EXERCICE N° 3.

Une plaque plane mince de longueur de **25 mm** et de largeur de **8mm** est utilisée comme un compteur de vitesse du vent. Le vent souffle avec une vitesse ***U*** parallèle à la face la plus longue, on considère que la température du vent est constante le long de la plaque tel que **To=20°C** et la surface de la plaque est chauffée électriquement par une puissance **Q**=25 W tel que sa température de surface Ts=32°C .

1) Démontré que le régime d'écoulement est laminaire

2) Calculer la vitesse du vent *U*

3) calculer l'épaisseur de la couche limite dynamique et thermique($\delta(x)$, $\delta_{th}(x)$) le long de cette plaque.

On donne : Pour le régime Laminaire, $\boldsymbol{NuL=0.66Re_L^{0.5}Pr^{1/3}}$ *, et* $\boldsymbol{Rec=5.10^5}$

Air : $\boldsymbol{\rho= 1.19Kg/m^3}$, $\boldsymbol{\nu=1.52X10^{-5}\ m^2/s}$, $\boldsymbol{Cp=1KJ/KgK}$, $\boldsymbol{K=0.025W/mK}$

SOLUTION de l'exercice N°3

1. pour déterminer le régime d'écoulement est laminaire, on calcul le nombre de Reynolds moyen

$$\mathrm{Re}_L = \frac{U.L}{\nu}$$

Mais à partir cette relation la vitesse u est inconnue donc on utilise la formule donnée dans l'exercice

$NuL=0.66Re_L^{0.5}Pr^{1/3}$ $\rightarrow$ $\mathrm{Re}_L = \frac{NuL}{0.66\,\mathrm{Pr}^{1/3}}$ **(a)**

il faut calaculer NuL et Pr

NuL = h.L/K , et $h = \frac{Q}{S.(Ts - To)}$, S= 25x8 = $4x10^{-4}$ m^2 $\rightarrow$ h=5200 w/m^2

alors NuL = h.L/K= 5200 ,

Pr= μ.Cp/k = 0.72

avec $\mu= \rho.\nu$ et Cp=1KJ/KgK =1000J/Kg.K

Alors on remplace dans (a) , on trouve

ReL=8780 < 510^5 donc le régime est laminaire

2) la vitesse de vent

$$\mathrm{Re}_L = \frac{U.L}{\nu} \rightarrow \quad U=\frac{\nu}{L}\mathrm{Re}_L$$ = 5.33 m/s

3) l'épaisseur de la couche limite dynamique et thermique

le régime est laminaire , donc l 'épaisseur de la couche limite dynamique est donnée par la relation de Blasius suivante:

$$\delta(x) = \frac{4.96.x}{\left(\mathrm{Re}\,x\right)^{0.5}}$$ pour x=L $\rightarrow$ $$\delta(L) = \frac{4.96.L}{\left(\mathrm{Re}\,L\right)^{0.5}} = 0.0013m = 1.3mm$$

c'est l'épaisseur de la couche limite à la fin de la plaque (x=L)

et l'épaisseur de la couche limite thermique est donnée par:

$$\delta_{th}(x) = \frac{4.53.x}{\left(\mathrm{Re}\,x\right)^{0.5}}.\mathrm{Pr}^{-1/3}$$ pour x=L $\rightarrow$ $$\delta_{th}(L) = \frac{4.53.L}{\left(\mathrm{Re}\,L\right)^{0.5}}.\mathrm{Pr}^{-1/3} = 1.34mm$$

EXERCICE N°4

Un tube cylindrique de rayon R=0.5 cm et de longueur L= 50 m transport de l'eau avec un début volumique souhaité est de 0.04 l/s

Le profile de la vitesse de cet écoulement est donnée par:

$$u(r) = u_{\max}(1 - \frac{r^2}{R^2})$$ avec $u_{max}= \dfrac{bR^2}{4\mu}$ et $b= \Delta P/\Delta x$

1. déterminer le régime d'écoulement (laminaire ou turbulent)
2. calculer la vitesse maximale de l'écoulement
3. calculer les pertes de charge
4. si la pression d'entrée est Pe= 3 bar, déterminer la pression de sortie Ps
5. calculer la longueur d'entrée pour que l'écoulement devienne établi

on donne ρ_{eau}= 1000 kg/m^3 , μ= 10^{-3} kg/m.s

SOLUTION de l'exercice N°4

1. Pour déterminer le régime d'écoulement on calcul le nombre de Reynolds

$\mathrm{Re}_D = \dfrac{\bar{u}.D}{\nu}$, mais il faut déterminer tout abord la vitesse d'écoulement moyenne utilisant :

$$Q_v = \bar{u}.s \quad \rightarrow \quad \bar{\mathrm{u}} = \frac{Q_v}{s} = 0.5 m/s$$

Avec:

Q_v=0.04 l/s= 0.04.10^{-3} m^3/s

s=π.R^2= π.(0.5.10^{-2})^2= 0.785.10^{-4} m^2

La viscosité cinématique $\nu = \mu / \rho_{eau}$ =10^{-6} m^2/s

alors : $\mathrm{Re}_D = \dfrac{0.5\mathrm{x}1.10^{-2}}{10^{-6}} = 5.10^3$

Re_D > Rec (=2300) donc le régime est turbulent

2. la vitesse maximale de l'écoulement

$$u_{\max} = \frac{bR^2}{4\mu} \qquad \textbf{(a)}$$

et d'autre part : $u_{\max} = 2.\bar{u} = 1.m/s$

$$u_{\max} = \frac{bR^2}{4\mu} = \frac{2.Qv}{\pi R^2} = 2.\bar{u} = 1.m/s$$

3. Les pertes de charge ΔP

$$b = \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{\Delta p}{L} \rightarrow \Delta p = b.L \qquad \textbf{(b)}$$

De la relation (a) on a :

$$u_{\max} = \frac{bR^2}{4\mu} \quad \mathrm{b}=\frac{4.\mu}{R^2} u_{\max} = 160$$

on remplace dans la relation (b) , on trouve :

ΔP= 160x5= 800 pascale = 0.08 bar

4. la pression de sortie

Δp = Pe-Ps → Ps= Pe- Δp = 3-0.08= 2.92 bar

5. la longueur d'entrée pour que l'écoulement devienne établi

On utilise la formule empirique suivante:

$$\frac{Le}{D} = 4.4\,\mathrm{Re}_D^{1/6} \;\rightarrow\; \mathrm{Le} = 0.18\ \mathrm{m}$$