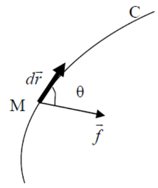
Rappel du cours

1- Travail d'une force

Le travail élémentaire dw d'une force $\vec{F}$, agissant sur un point matériel M dans un déplacement élémentaire $\overrightarrow{dr}$ le long de la trajectoire (C) est donné par :



$$dw = \vec{F}.\overrightarrow{dr}$$

$$dW = F.dr.\cos\theta$$

L'unité du travail est le Joule (J)

le travail le long de cette courbe sera l'intégrale du travail élémentaire :

$$W_{A\rightarrow B} = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F}.\overrightarrow{dr} = \int_A^B F.dr.\cos\theta$$

2- Puissance

La puissance instantanée est définie comme le travail par unité de temps : $P = \frac{dw}{dt}$.

Ainsi, elle est définit par le produit scalaire entre la force $\vec{F}$ et la vitesse $\vec{V}$:

$$P = \frac{dw}{dt} = \frac{\vec{F}.\overrightarrow{dr}}{dt} = \vec{F}.\vec{V} \text{ (watt)}$$

3-Théorème de l'énergie cinétique

Le travail total des forces qui s'exerce sur un point matériel entre deux instants t_1 et t_2 est égal à la variation de l'énergie cinétique du point entre ces deux mêmes instants:

$$W_{AB} = \int_A^B dW = \int_A^B d(E_c) = E_{c,B} - E_{c,A} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

où $E_c = \frac{1}{2}mv^2$: est l'énergie cinétique.

4- Forces conservatives

Une force est dite conservative si son travail ne dépend pas du chemin suivi :

$$WA \xrightarrow{1} B = WA \xrightarrow{2} B$$

Où est une force qui se dérive d'un potentiel: $\vec{F} = -(\overrightarrow{grad})\, Ep$, Ep : est l'énergie potentielle.

5- Forces non conservatives

Se sont les forces qui ne dérivent pas d'un potentiel (forces de frottement par exemple) .

6-Théorème de l'énergie mécanique

a-Force conservatives

L'énergie mécanique (où totale) est conservée : $\Delta E_M = 0, E_M = E_c + E_p$.

b-Force non conservatives

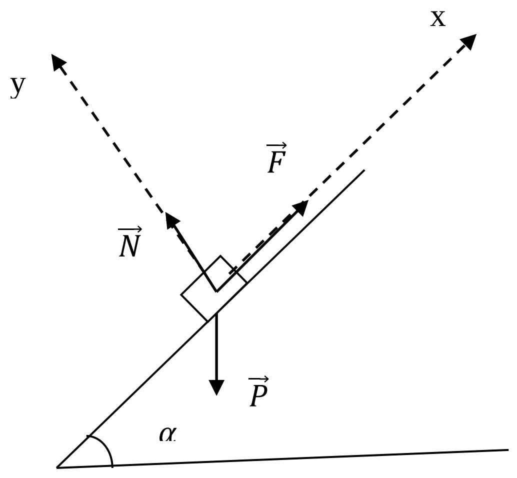
La variation de l' énergie mécanique égal au travail des forces non conservatives : $\Delta E_M = W(\overrightarrow{F_f})$.

7-Exercices résolus

7.1-Exercice 01

Une automobile de masse $1200\, Kg$ monte une longue rampe incliné de 5° à la vitesse constante de $36\, Km/h$. Calculer le travail effectué par le moteur en 5 minutes et la puissance qu'il développe. Négliger tout les frottements.

7.1.1-Corrigé



Selon le P.F.D :

$F - mgsin\alpha = ma$

Comme le mouvement est uniforme, $= 0$, et

$F = mgsin\alpha = 1200 \times 908 \times sin5° = 94964.9\ N$.
La vitesse de l'automobile et $v = 36\ Km/h$ =10 m/s, et pendant 5 minutes $(300s)$ elle se déplace de la distance $= vt = 10 \times 300 = 3 \times 10^3$.
Le travail effectué par le moteur est :
$W = F.s = 94964.9\ \times 3 \times 10^3 = 28.48 \times 10^6$ J ;
La puissance moyenne :
$P = \frac{W}{t} = \frac{28.48 \times 10^6}{300} = 9.5 \times 10^4\ W$.

