Chapitre 1 : Magnétostatique

- Force de Lorentz
- Loi de Laplace
- Loi de Biot-Savard
- Dipôle magnétique

1-Force de Lorentz

La force électromagnétique ou force de Lorentz est la force subie par une particule chargée dans un champ électromagnétique.

C'est la principale expression de l'interaction électromagnétique. Cette force, appliquée dans diverses situations, induit l'ensemble des interactions électriques et magnétiques observées ; elle est de ce fait principalement étudiée en physique et en chimie.

Force exercée sur une charge test ponctuelle q se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ dans un champ d'induction magnétique $\vec{B}$,en présence d'un champ électrique et d'un champ d'induction magnétique (Force de Lorentz)

Le champ électromagnétique exerce sur une particule possédant une charge électrique q la force suivante :

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q.\vec{E} + q.(\vec{v} \wedge \vec{B}) \qquad (1.1)$$

2-Loi de Laplace

Un conducteur rectiligne de longueurℓ, parcouru par un courant électrique constant d'intensité I, placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, est soumis à une force $\vec{F}$ appelée force de LAPLACE d'expression :

$$\vec{F} = I.\vec{\ell} \wedge \vec{B} \qquad (1.2)$$

Les caractéristiques de la force de Laplace sont :

Point d'application : le milieu de la partie du conducteur placée dans le champ magnétique $\vec{B}$

Direction : la perpendiculaire au plan formé par le conducteur rectiligne et le champ $\vec{B}$

Sens : le sens de $\vec{F}$ est tel que le trièdre ($\vec{\ell}$,$\vec{B}$,$\vec{F}$) est direct.

$|\vec{F}| = I.\ell.B.\sin(\alpha)$ avec $\alpha = \widehat{\left(\vec{\ell},\vec{B}\right)}$

2.1-Force de Laplace et force de Lorentz

Comment peut-on décrire les forces magnétiques, associées aux courants, directement à partir du mouvement des charges électriques ? Lorentz a démontré qu'une particule de charge q, se déplaçant à une vitesse $\vec{v}$ et étant simultanément soumise à un champ électrique $\vec{E}$ ainsi qu'à un champ magnétique $\vec{B}$ subit une force $\vec{F}$ dont l'expression est la suivante :

$$\vec{F} = q.\vec{E} + q.(\vec{v} \Lambda \vec{B}) \qquad (1.3)$$

Cette expression nous aide à retrouver la force de Laplace. Prenons, par exemple, un fil traversé par un courant *I* situé dans un champ magnétique.

Ce courant I est lié au déplacement des électrons de conduction le long du fil à une certaine vitesse $\vec{v}$ chaque charge électronique e subit la force de Lorentz

$$q.(\vec{v} \Lambda \vec{B}) \qquad (1.4)$$

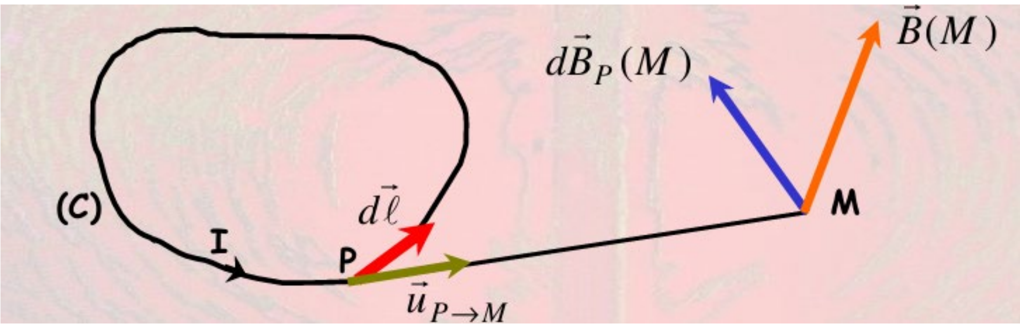
Lorsqu'il y a une densité de charges n par unité de volume, le nombre de charges élémentaires présentes dans un volume infinitésimal est est égal à n$d\tau$ et la force $d\vec{f}$ l'effet sur cet élément de volume $d\tau$ est donc $d\vec{f} = ned\tau\left(\vec{v} \Lambda \vec{B}\right)$, la densité de courant, par définition, est équivalente à $\vec{j} = ne\vec{v}$, la force $d\vec{f}$ crée sur l'élément de volume $d\tau$ est équivalente à $d\vec{f} = d\tau\left(\vec{j} \Lambda \vec{B}\right)$, si le fil possède une section uniforme S, alors le volume $d\tau$ correspond à une certaine longueur du fil $d\ell$, donc $d\tau = Sd\ell$ nous pouvons alors réécrire la force $d\vec{f} = I\,\overrightarrow{d\ell} \Lambda \vec{B}$

3-Loi de Biot-Savard

La loi de Biot-Savart décrit le champ magnétique généré par une distribution de courants continus. Elle est l'une des lois fondamentales de la magnétostatique, tout comme la loi de Coulomb l'est pour l'électrostatique. Énoncée en 1820 par les physiciens Biot et Savart, cette loi a permis de déterminer les champs magnétiques créés par divers circuits.

