليها في المنهج السابق، أي:

$$Max\ U = f(x,y)$$

Subject to:

$R = xP_x + y\,P_y$ (قيد الدخل)

استخدام طريقة لاغرانج *Lagrange Method* يكون على النحو التالي:

$$L = U - \lambda(xp_x + yp_y - R)$$

$$L = f(x, y) - \lambda(xp_x + yp_y - R)$$

حيث L المنفعة مقيدة بالدخل و λ مضاعف لاغرانج.

- تعظيم منفعة المستهلك يشترط أن تكون المشتقة الأولى لمتغيرات الدالة معدومة، أي:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{df(x,y)}{dx} - \lambda p_x = 0 \ldots\ldots\ldots(1)$$
$$\frac{dL}{dy} = \frac{df(x,y)}{dy} - \lambda p_y = 0 \ldots\ldots\ldots(2)$$
$$\frac{dL}{d\lambda} = -xp_x - yp_y + R = 0 \ldots\ldots\ldots(3)$$

من المعادلتين(1) و(2) نحصل على:

$$\frac{df(x,y)}{dx} = \frac{dU}{dx} = \lambda p_x \Rightarrow \lambda = \frac{dU}{p_x dx}$$
$$\frac{df(x,y)}{dy} = \frac{dU}{dy} = \lambda p_y \Rightarrow \lambda = \frac{dU}{p_y dy}$$
$$\frac{dU}{p_x dx} = \frac{dU}{p_y dy} \Rightarrow \frac{MU_x}{p_x} = \frac{MU_y}{p_y}$$

- يتحقق التوازن عند توفر الشرطين التاليين:

الشرط(1): تساوي ميل منحنى السواء بميل خط خل المستهلك، أي:

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

الشرط (2):تناقص المعدل الحدي للإحلال ويتحقق عند توفر الآتي:

$$\frac{d^2L}{dx^2} < 0 \qquad \frac{d^2L}{dy^2} < 0 \quad \text{أو} \quad \left(\frac{d^2L}{dx^2}\right)\left(\frac{d^2L}{dy^2}\right) > \left(\frac{d^2L}{dxdy}\right)^2$$

مثال توضيحي: دالة المنفعة لمستهلك ما معطاة بالعلاقة التالية:

$$U = 20X^{1/4}Y^{3/4}$$

1- إبحث عن عدد الوحدات من السلعة X والسلعة Y والذي يحقق التوازن لهذا المستهلك، علما بأن سعر الوحدة من X هو 4 دج وسعر الوحدة من Y هو 6دج، ودخل هذا المستهلك يقدر بـــ 12000دج.

2- أعطي الدلالة الاقتصادية لثوابت الدالة.

3- ما هي الدلالة الاقتصادية للمضاعف المستخدم؟

الحـــــل:

1- إيجاد عدد الوحدات من x وy التي تتحقق التوازن للمستهلك:

$$Max\ U = 20X^{1/4}\ Y^{3/4}$$

Subject to:

(قيد الدخل) $R = 12000 = 4X+6Y$

باستخدام طريقة لاغرانج نجد:

$$L = 20X^{1/4}Y^{3/4} - \lambda[4X + 6Y - 12000]$$

$$\frac{dL}{dx} = 5X^{-3/4}Y^{3/4} - 4\lambda = 0.....(1)$$

$$\frac{dL}{dy} = 15X^{1/4}Y^{-1/4} - 6\lambda = 0.....(2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = -4X - 6Y + 12000 = 0.....(3)$$

من المعادلتين (1) و (2) نجد:

$$\frac{5X^{-3/4}Y^{3/4}}{15X^{1/4}Y^{-1/4}} = \frac{4\lambda}{6\lambda}$$

الشرط الأول للتوازن:

$$\frac{Y}{3X} = \frac{4}{6}$$

الشرط الثاني للتوازن: تناقص $MRS_{x,y}$ أي:

$$\frac{d^2L}{dx^2} < 0 \quad \Rightarrow \frac{-15}{4}X^{-7/4}Y^{3/4} < 0, \forall x, y > 0$$

$$\frac{d^2L}{dy^2} < 0 \quad \Rightarrow \frac{-15}{4} X^{1/4} Y^{-5/4} < 0, \forall x, y > 0$$

من الشرط الأول للتوازن نجد: $Y = 2X$

وبالتعويض في المعادلة (3) يتم الحصول على الآتي:

$$12000 = 4X + 6(2X) = 16X$$

تركيبة التوازن إذن هي:

$$e\begin{pmatrix} X = 750 \\ Y = 1500 \end{pmatrix}$$

2- الدلالة الاقتصادية لثوابت الدَّالة:

20: الرشد الاقتصادي للمستهلك.