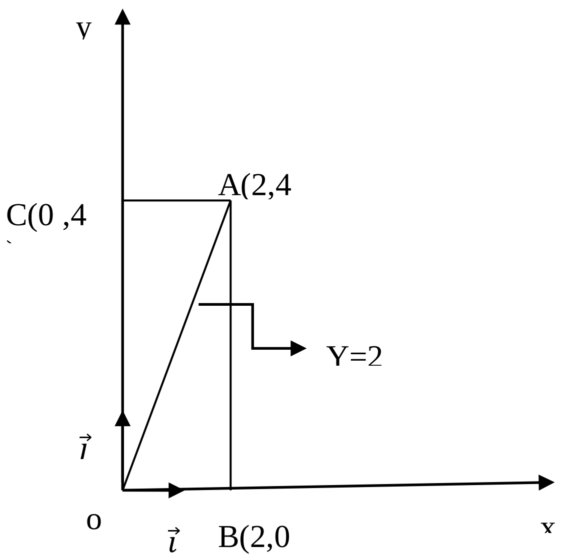
7.2-Exercice 02

Une particule se déplace sous l'action d'une force

$\vec{F} = (x - ay)\vec{\imath} + (3y - 2x)\vec{\jmath}, \quad (a\ est\ constant)$

1-Calculer le travail de la force $\vec{F}$ quand la particule se déplace du point $O(0,0)$ jusqu'au point $A(2,4)$ suivant les trajets :
a-En suivant la droite $y = 2x$: du point $O(0,0)$ au point $(2,4)$.
b-Suivant la ligne brisé OBA, avec $B(2,0)$: $O(0,0) \to B(2,0) \to A(2,4)$.
c-Suivant la ligne brisé OCA, avec $C(0,4)$: $O(0,0) \to C(0,4) \to A(2,4)$.
2-Déterminer la valeur de a pour que $\vec{F}$ soit conservative.

7.2.1-Corrigé



$\vec{F} = (x - ay)\vec{\imath} + (3y - 2x)\vec{\jmath}$

$W_{O\to A} = \int_A^B \vec{F}\,\overrightarrow{dl}$

$$\overrightarrow{dl} = dx\vec{\imath} + dy\vec{\jmath}$$

Donc :

$$W_{O\to A} = \int_0^2 (x - ay)\, dx + \int_0^4 (3y - 2x) dy$$

1-a) $y = 2x \Rightarrow dy = 2dx$

$$W_{O\to A} = \int_0^2 (x - 2ax)\, dx + \int_0^4 (3y - y) dy$$

$$W_{O\to A} = \frac{1}{2}(1 - 2\mathrm{a})\mathrm{x}^2/_0^2 + \mathrm{y}^2/_0^4$$

$$W_{O\to A} = 18 - 4\mathrm{a}$$

1-b) $O(0{,}0) \to B(2{,}0) \to A(2{,}4)$

$$\begin{cases} O \to B, & y = 0, \qquad dy = 0 \\ B \to A, & x = 2, \qquad dx = 0 \end{cases}$$

$$W_{O\to A} = W_{O\to B} + W_{B\to A}$$

$$W_{O\to B} = \int_0^2 (x - ay)\, dx = \int_0^2 x\, dx$$

$$W_{O\to B} = \frac{1}{2}x^2/_0^2 = 2J$$

$$W_{B\to A} = \int_0^4 (3y - 2 \times 2) dy$$

$$W_{B\to A} = \left[\frac{3}{2}\mathrm{y}^2 - 4\mathrm{y}\right]_0^4 = 8\mathrm{J}$$

$$W_{O\to A} = W_{O\to B} + W_{B\to A}$$

Donc :

$$W_{O\to A} = 2 + 8 = 10J$$

1-c) $O(0{,}0) \to C(0{,}4) \to A(2{,}4)$

$$\begin{cases} O \to C, & x = 0, \qquad dx = 0 \\ C \to A, & y = 4, \qquad dy = 0 \end{cases}$$

$$W_{O\to A} = W_{O\to C} + W_{C\to A}$$

$$W_{O\to C} = \int_0^4 (3y - 2x) dy = \int_0^4 3y dy$$

$W_{O\to C} = \frac{3}{2}y^2/_0^4 = 24J$

$$W_{C\to A} = \int_0^2 (x - ya)\,dx = \int_0^2 (x - 4a)\,dx$$

$$W_{C\to A} = \left[\frac{1}{2}\mathrm{x}^2 - 4\mathrm{ax}\right]_0^2$$

$W_{C\to A}$ =(2-8a) J

$W_{O\to A} = W_{O\to C} + W_{C\to A} = 24 + 2 - 8a$

$W_{O\to A} = (26 - 8a)J$

2-la valeur de a pour que $\vec{F}$ soit conservative :