Énoncé de la loi de Biot et Savart

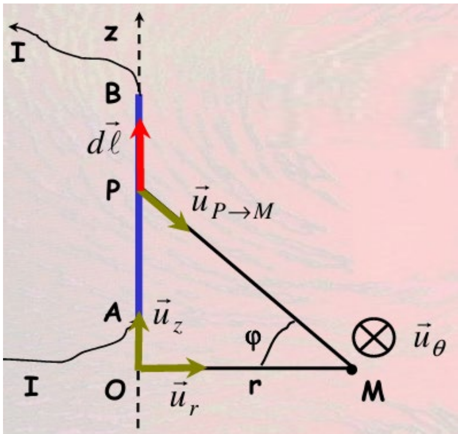
On considère un circuit filiforme fermé (C) parcouru par un courant d'intensité I constante.



$$d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\vec{d\ell}\Lambda\vec{u}_{P\to M}}{PM^2} \qquad \text{donc} \qquad \vec{B}_P(M) = \oint_{(C)} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\vec{d\ell}\Lambda\vec{u}_{P\to M}}{PM^2} \qquad (1.5)$$

2 –Un 1er exemple de calcul de champ : conducteur rectiligne

On considère un segment AB considéré comme un tronçon d'un circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité constante I. Le champ élémentaire créé par l'élément $\vec{d\ell}$ (centré en P) au point M est :



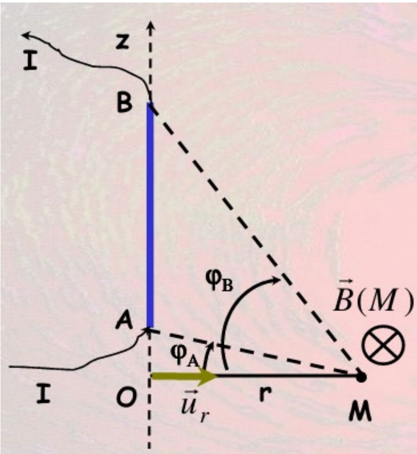
$$d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\vec{d\ell}\Lambda\vec{u}_{PM}}{PM^2} = dB_P(M)\vec{u}_\theta$$

$$\vec{u}_{PM} = \cos\varphi\,\vec{u}_r - \sin\varphi\,\vec{u}_z$$

$$I\,\vec{d\ell}\Lambda\vec{u}_{PM} = I\,\vec{dz}\;\vec{u}_z\Lambda\vec{u}_{PM} = I\,\cos\varphi dz\,\vec{u}_\theta$$

$$dB_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos\varphi}{PM^2}dz \qquad (1.6)$$

On choisit l'angle φ comme variable d'intégration :



$$\cos\varphi = \frac{r}{PM} \Rightarrow PM = \frac{r}{\cos\varphi}$$

$$\tan\varphi = \frac{z}{r};\; z = r\tan\varphi \Rightarrow dz = \frac{rd\varphi}{\cos^2\varphi}$$

$$dB_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}I\cos\varphi\frac{\cos^2\varphi}{r^2}\frac{rd\varphi}{\cos^2\varphi}$$

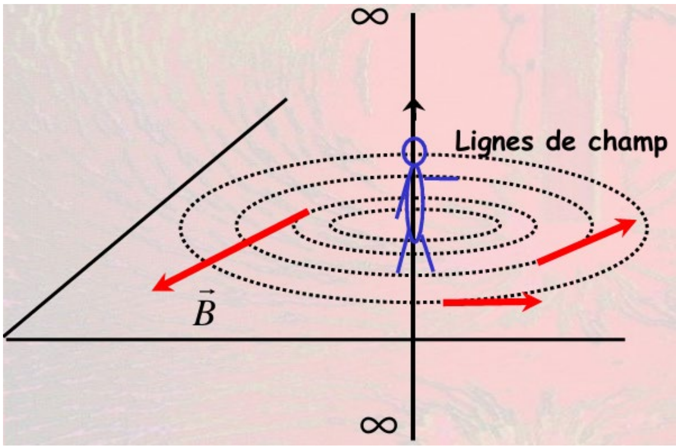
$$dB_P(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{1}{r}\cos\varphi d\varphi$$

Par intégration :

$$B_P(M)=\int_{\varphi_A}^{\varphi_B}\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{1}{r}\cos\varphi d\varphi$$

$$B(M)=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{1}{r}\left(\sin\varphi_B-\sin\varphi_A\right) \tag{1.7}$$

Cas du fil infini :



On a alors : $\varphi_A\to-\frac{\pi}{2}$ et $\varphi_B\to\frac{\pi}{2}$

Par conséquent : $B(M)=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r}$

$$\overrightarrow{B(M)}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r}\overrightarrow{u_\theta} \tag{1.8}$$

Exercice 1 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique

Une particule de charge q=1 μC et de masse $m=10^{-3}$ kg, se déplace à une vitesse $\vec{v}$ =100m/s dans une région où il y a un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ =0.2T. Le vecteur vitesse est perpendiculaire au champ magnétique.