1/4: نسبة التغير في منفعة المستهلك والناتجة من التغير في طلبه على سلعة X بنسبة 1% مع ثبات الطلب على Y (المرونة الجزئية للمنفعة بالنسبة للسلعة X)[iv].

3/4: نسبة التغير في منفعة المستهلك والناتجة من التغير في طلبه على سلعة Y بنسبة 1%مع ثبات الطلب على X (المرونة الجزئية للمنفعة بالنسبة للسلعة Y).

3-الدلالة الاقتصادية للمضاعف المستخدم (λ):

نعلم من التحليل السابق أن: $\lambda = \frac{MU_x}{p_x} = \frac{MU_y}{p_y}$

إذا λ هي **المنفعة المحصل عليها من إنفاق وحدة نقدية إضافية على السلعة X أو السلعة Y(المنفعة الحدية للنقود).**

[iv] **البرهان الرياضي:** مرونة المنفعة بالنسبة لـــX يمكن احتسابها بالعلاقة التالية:

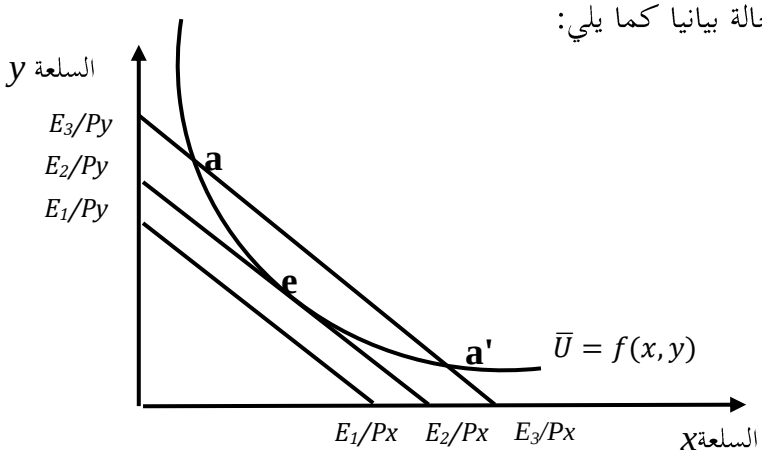
$$e_{ux} = \frac{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)}{\left(\frac{\Delta X}{X}\right)} = \frac{\Delta U}{\Delta X} \cdot \frac{X}{U}$$

$$e_{ux} = 5X^{-3/4}Y^{3/4} \frac{X}{20X^{1/4}Y^{3/4}} = \frac{X^{-3/4}X^{-1/4}}{4X^{1/4}} = \frac{X^{1/4}}{4X^{1/4}} = \frac{1}{4}$$

وبإتباع نفس الخطوات تحسب e_{uy}.

الحالة 02: توازن المستهلك عند تخفيض الإنفاق

يتحقق توازن المستهلك في هذه الحالة عند تحقيق المنفعة المراد الوصول إليها بأدنى إنفاق ممكن، وهنا يفترض أن مستوى المنفعة معروف ومحدد مسبقا، حيث يكون هدف المستهلك بلوغ هذا المستوى من المنفعة بأدنى إنفاق ممكن، وتظهر هذه الحالة بيانيا كما يلي:



الشكل 09: توازن المستهلك عند تخفيض الإنفاق

حيث: E إنفاق المستهلك ويكون عادة أقل أو يساوي الدخل R، أي: $R \geq E$.

المستهلك يكون في حالة توازن عند اختيار التركيبة التي تحقق له المنفعة $\overline{U}$ وبأدنى مستوى للإنفاق، أي عند التركيبة e في الشكل أعلاه.

- **اشتقاق توازن المستهلك رياضيا في حالة تدنية الإنفاق**

بافتراض أن المستهلك ما يعتمد على السلعتين xوyفي تعظيم منفعته، حيث دالة منفعته الكلية معطاة بالعلاقة التالية:

$$\overline{U} = f(x,y)$$

ويتم الإنفاق على السلعتين بالطريقة التالية:

$$E = xP_x + yP_y$$

إيجاد التركيبة السلعية التي تحقق للمستهلك توازنه تتم بعدة طرق رياضية، والطريقة الأكثر شيوعا هي طريقة مضاعف لاغرانج التي تم التطرق إليها في حالة التعظيم السابقة، أي:

$$Min\ E = xP_x + yP_y$$

Subject to:

(قيد المنفعة) $\overline{U} = f(x,y)$

استخدام طريقة لاغرانج *Lagrange Method* يكون على النحو التالي:

$$L = E - \lambda\left(f(x,y) - \overline{U}\right)$$

$$L = xP_x + yP_y - \lambda\left(f(x,y) - \overline{U}\right)$$

حيث L إنفاق المستهلك مقيد بمستوى المنفعة و λ مضاعف لاغرانج.