La force $\vec{F}$ est conservative ⇒ le travail ne dépend pas de la trajectoire suivie :

$\Rightarrow W_{O\to A(a)} = W_{O\to A(b)} = W_{O\to A(c)}$

$\Rightarrow 18 - 4a = 10 = 26 - 8a$

$\Rightarrow a = 2$.

7.3-Exercice 03

Soit la force $\vec{F} = 2xz\,\vec{\imath} + yz\,\vec{\jmath} + (\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2)\,\vec{k}$.

a) Trouver les constantes a, b et c pour que $\vec{F}$ soit conservatrice , sachant qu'au point $(1,1,1)$ la force $\vec{F} = 2\,\vec{\imath} + \vec{\jmath} - 3\,\vec{k}$.

b) Déduire le potentiel $E_p(x, y, z)$.

7.3.1-Corrigé

a)

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\vec{\mathrm{F}} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2xz & yz & \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 \end{vmatrix} = \vec{0}$$

$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\vec{\mathrm{F}} = (2\beta\mathrm{y} - \mathrm{y})\vec{\imath} + (2x - 2\alpha x)\vec{\jmath} = \vec{0}$ (1)

et

$\vec{F}(1,1,1) = 2\vec{\imath} + \vec{\jmath} + (\alpha + \beta + \gamma)\vec{k} = 2\,\vec{\imath} + \vec{\jmath} - 3\,\vec{k}$ (2)

De l'eq(1) on aura $2\beta\mathrm{y} - \mathrm{y} = 0 \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}$ et $2x - 2\alpha x = 0 \Rightarrow \alpha = 1$,

et de l'éq (2) on aura $\alpha + \beta + \gamma = -3 \Rightarrow \gamma = -\frac{9}{2}$

$\vec{F} = 2xz\vec{\imath} + yz\vec{\jmath} + (x^2 + \frac{1}{2}y^2 - \frac{9}{2}z^2)\,\vec{k}$

b) le potentiel $E_p(x, y, z)$

$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p(x, y, z) = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{\imath} - \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{\jmath} - \frac{\partial E_p}{\partial z}\vec{k}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial E_p}{\partial x} = -2xz & (3) \\ \dfrac{\partial E_p}{\partial y} = -yz & (4) \\ \dfrac{\partial E_p}{\partial z} = -\left(x^2 + \dfrac{1}{2}y^2 - \dfrac{9}{2}z^2\right) & (5) \end{cases}$$

De l'éq(3) $E_p = -\int 2xzdx = -x^2z + A(y, z)$.

De l'éq (4) $\frac{\partial A(y,z)}{\partial y} = -yz \;\Rightarrow A(y, z) = -\frac{1}{2}y^2z + B(z)$.
On remplace $C(y, z)$ dans la formule de E_p, on trouve :

$E_p = -x^2z - \frac{1}{2}y^2z + B(z)$,

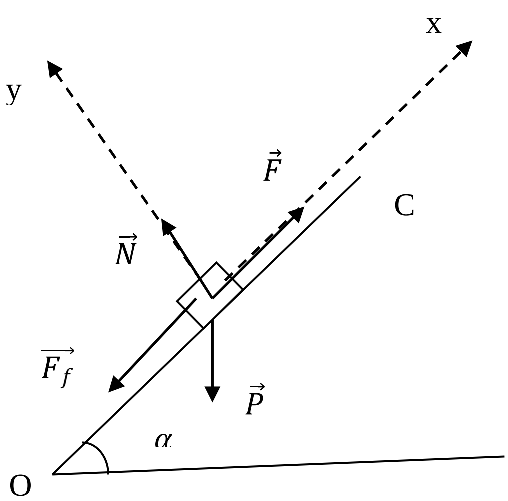
de l'éq (5) $-x^2 - \frac{1}{2}y^2 + \frac{\partial B(z)}{\partial z} = -\left(x^2 + \frac{1}{2}y^2 - \frac{9}{2}z^2\right) \Rightarrow B(z) = \frac{3}{2}z^3 + C$