1. Quelle est la force de Lorentz subie par la particule ?
2. Décrire le mouvement de la particule dans ce champ magnétique. Quel est le rayon de la trajectoire ?
3. Quelle est la fréquence du mouvement circulaire de la particule ?

Exercice 2 : Effet d'un champ électrique et magnétique combiné

Une particule de charge $q=-1.6\ .10^{-19}$C est soumise à un champ électrique $\vec{E}$=5V/m et à un champ magnétique $\vec{B}$ =0.1T. Sa vitesse initiale est $\vec{v}=10^6$m/s dans la direction perpendiculaire à $\vec{E}$ et $\vec{B}$

1. Déterminer la force résultante sur la particule.
2. Dans quelles conditions le mouvement de la particule reste rectiligne ? (Cas de la vitesse de dérive)

Exercice 3 : Force de Laplace sur un fil conducteur

Un fil conducteur de longueur ℓ=50 cm, parcouru par un courant I=10 A, est placé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$=0.3 T. Le fil est perpendiculaire au champ magnétique.

1. Quelle est la force exercée sur le fil par le champ magnétique ?
2. Si le fil est incliné à un angle de 30^0par rapport au champ magnétique, quelle sera la nouvelle force exercée sur le fil ?

3. Si le fil est en suspension librement dans ce champ magnétique, comment doit-on orienter le fil pour que la force de Laplace soit nulle ?

Exercice 4 : Effet d'un champ électrique et magnétique combiné

Une particule de charge q=−1.6×10−19 est soumise à un champ électrique $\vec{E}$ =5 kV/m et à un champ magnétique $\vec{B}$=0.1 T. Sa vitesse initiale est $\vec{v}$=106 m/s dans la direction perpendiculaire à $\vec{E}$ et $\vec{B}$

1. Déterminer la force résultante sur la particule.
2. Dans quelles conditions le mouvement de la particule reste rectiligne ? (Cas de la vitesse de dérive)

Exercice 5 : Conducteur en forme de boucle carrée

Une boucle carrée de côté 10 cm, parcourue par un courant I=5 A, est placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$=0.2T, avec un des côtés parallèles au champ.

1. Calculez la force exercée sur chaque segment du carré.
2. Déterminez le moment résultant de la force exercée sur la boucle.

Loi de Biot-Savart

Exercice 6 : Champ magnétique d'un fil infini

Un fil infini est parcouru par un courant I=15 A. Un point d'observation est situé à d=5 cm du fil.

1. Utilisez la loi de Biot-Savart pour calculer le champ magnétique au point d'observation.
2. Si le courant double, quel sera l'effet sur le champ magnétique ?
3. Que se passe-t-il si le point d'observation se trouve à 10 cm, du fil ?

Exercice 7 : Champ magnétique au centre d'une boucle circulaire

Un courant I=3 A, circule dans une boucle circulaire de rayon R=0.1 m.

1-Calculez le champ magnétique au centre de la boucle.

2-Si une deuxième boucle identique, parcourue par le même courant dans le sens opposé, est placée au-dessus de la première, à une distance égale à son rayon, quel sera le champ magnétique résultant au centre ?

Exercice 8 : Champ magnétique d'un segment de fil

Considérez un segment de fil de longueur ℓ=20 cm, parcouru par un courant I=10 A. Un point P est situé à une distance d=10 cm de ce fil, perpendiculairement à son centre.

1. Calculez le champ magnétique au point PPP en utilisant la loi de Biot-Savart.
2. Quelle serait la contribution si le fil était infini ? Comparez les résultats.

1. Force de Lorentz

Exercice 1 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique

- **Données :**
  $q=1\ \mu C=1\times10^{-6}$ C,
  $m=10^{-3}$ kg,
  $v=100$ m/s,
  $B=0.2$ T.