- لتعظيم منفعة المستهلك يشترط أن تكون المشتقة الأولى لمتغيرات الدالة معدومة، أي:

$$\frac{dL}{dx} = P_x - \frac{df(x,y)}{dx}\lambda = 0 \ldots\ldots\ldots(1)$$

$$\frac{dL}{dy} = P_y - \frac{df(x,y)}{dy}\lambda = 0 \ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = -f(x,y) + \overline{U} = 0 \ldots\ldots(3)$$

من المعادلتين(1) و(2)نحصل على:

$$\lambda\frac{df(x,y)}{dx} = \lambda\frac{dU}{dx} = P_x \Rightarrow \lambda = \frac{P_x}{MU_x}$$

$$\lambda\frac{df(x,y)}{dy} = \lambda\frac{dU}{dy} = P_y \Rightarrow \lambda = \frac{P_y}{MU_y}$$

$$\frac{P_x}{MU_x} = \frac{P_y}{UM_y} \Rightarrow \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{p_y}$$

- **λ:** تمثل الإنفاق على آخر وحدة مطلوبة من السلعة x أو من السلعة y يكون متساوي وأيضا يصطلح عليها بالإنفاق الحدي.
- يتحقق التوازن عند توفر الشرطين التاليين:

الشرط(1): تساوي ميل منحنى السواء مع ميل خط الإنفاق، أي:

$$\frac{MU_x}{MU_y} = \frac{p_x}{p_y}$$

الشرط (2): تناقص المعدل الحدي للإحلال ويتحقق عند توفر الآتي:

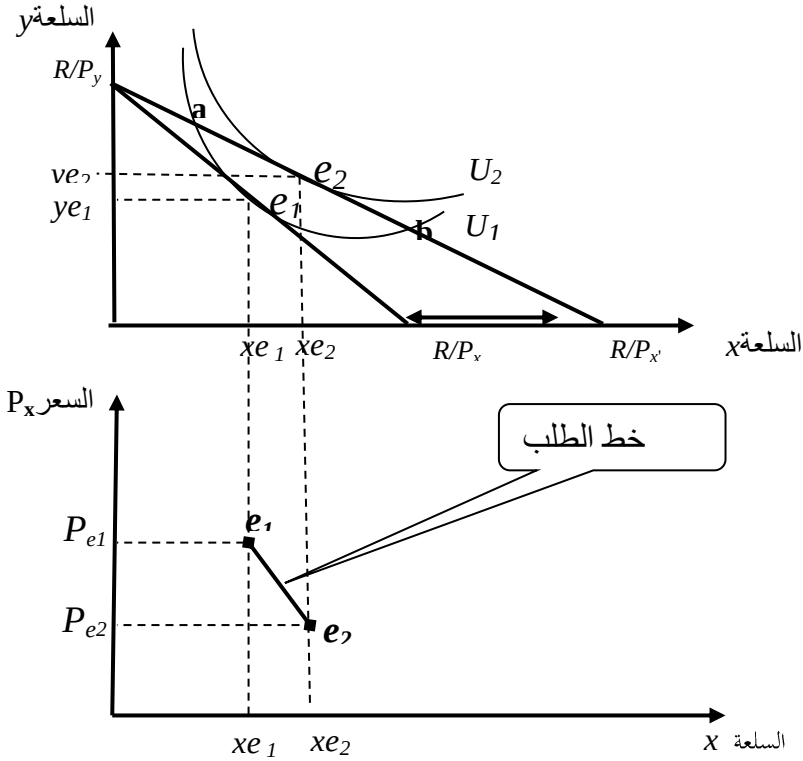
$$\frac{d^2L}{dx^2} \succ 0 \qquad \frac{d^2L}{dy^2} \succ 0 \quad \text{أو} \quad (\frac{d^2L}{dx^2})(\frac{d^2L}{dy^2}) \prec (\frac{d^2L}{dxdy})^2$$

ثالثا: منحنى طلب المستهلك *Consumer Demand Curve*

منحنى الطلب الفردي للمستهلك يتشكل من مختلف نقاط التوازن الناتجة من التغيرات في السعر مع ثبات العوامل الأخرى، ويعكس منحنى الطلب الفردي قانون الطلب بالنسبة لكل السلع والخدمات العليا.

