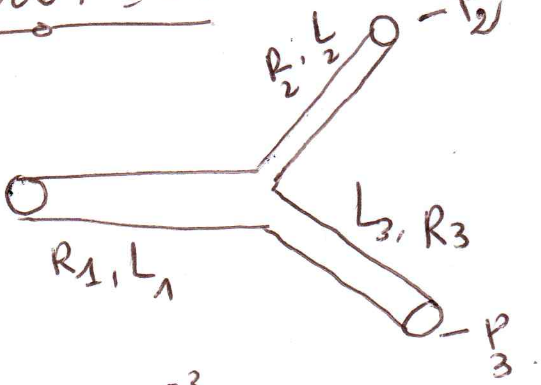
Exo N° 04



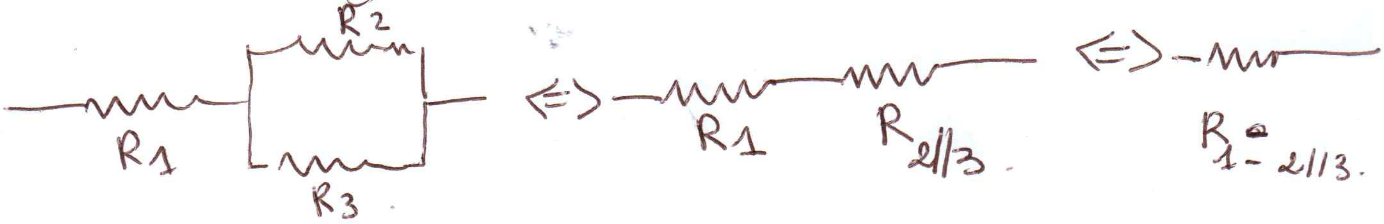
$L_1 = L_2 = L_3 = 5\,cm = 5\times10^{-2}\,m$

$Q_{v_1} = 10\ cm^3/s = 10\times10^{-6}\ m^3/s$

$\boxed{Q_{v_1} = 10^{-5}\ m^3/s}$

$\eta_{sang} = 10^{-3}\ Pl.$

Le circuit équivalent de cette bifurcation.



R_2 et R_3 sont en parallèles $= R_{2//3}$.

$R_{2//3}$ et en série avec $R_1 \Rightarrow R_{1-2//3}$.

1/ La résistance hydraulique des artères

- $R_{H_1} = \dfrac{8\eta L_1}{\pi R_1^4} = \dfrac{8\times10^{-3}\times5\,10^{-2}}{3,14\times(2\times10^{-2})^4} = 7,96\times10^{-4}\ Pl\ m^{-3}.$

- $R_{H_2} = \dfrac{8\eta L_2}{\pi R_2^4} = \dfrac{8\times10^{-3}\times5\times10^{-2}}{3,14\times(1,5\times10^{-2})^4} = 2,5\times10^{-3}\ Pl/m^3.$

- $R_{H_3} = \dfrac{8\eta L_3}{\pi R_3^4} = \dfrac{8\times10^{-3}\times5\times10^{-2}}{3,14\times(1\times10^{-2})^4} = 1,27\times10^{-2}\ Pl/m^3.$

2°/ Calcul de la résistance opposé par les artères 2 et 3.

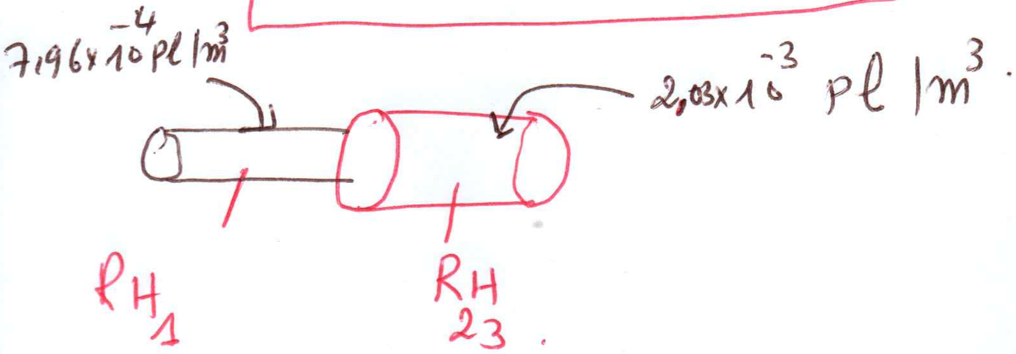
Les deux résistances R_2 et R_3 sont placées en parallèles.

donc la résistance équivalente à R_2 et R_3 est donnée par :

$$\frac{1}{R_{H_{23}}} = \frac{1}{R_{H_2}} + \frac{1}{R_{H_3}} \Rightarrow R_{H_{23}} = \frac{R_{H_2} \times R_{H_3}}{R_{H_2} + R_{H_3}}.$$

$$\Rightarrow R_{H_{23}} = \cancel{1 \times 1} \frac{2,5 \times 10^{-3} \times 1,27 \times 10^{-2}}{2,5 \times 10^{-3} + 1,27 \times 10^{-2}}.$$

$$\boxed{R_{H_{23}} = 2,03 \times 10^{-3}\ Pl/m^3}$$



3°/ Calcul du débit qui traverse ces artères (2 et 3) φ_{v_2} et φ_{v_3}.