$E_p(x, y, z) = -x^2z - \frac{1}{2}y^2z + \frac{3}{2}z^3 + C$

7.4-Exercice 04

On considère un plan incliné d'un angle α avec l'horizontale. Un point matériel de masse m est lancé suivant ce plan incliné vers le haut, avec une vitesse v_0 . Le coefficient de frottement de glissement sur le pan est .
1-Calculer le travail de chacune des forces auxquelles est soumis le point matériel, lorsqu'il se déplace depuis son point de lancement choisi comme origine jusqu'au point ou sa vitesse s'annule.
2-En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer la distance parcourue par le point matériel jusqu'à l'arrêt, en fonction de $v_0, \alpha, \mu, et\ g$.

7.4.1-Corrigé



1-le travail de chacune des forces :

Les force : $\vec{N}, \vec{P}$ et $\vec{F_f}$,

$\vec{N} = N\vec{j}$, $\quad \vec{F_f} = -F_f\vec{\imath}$, $\vec{P} = -Psin\alpha\vec{\imath} + Pcos\alpha$

On a :
$F_f = \mu N = \mu pcos\alpha = \mu mgcos\alpha$

$$W(\vec{F}) = \int \vec{F}\,\vec{dl}$$

$\vec{dl} = dx\vec{\imath}$

$W(\vec{N}) = 0$, $(\vec{N} \perp \vec{dl})$

$$W(\vec{p}) = -mgsin\alpha \int_0^x dx$$

$$W(\vec{p}) = -mgxsin\alpha$$

$$W(\vec{F_f}) = -\mu mgcos\alpha \int_0^x dx$$

$$W(\vec{F_f}) = -\mu mgxcos\alpha$$

2-calcul de la valeur de x :

$t = 0 \rightarrow v = v_0$

$t(x) \rightarrow v = 0$

On applique le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_x^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 == -mgxsin\alpha - \mu mgxcos\alpha$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}mv_0^2 = -mg(sin\alpha + \mu cos\alpha)x$$

$$\Rightarrow x = \frac{v_0^2}{2g(sin\alpha+\mu cos\alpha)} .$$

7.5-Exercice 05

Un point matériel M de masse m part à partir du point A avec une vitesse initiale V_0 sur une trajectoire .

-AB est un quart d'un cercle de rayon R.

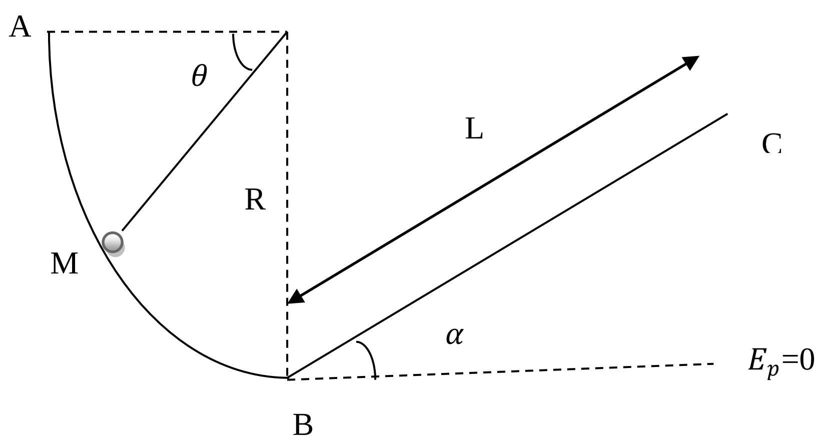
-BC est une droite de longueur L ($BC = L$) faisant un angle α avec le plan horizontal.

On suppose que le mouvement s'effectue sans frottement dans la partie AB et avec frottement dans la partie BC (la force de frottement F_f est constante). En utilisant le théorème de l'énergie mécanique, calculer :

1-la vitesse de la masse m dans le point M de la partie .

2-déduire sa vitesse au point .

3-Quelle est la valeur de F_f si la masse atteintjuste le point C (la vitesse au point C est nulle).