ويتم اشتقاق منحنى طلب المستهلك حسب منهج المنفعة الترتيبية من فرضية **تأثر المستهلك بالتغيرات في أسعار السلع والخدمات** المشكلة للتركيبة السلعية المعتمد عليها في تعظيم منفعته.

لنفرض أن مستهلك ما في حالة توازن عند اختياره التركيبة e_1 وانخفض سعر السلعة x من المستوى P_x إلى $P_{x'}$، تتأثر حالة توازن المستهلك كما هو مبين في الشكل رقم 10.



الشكل رقم 10: منحنى الطلب على السلعة x

يتضح من الشكل أعلاه أن الدخل الحقيقي للمستهلك قد زاد بانخفاض السعر من المستوى P_x إلى $P_{x'}$، وبافتراض رشادته سيستغل المستهلك ارتفاع قدرته الشرائية للزيادة في مستوى إشباعه، وذلك بالانتقال من تركيبة التوازن e_1 إلى تركيبة توازن أخرى وهي التركيبة e_2 من خلال الزيادة في طلبه على السلعة x من x_{e1} إلى x_{e2} وتغير طلبه على السلعة y من y_{e1} إلى y_{e2}.[v]

[v] التغير في الطلب على السلعة y يتوقف على العلاقة بين x وy، ما إذا كانت علاقة تبادل أو علاقة تكامل أو استقلالية بينهما.

مثال توضيحي: البيانات في الجدول التالي تمثل ترتيب مستهلك ما لمختلف التركيبات السلعية من x وy حسب درجة الإشباع:

الجدول 09: ترتيبات مستهلك ما للسلعتين x وy

	المستوى U_1				المستوى U_2		
	السلعة x	السلعة y	$MRS_{x,y}$		السلعة x	السلعة y	$MRS_{x,y}$
	1	14	-		3	14	-
	2	10	4		4	10	4
e_1	**3**	**8**	**2**	e_2	**5**	**9**	**1**
e'	4	7	**1**		7	8	1/2
	7	6	1/3		10	7	1/3
	11	5	1/4		14	6	1/4

بافتراض أن سعر الوحدة من x يقدر بـــ 200ون وسعر الوحدة من y يقدر بـــ 100ون، وأن دخل هذا المستهلك يقدر بـــ1400ون:

1- ابحث عن التركيبة السلعية التي تحقق التوازن لهذا المستهلك.

2- ما أثر انخفاض سعر السلعة x بنسبة 50% على توازن هذا المستهلك؟

3- اشتق منحنى طلب المستهلك على السلعة x.

الحـــــل:

1-إيجاد تركيب التوازن:

أ- الشرط(1) للتوازن:

$$MRS_{x,y} = \frac{-dy}{dx} = \frac{P_x}{P_y} = \frac{200}{100} = 2$$

ب- شرط (2) للتوازن: تناقص $MRS_{x,y}$ (محقق ويظهر من خلال العمودين 4 و8 في الجدول 09).

ج - تركيبة التوازن هي **إذن:**

$$1400 = 3(200) + 8(100)$$

أي:
$$e_1 \begin{pmatrix} x = 3 \\ y = 8 \end{pmatrix} \sim U1$$

2- دراسة أثر انخفاض P_x بنسبة 50% على توازن المستهلك:

أ- الشرط (1) للتوازن:

$$MRS_{x,y} = -\frac{dy}{dx'} = \frac{P_x'}{P_y} = \frac{100}{100} = 1$$

ب-الشرط(2) للتوازن: تناقص $MRS_{x,y}$(محقق ويظهر من خلال العمودين4 والعمود 8 في الجدول رقم 09)