- R_{H_2} et R_{H_3} sont en parallèles donc

$$\begin{cases} \Delta P_2 = \Delta P_3. & \text{--- (1)} \\ \varphi_{v_2} \neq \varphi_{v_3} & \text{--- (2)} \\ R_{H_{23}} = \dfrac{R_{H_2} \times R_{H_3}}{R_{H_2} + R_{H_3}} & \text{--- (3)} \end{cases}$$

- R_{H_1} et $R_{H_{23}}$ sont en séries donc

$$\left\{ \varphi_{v_1} = \varphi_{v_{23}} \right.$$

Page 2

RH_1 et RH_{23} sont en séries donc elles sont traversées par le même débit volumique. c'est à dire $\varphi_{V_{RH_1}} = \varphi_{V_{RH_{23}}}$.

$\cancel{RH_2 \; \varphi_{V_2}}$ $\Delta P_{eq(2/3)} = R_{23} \cdot \varphi_V$

$= 2{,}03 \times 10^{-3} \times 10^{-5}$.

$$\boxed{\Delta P_{eq(2/3)} = 2{,}08 \times 10^{-2} \text{ Pa} = \Delta P_2 = \Delta P_3}$$

- $\varphi_{V_2} = \dfrac{\Delta P_2}{RH_2} = \dfrac{2{,}08 \times 10^{-2}}{2{,}05 \times 10^{-3}} = 8{,}32 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$.

$$\boxed{\varphi_{V_2} = 8{,}32 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}}$$

- $\varphi_{V_3} = \dfrac{\Delta P_3}{RH_3} = \dfrac{2{,}08 \times 10^{-2}}{1{,}27 \times 10^{-2}} = 1{,}63 \text{ m}^3/\text{s}$.

$$\boxed{\varphi_{V_3} = 1{,}63 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}}$$

$\mathcal{Q}$ (RH_2 parallèle avec RH_3) en série avec RH_1.

$$\varphi_{V_1} = \varphi_{V_2} + \varphi_{V_3} \Rightarrow \boxed{\varphi_{V_3} = \varphi_{V_1} - \varphi_{V_2}}$$

- Calcul des vitesse V_2 et V_3

$$\Phi_{V_2} = V_2 S_2 = V_2 \pi R_2^2$$ (attention : R est le rayon de l'artère 2).

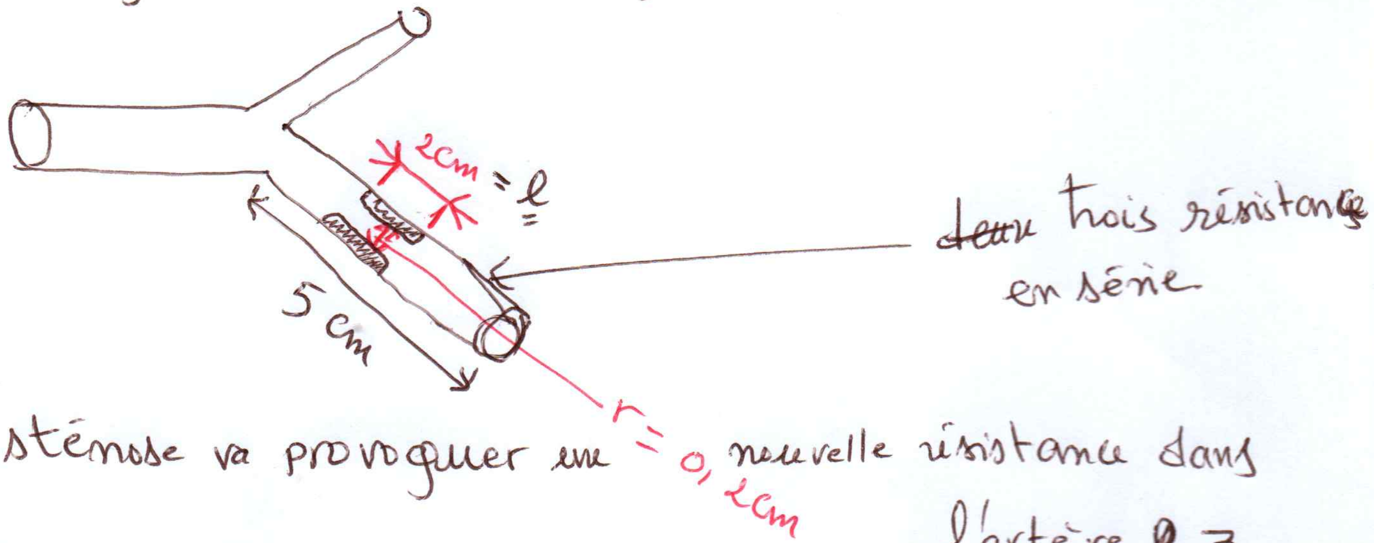
$$* \quad V_2 = \frac{\Phi_{V_2}}{\pi R_2^2} = \frac{8{,}32 \times 10^{-6}}{3{,}14 \times (1{,}5 \times 10^{-2})^2} = 1{,}18 \times 10^{-2}\ m/s$$