7.5.1-Corrigé

1-Le mouvement sans frottement :

$\Delta E_M = 0, \qquad (A \to B)$

$\Rightarrow E_M(M) = E_M(A)$

$E_c(M) + E_p(M) = E_c(A) + E_p(A)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_M^2 + mgR(1 - sin\theta) = \frac{1}{2}mV_0^2 + mgR$

$V_M = \sqrt{V_0^2 + 2gRsin\theta}$

2-au point B, $\theta = \frac{\pi}{2}$,

$\Rightarrow V_B = \sqrt{V_0^2 + 2gR}$

3-$B \to C$ avec frottement :

$\Delta E_M(B \to C) = W(\overrightarrow{F_f})$

$W(\overrightarrow{F_f}) = -F_f.L$

$\Rightarrow E_M(C) - E_M(B) = -F_f.$

$\Rightarrow E_c(C) + E_p(C) - E_c(B) - E_p(B) = -F_f.L$

$\Rightarrow 0 + E_p(C) - E_c(B) - 0 = -F_f.L$

$$\Rightarrow mgLsin\alpha - \frac{1}{2}mV_B^2 = -F_f.L$$

$$\Rightarrow mgLsin\alpha - \frac{1}{2}m(V_0^2 + 2gR) = -F_f.L$$

$\Rightarrow F_f = \frac{m}{2L}(V_0^2 + 2gR) - mgsin\alpha$.

7.6-Exercice 06

Une bille de masse m est lancé sans vitesse initiale d'une hauteur h (Figure) sur une trajectoire $ABCDE$ formé de deux parties : AB est une surface verticale et $BCDE$ est un ¾ d'un cercle de rayon R. On utilise le théorème de l'énergie mécanique,

1-Le mouvement de la bille sans frottement :

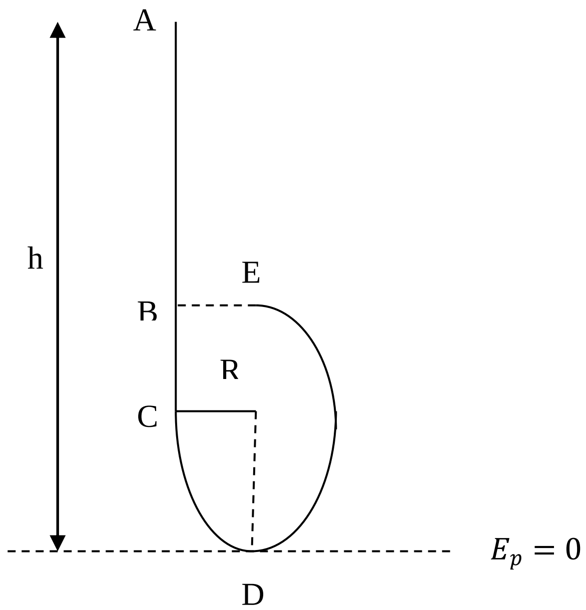
a-calculer la vitesse de la bille au point B.

b-calculer la vitesse de la bille au point D.

c-pour quelle valeur de h, la bille arrive au point E avec une vitesse égale à $\sqrt{2gR}$.

2-Si on suppose que le mouvement se fait avec une force de frottement tangentielle constante F' dans la partie $BCDE$ seulement. Quelle est la valeur de F' si la bille atteint juste le point E (la vitesse au point E est nulle).

7.6.1-Corrigé



1-a) la vitesse au point B ;

$A \rightarrow B$: sans frottement ;

$\Rightarrow \Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M(A) = E_M(B)$

$\Rightarrow E_c(A) + E_p(A) = E_c(B) + E_p(B)$

$\Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mV_B^2 + 2mgR$

$\Rightarrow V_B = \sqrt{2g(h - 2R)}$

b) la vitesse au point D :

$A \rightarrow D$: sans frottement ;

$\Rightarrow \Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M(A) = E_M(D)$

$\Rightarrow E_c(A) + E_p(A) = E_c(D) + E_p(D)$

$\Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mV_D^2 + 0$

$\Rightarrow V_D = \sqrt{2gh}$

c) la valeur de h pour laquelle $V_E = \sqrt{2gR}$;

$A \rightarrow E$: sans frottement ;