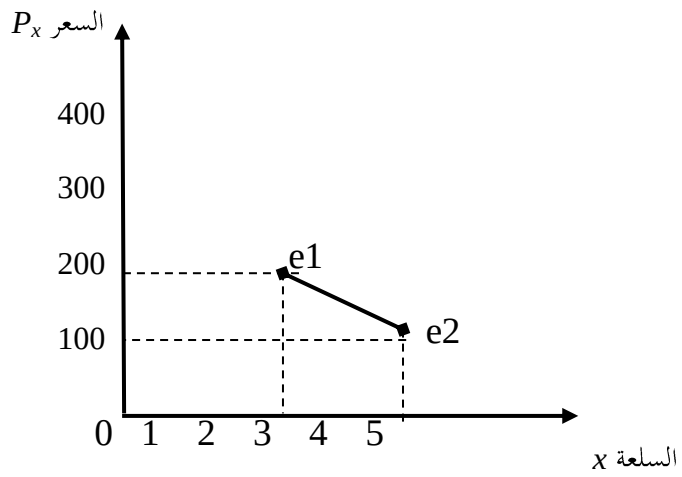
ج-تركيبة التوازن:1400=(100)9+(100)5

أي أن:

$$e_2\begin{pmatrix} x=5 \\ y=9 \end{pmatrix} \sim \text{U2}$$

وعليه يمكن القول أن انخفاض سعرا لسلعة x بنسبة 50% أدى إلى زيادة طلب المستهلك على السلعة x من 3 إلى 5 وحدات وزيادة طلبه على السلعة y من 8 إلى 9 وحدات محققا بذلك مستوى إشباع أعلى وهو المستوى U2.

3- اشتقاق منحى طلب المستهلك على السلعة x بيانيا يتم من خلال الأخذ بعين الاعتبار تركيبتي توازن المستهلك المتوصل إليهما، كما هو مبين في الشكل التالي:



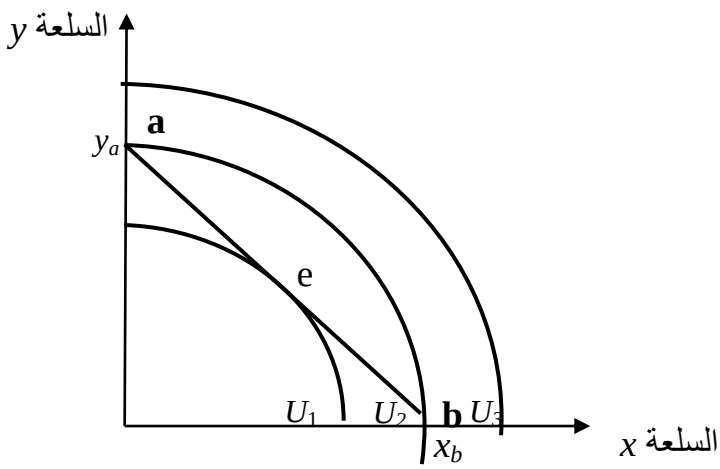
الشكل 11: خط طلب المستهلك على السلعة x

رابعا: الأشكال الخاصة لخرائط السواء

توجد بعض الأشكال الخاصة لخرائط السواء والتي تترجم بعض السلوك والميول الأخرى للمستهلك في تحقيق توازنه، ومن أهم هذه الأشكال: الشكل المقعر، شكل الزاوية القائمة وشكل خط مستقيم ذو ميل سالب.

1- الشكل المقعر (*Concave Shape*)

قد تأخذ خرائط السواء الشكل المقعر تعبيرا عن تزايد رغبة المستهلك في التنازل عن بعض الوحدات من y مقابل وحدة إضافية منx، كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل 12: خرائط سواء مقعرة (*Concave*)

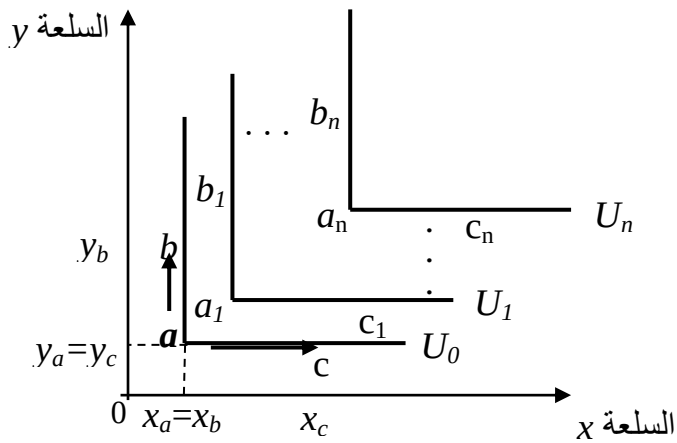
ما يلاحظ من خلال الشكل أنه رغم تساوي المعدل الحدي للإحلال بميل خط الدخل عند النقطة e إلا أنها لا تعتبر نقطة توازن لأنه عند النقطة b أو النقطة c يتحقق مستوى إشباع أعلى وهوU_2، ويستنتج من الشكل أعلاه شيئين وهما:

أ- تزايد المعدل الحدي لإحلال y بـــ x ($MRS_{x,y}$).