1. **Force de Lorentz :**
   La force de Lorentz est donnée par :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Comme $\vec{v}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires, la force a une magnitude maximale :

$F=qvB= (1\times10^{-6}) \times100\times0.2=2\times10^{-5}$ N

2. **Rayon de la trajectoire :**
   La force magnétique agit comme une force centripète, donc :

$$F = \frac{\mathrm{mv}^2}{\mathrm{r}}$$

Ainsi, le rayon de la trajectoire circulaire est :

$$r = \frac{\mathrm{m}v}{\mathrm{qB}} = \frac{10^{-3} \times 100}{(1 \times 10^{-6}) \times 0.2} = 500m$$

3. **Fréquence du mouvement :**
   La fréquence cyclotron est donnée par :

$$f = \frac{\mathrm{qB}}{2\pi\mathrm{m}}$$

Substituons les valeurs :

$$f = \frac{(1 \times 10^{-6}) \times 0.2}{2\pi \times 10^{-3}} = 31.8Hz$$

Exercice 2 : Effet d'un champ électrique et magnétique combiné

- **Données :**
  $q=-1.6\times10^{-19}$ C,
  $E=5\times10^{3}$ V/m,
  $B=0.1$ T,
  $v=10^{6}$ m/s.

1. **Force résultante :**
   La force totale est la somme de la force électrique et de la force magnétique :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Pour la force magnétique, on a :

$F_m=qvB= (-1.6\times10^{-19}) \times (10^{6}) \times (0.1) =-1.6\times10^{-14}$ N

La force électrique est :

$Fe=qE= (-1.6\times10^{-19}) \times (5\times10^{3}) =-8\times10^{-16}$ N

Ainsi, la force totale est :

$F=F_e+F_m=-8\times10^{-16}\times\text{-}1.6\times10^{-14}=-1.68\times10^{-14}$ N

2. **Mouvement rectiligne :**
   Le mouvement reste rectiligne si la force totale est nulle, c'est-à-dire si la vitesse est telle que $\vec{v} \times \vec{B} = -\vec{E}$, d'où :

$$v = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{B}} = \frac{5 \times 10^{3}}{0.1} = 5 \times 10^{4}m/s$$

Exercice 3 : Force de Laplace sur un fil conducteur

- **Données :**
  ℓ=50 cm,
  I=10 A,
  B=0.3 T.

1. **Force exercée :**
   La force de Laplace est donnée par :

$$\vec{F} = I(\vec{\ell} \times \vec{B})$$

Comme le fil est perpendiculaire à $\vec{B}$, la force est maximale :

$F = I\ell B = 10 \times 0.5 \times 0.3 = 1.5$ N

2. **Angle de 30^0:**
   La force est réduite par le facteur $\sin(30^0) = 0.5$:

$F = 1.5 \times 0.5 = 0.75$ N

3. **Force nulle :**

   La force de Laplace est nulle si le fil est parallèle au champ magnétique $\vec{B}$.

   Dans ce cas, l'angle entre $\vec{\ell}$ vec $\vec{B}$ est de 0^0 donc F=0.

Exercice 5 : Conducteur en forme de boucle carrée

- **Données :**
  Boucle carrée de côté 10 cm,
  I=5 A,
  B=0.2 T.

1. **Force sur chaque segment :**
   Pour chaque côté ℓ=0.1 m, la force sur un segment perpendiculaire au champ magnétique est :

$F = I\ell B = 5 \times 0.1 \times 0.2 = 0.1$ N

Les côtés parallèles au champ ne subissent pas de force.

2. **Moment résultant :**
   Le moment de la force sur chaque segment est donné par :

$$M=F\times d$$

Pour un côté de la boucle à distance $d=0.1$ m, le moment est :

$M=0.1\times0.1=0.01$ N.m

Le moment total de la boucle est la somme des moments sur chaque segment perpendiculaire.

Exercice 6 : Champ magnétique d'un fil infini

Données :
$I=15$ A,
$d=5$ cm$=0.05$ m.

1. **Champ magnétique :**
   Le champ magnétique à une distance d d'un fil infini est donné par :

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

avec $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ T.m/A. Donc :

$$B=\frac{4\pi\times10^{-7}\times15}{2\pi\times0.05}=610^{-5}T$$

2. **Si le courant double :**
   Si I double, B double également :

$B_{nouveau}=2\times6\times10^{-5}=1.2\times10^{-4}$ T

3. **Distance doublée :**
   Si $d=0.1$ m, le champ est réduit par un facteur 2 :

$$B=\frac{6\times10^{-5}}{2}=3\times10^{-5}T$$

Exercice 6 : Champ magnétique au centre d'une boucle circulaire

- **Données :**
  $I=3$ A,
  $R=0.1$ m.

1. **Champ magnétique au centre de la boucle :**
   Le champ magnétique au centre d'une boucle circulaire est :

$$B = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{2\mathrm{R}}$$

Substituons les valeurs :

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7}) \times 3}{2 \times 0.1} = 1.88 \times 10^{-5}$$

2. **Deux boucles opposées :**
   Si les boucles ont des courants dans des sens opposés, le champ magnétique résultant au centre sera nul, car les champs créés par chaque boucle se soustraient.