$\Rightarrow \Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M(A) = E_M(E)$

$\Rightarrow E_c(A) + E_p(A) = E_c(E) + E_p(E)$

$\Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mV_E^2 + 2mgR$

$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2}m.2gR + 2mgR$

$\Rightarrow h = 3R$

3-$B \rightarrow E$ avec frottement

$\Delta E_M(B \rightarrow E) = W(\overrightarrow{F_f})$

$$W_{B\rightarrow E}(\overrightarrow{F_f}) = \int_B^E \overrightarrow{F_f}.\overrightarrow{dr}$$

$\overrightarrow{F_f} = -F_f\overrightarrow{u_t}$ (force tangentielle)

$\overrightarrow{dr} = Rd\theta\overrightarrow{u_t}$

$$W_{B\to E}\left(\overrightarrow{F_f}\right) = -RF_f\int_0^{\frac{3\pi}{2}} d\theta$$

$$W_{B\to E}\left(\overrightarrow{F_f}\right) = -\frac{3}{2}\pi RF_f$$

$\Rightarrow E_M(E) - E_M(B) = -\frac{3}{2}\pi RF_f.$

$$\Rightarrow E_c(E) + E_p(E) - E_c(B) - E_p(B) = -\frac{3}{2}\pi RF_f$$

$$\Rightarrow 0 + 2mgR - \frac{1}{2}mV_B^2 - 2mgR = -\frac{3}{2}\pi RF_f$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}m.2g(h-2R) = -\frac{3}{2}\pi RF_f$$

$\Rightarrow F_f = \frac{2}{3}\frac{mg}{\pi R}(h-2R)$.

7.7-Exercice 07

Un corps de masse m se déplace sur une trajectoire formée de 3 parties AB, BC et CD :

-La partie AB et un $\frac{1}{4}$ d'un cercle de rayon R et de centre O_1.

-La partie BC est une surface plane de lonngueur $2R$.

- La partie CD est un $\frac{1}{4}$ d'un cercle de rayon R et de centre O_2 .

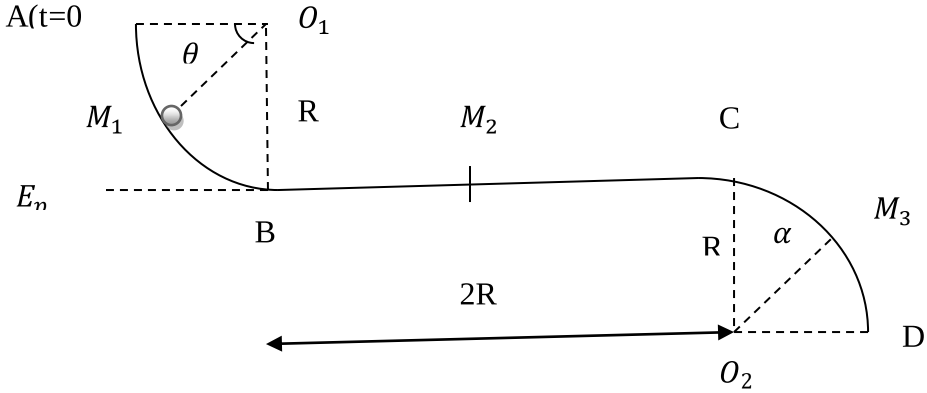
Le corps glisse sans frottement dans les parties AB et CD et avec frottement dans la partie BC (μ: coefficient de frottement). A l'instant $(t = 0)$, la masse démarre du point A sans vitesse intiale. En utilisant le théorème de l'énergie mécanique,

1-calculer la vitesse au point M_1. Déduire la vitesse au point B .

2--calculer la vitesse au point M_2. Déduire la vitesse au point C .

3-calculer la vitesse au point M_3 .