ب- إمكانية تحقيق أعظم منفعة بالاعتماد على سلعة واحدة، كما هو الحال عند استهلاك الكمية x_b أو y_a.

2- الشكل قائم الزاوية (*Right Angle Shape*)

قد تأخذ خرائط السواء أشكال ذات زاويا قائمة كما هو مبين في الشكل رقم 13 والذي يظهر حالة التكامل بين السلعتين x وy.



الشكل 13: خرائط سواء ذات الزوايا القائمة

لنفرض أن مستهلك ما في حالة توازن عند التركيبة a ويحقق المنفعة U_0 وقرر الانتقال إلى التركيبة b بزيادة طلبه من y_a إلى y_b مع المحافظة على طلبه على السلعة x (أي: $x_b = x_a$)، هذا القرار سيجعله ينفق مبالغ إضافية على السلعة y دون أن يزيد في منفعته لأن المنفعة متساوية عند التركيبتين a وb، ونفس الشيء يحدث لو قرر الانتقال من التركيبة a إلى التركيبة c فلن يحقق أي منفعة إضافية. القرار الراشد إذن هو أن يزيد في طلبه على السلعتين والانتقال إلى التركيبة a_1 ليحقق المنفعة U_1، وهكذا الأمر بالنسبة لمستويات أعلى حتى التركيبة a_n أين يحقق المنفعة U_n.

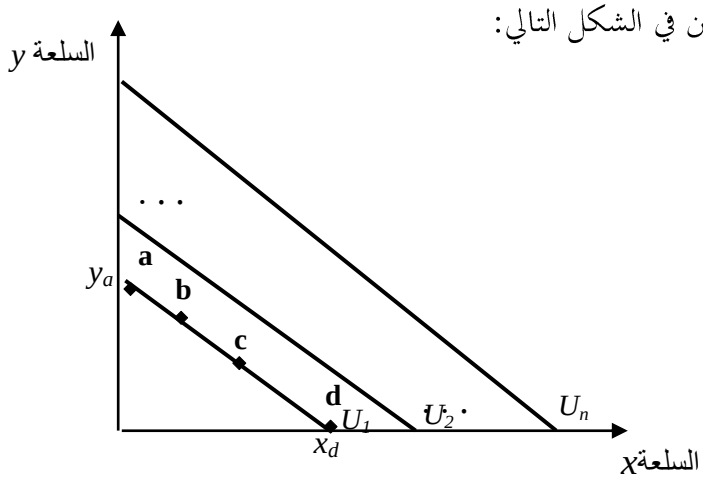
يستنتج من خرائط السواء ذات الزوايا القائمة الآتي:

أ- لا توجد عملية إحلال بين السلعتين x وy ، أي أن: $MRS_{x,y} = 0$.

ب- وجود علاقة تكامل بين السلعتين x وy، حيث أن الزيادة في المنفعة تشترط الزيادة في الطلب على السلعتين معا.

3-شكل خط مستقيم *(Straight Line Shape)*

قد تأخذ خرائط السواء أشكال خطوط مستقيمة ذات ميول سالبة كما هو مبين في الشكل التالي:



الشكل 14: خرائط السواء على شكل خطوط مستقيمة

الشكل أعلاه يظهر أنه عند كل التركيبات السلعية a، b، c وd المنفعة تكون متساوية (تحقق المنفعة U_1)، وهو ما يظهر إمكانية الإحلال التام بين السلعتين x وy عند اختيار إحدى التركيبتين a أوd، حيث عند التركيبة a يحقق المستهلك المنفعة U_1 باستهلاك الكمية y_a فقط والاستغناء التام عن السلعة x، أما عند التركيبة d فيكتفي المستهلك بالكمية x_d والتخلي نهائيا عن السلعة y. هذا الأمر يمكن أن يطبق على كل خطوط السواء المتواجد في الفضاء المنفعي للمستهلك $(U_1, U_2 \dots U_n)$.

ما يستنتج من خطوط السواء سالبة الميل الآتي:

أ- ثبات المعدل الحدي للإحلال $MRS_{x,y}$ وسلبية ميله، أي أن مقدار التغير في x يقابله مقدار تغير ومعاكس متساوي في y؛

ب- إمكانية الإحلال التام بين السلعتين x وy دون أن تتأثر المنفعة.