à vérifier cette valeur.

$$\boxed{V_2 = 1{,}18 \times 10^{-2}\ m/s}$$

$$* \quad V_3 = \frac{\Phi_{V_3}}{\pi R_3^2} = \frac{1{,}63 \times 10^{-6}}{3{,}14 \times (1 \times 10^{-2})^2} = \text{-----}\ m/s.$$

04/



Cette sténose va provoquer une nouvelle résistance dans l'artère R 3.

$$\overline{R}_{H_3} = \frac{8\eta(L-l)}{\pi R_3^4} + \frac{8\eta l}{\pi r^4}$$

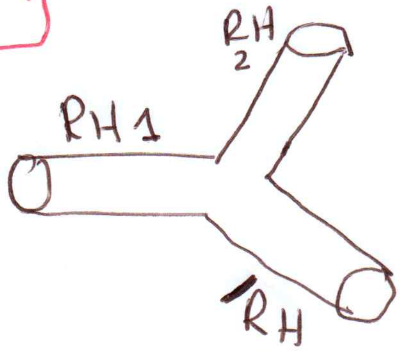
l : est la longueur de rétrécissement.

r : " le rayon " "

$$\bar{R}_{H_3} = \frac{8\times10^{-3}(5-2)\times10^{-2}}{3,14\times(1\times10^{-2})^4} + \frac{8\times10^{-3}\times2\times10^{-2}}{3,14\times(0,2\times10^{-2})^4}$$

$$\boxed{\bar{R}_{H_3} = 3,19\times10^{-6}\ Pl/m^3}$$

Voici le nouveau ciruit:

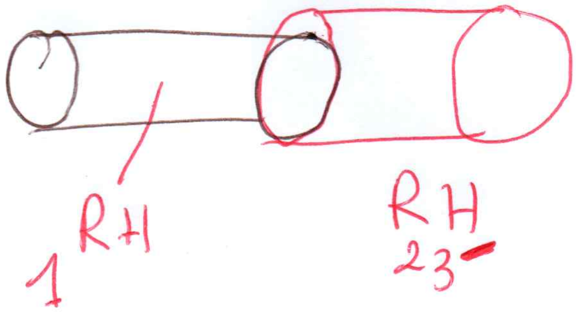


La nouvelle résistance équivalente à R_{H_2} et ~~$\bar{R}_{H_3}$~~ $\bar{R}_{H_3}$.

$$R_{H_{2\bar{3}}} = \frac{R_{H_2}\times\bar{R}_{H_3}}{R_{H_2}+\bar{R}_{H_3}} = \frac{2,5\times10^{-3}\times3,19\times10^{-6}}{2,5\times10^{-3}+3,19\times10^{-6}}$$

$$\boxed{R_{H_{2\bar{3}}} = 2,5\times10^{+3}\ Pl/m^3}$$

à vérifier cette valeur.



La même chose comme dans le cas précédent.

R_{H_1} et $R_{H_{2\bar{3}}}$ sont en série

Alors : $\Delta P_1 = \Delta \bar{P}_{23}$

- On calcule ΔP_{23}

$$\Delta P_{23} = R_{H_{23}} \times q_v = 2{,}5 \times 10^{+3} \times 10^{-5} = 2{,}5 \times 10^{-2}\ Pa$$

$$\boxed{\Delta P_{23} = 2{,}5 \times 10^{-2} = 0{,}025\ Pa}$$

$$\Delta P_{23} = \Delta P_2 = \Delta P_3$$

• calcul de q_{v_2}

$$q_{v_2} = \frac{\Delta P_2}{R_{H_2}} = \frac{2{,}5 \times 10^{-2}}{2{,}5 \times 10^{-3}} = 10^{-5}\ m^3/s.$$

$$q_{v_3} = \frac{\Delta P_3}{R_{H_3}} = \frac{2{,}5 \times 10^{-2}}{3{,}19 \times 10^{6}} = 7{,}83 \times 10^{-9}\ m^3/s.$$

$q_{v_2} \gg q_{v_3}$ c'est à dire la majorité du fluide passe par l'artère 2