7.7.1-Corrigé



1-calcul de la vitesse au point M_1 :

$A \to B$: pas de frottement ;

$\Rightarrow \Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M(A) = E_M(M_1)$

$\Rightarrow E_c(A) + E_p(A) = E_c(M_1) + E_p(M_1)$

$\Rightarrow 0 + mgR = \frac{1}{2}mV_{M_1}^2 + mgh$
$h = R(1 - sin\theta)$

$\Rightarrow mgR = \frac{1}{2}mV_{M_1}^2 + mgR(1 - sin\theta)$

$\Rightarrow V_{M_1} = \sqrt{2gRsin\theta}$

A $B, \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow V_B = \sqrt{2gR}$

2-$B \to C$ avec frottement

$\Delta E_M(B \to C) = W(\overrightarrow{F_f})$

$\Rightarrow E_c(M_2) + E_p(M_2) - E_c(B) - E_p(B) = W(\overrightarrow{F_f})$

$\frac{1}{2}mV_{M_2}^2 - 0 - \frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = -F_f.x$

$F_f = \mu N = \mu mg$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_{M_2}^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -\mu mg.x$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_{M_2}^2 - \frac{1}{2}m.2gR = -\mu mg.x$

$\Rightarrow V_{M_2} = \sqrt{2g(R - \mu x)}$

à $C, x = 2R \Rightarrow V_C = \sqrt{2gR(1 - 2\mu)}$

3-calcul de la vitesse au point M_3 :

$C \to D$: pas de frottement ;

$\Rightarrow \Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M(C) = E_M(M_3)$

$\Rightarrow E_c(C) + E_p(C) = E_c(M_3) + E_p(M_3)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_C^2 + 0 = \frac{1}{2}mV_{M_3}^2 - mgh'$

$h' = R(1 - cos\alpha)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m.2gR(1-2\mu) = \frac{1}{2}mV_{M_3}^2 - mgR(1-cos\alpha)$$

$$V_{M_3} = \sqrt{2gR(2-2\mu-cos\alpha)}$$

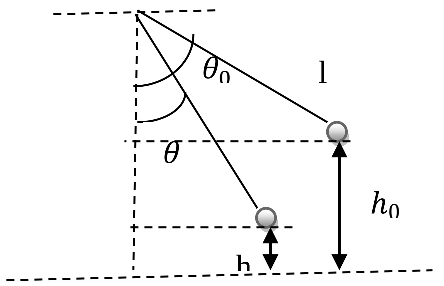
7.8-Exercice 08

Une masse m supposée ponctuelle est suspendue par un fil de longueur l , dont on néglige la masse, à un point d'attache fixe . Cet ensemble constitue un pendule. Le pendule est écarté d'un angle θ_0 par rapport à la verticale et laché sans vitesse initiale.En utilisant le théorème de l'énergie mécanique :

1-calculer la vitesse de la masse m en foction de g, l, θ_0 et θ.

2-Etablir l'équation différentielle de ce système.

7.8.1-Corrigé



$M(t=0) \rightarrow M(t)$: pas de frottement ;

$$\Rightarrow \Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M(t=0) = E_M(t)$$

$$\Rightarrow E_c(t=0) + E_p(t=0) = E_c(t) + E_p(t)$$

On a :

$$E_c = \frac{1}{2}mV^2$$

$$\overrightarrow{OM} = l\overrightarrow{u_\rho} \Rightarrow \vec{V} = l\dot{\theta}\overrightarrow{u_\rho}$$

$$\Rightarrow E_c = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2$$

$E_p = mgh$

$E_p = mgl(1 - cos\theta)$

-Calcul de V :

$$\Rightarrow 0 + mgh_0 = \frac{1}{2}mV^2 + mgh$$

$$\Rightarrow mgl(1 - cos\theta_0) = \frac{1}{2}mV^2 + mgl(1 - cos\theta)$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{2gl(cos\theta - cos\theta_0)}$$

2-l' équation différentielle :

L'énergie mécanique est conservée ;

$$\Rightarrow \frac{dE_M(t)}{dt} = 0$$

$$E_M(t) = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mgl(1 - cos\theta)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mgl(1 - cos\theta)\right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}ml^2(2\dot{\theta}\ddot{\theta}) + mgl[-\dot{\theta}(- sin\theta] = 0$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l}sin\theta = 0$$

C'est le même résultat trouvé précédemment (série 04 (exercice06)).

8-Exercices supplémentaires sans solution

8.1-Exercice 01

Une particule se déplace sous l'action d'une force

$$\vec{F} = y\vec{\imath} - \lambda x\vec{\jmath}, \quad (\lambda\ est\ constant)$$

1-Pour quelle valeur de λ ce champ de force est-il conservatif ?
2-Exprimer dans ce cas l'énergie potentiel E_p dont ce champ dérive.
3-Calculer en fonction de λ le travail de $\vec{F}$ quand la particule se déplace du point $O(0,0)$ jusqu'au point $A(1,1)$ lors de deux mouvement :
a-En suivant la courbe $y = x^3$: du point Oau point A.
b-En suivant le segment de droite OC puis CA avec $(0,1)$.
4-Vérifier que pour la valeur de λ trouvé en 2 le travail est indépendant du chemin et se calcule directement à partir de l'énergie potentielle E_p .

8.2-Exercice 02

Une petite boule de masse $(m = 1g)$ tombe d'une hauteur de 3 m , sans vitesse initiale, dans le sable. La masse s'arrête après une distance de 3 cm dans le sable.
1-Calculer la vitesse de la boule à la rencontre du sable.

2-Calculer la réaction du sable sur la boule.

8.3-Exercice 03

Soit un point matériel M soumis à un champ de force $\vec{F}$ tel que $\vec{F} = (x - ay)\,\vec{i}\, + (3y - 2x)\,\vec{j}$.

a-Calculer le travail de la force $\vec{F}$ pour le déplacement de M du point $O(0,0)$ au point $A(2,4)$ en passant par le point $C(0,4)$.

b-Trouver la valeur de a pour que $\vec{F}$ soit conservatrice, en déduire l'énergie potentielle E_p résultante de ce champ de force.

c-Déterminer le travail de $\vec{F}$ pour le déplacement de M suivant une trajectoire circulaire de rayon R et de centre $O(0,0)$.

8.4-Exercice 04

Une masse m glisse sans vitesse initiale d'un point A dans un demi cercle de rayon R (voir la figure).

I - Si on néglige les frottements :

1- Est-ce que l'énergie total (mécanique) de la masse se conserve durant son mouvement ?

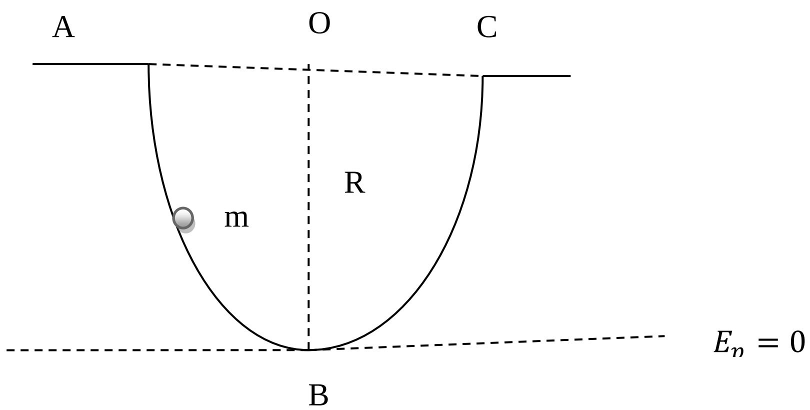
2- déterminer sa vitesse au point B.

3- A quelle hauteur h_1 la masse atteint ?

II- si on a la présence de frottements sur l'arc AB et la vitesse de la masse au point B vaut $\sqrt{gR}$, calculer le travail des forces de frottements. A quelle hauteur h_2 la masse atteint si l'arc BC est lisse (pas de frottements).

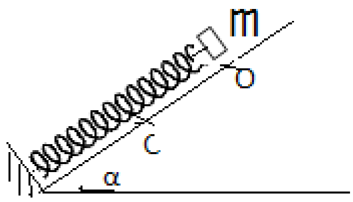
III- si on suppose qu'on se trouve dans le $2^{ème}$ cas, et la masse m démarre avec une vitesse initiale V_0. On remarque qu'elle arrive au point C avec une vitesse nulle.

- déterminer le travail de la force de frottement. Calculer la vitesse de la masse au point B.



8.5-Exercice 05

On pose une masse m à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur k sur un plan incliné avec un angle α de l'horizontale. On laisse la masse au point O sans vitesse initiale. On suppose qu'il y a des frottements sur le plan (la constant de frottement).



- Trouver l'énergie totale aux points O et C.
- Calculer le travail de la force de frottement.

Déduire X_C la compression maximum du ressort. Que devient-elle si on néglige les frottements.