

## Rappel du cours

### 1-Introduction

La dynamique, c'est une partie de la mécanique "classique" qui a pour but l'étude des mouvements en tenant compte des causes qui les produisent, ces dernières sont appelées forces.

### 2-Les lois de Newton

Les lois de Newton sont appliquées dans le référentiel d'inertie (Galiléen) et si la vitesse des corps est plus petite que celle de la lumière.

#### Référentiel d'inertie (Galiléen)

Les références Galiléens sont les référentiels animés d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport au référentiel de Copernic.

#### Référentiel de Copernic

Il est le référentiel dont l'origine est au barycentre du système solaire et dont les axes sont dirigés vers les étoiles lointaines dites « étoiles fixes ».

#### 2.1-Première loi (principe d'inertie)

Dans un référentiel galiléen, un corps isolé (qui n'est soumis à aucune force), est soit au repos, soit en mouvement rectiligne et uniforme. Ce qui est équivalent au principe de conservation de la quantité de mouvement en absence de force :

$$\vec{P} = m\vec{V} = \overrightarrow{cste} ,$$

$\vec{P}$  : est la quantité de mouvement.

#### 2.2-Deuxième loi

Dans un référentiel galiléen, la résultante des forces qui s'exercent sur un corps est égale au produit de sa masse par son vecteur accélération.

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{\gamma}$$

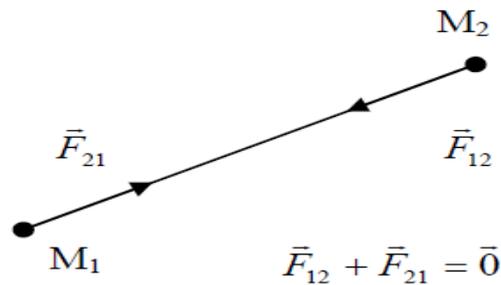
ou en introduisant la quantité de mouvement :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

#### 2.3-troisième loi (principe des actions réciproques)

Soient deux points matériels (1) et (2), à tout instant, la force exercée par le point matériel (1) sur la particule (2) est l'opposée de la force exercée par le point matériel (2) sur le point

matériel (1). Ces forces sont protées par la droite qui les joint, avec :  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$  ( $F_{12} = F_{21}$ )



### 3-Moment cinétique d'un point matériel

Le moment cinétique d'un point matériel  $M$  de masse  $m$  et de vitesse  $\vec{V}$ , par rapport au point  $O$  est défini par :

$$\vec{L}_{M/O} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P}$$

### 4- Théorème du moment cinétique

La dérivée par rapport au temps du moment cinétique en un point fixe  $O$  d'un point matériel, est égale au moment, en ce point, de la somme des forces appliquées, soit :

$$\frac{d\vec{L}_{M/O}}{dt} = \overrightarrow{OM} \wedge \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \mathcal{M}_{M/O}(\sum \vec{F}_{\text{ext}})$$

#### 4.1-- Conservation du moment cinétique

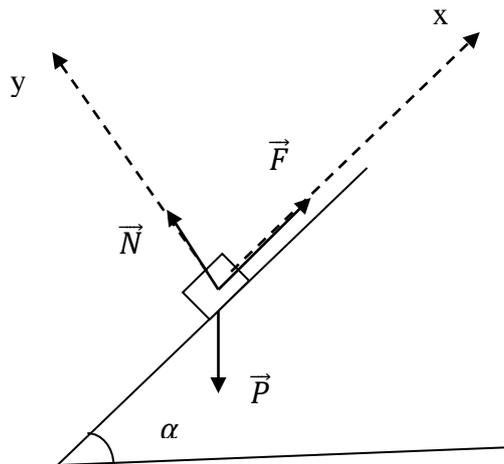
Quand le moment des forces appliquées à un point matériel par rapport à un point  $O$  est nul ( $\frac{d\vec{L}_{M/O}}{dt} = \vec{0}$  et  $\vec{L}_{M/O} = \text{cste}$ ) : soit le système est isolé ( $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$ ) ou les forces sont centrales ( $\overrightarrow{OM} // \sum \vec{F}_{\text{ext}}$ ).

## 5-Exercices résolus

### 5.1-Exercice 01

Une automobile de masse  $1000\text{kg}$  remonte une rue inclinée de  $20^\circ$ . Déterminer la force produite par le moteur, lorsque la voiture se déplace (a) d'un mouvement uniforme, (b) avec une accélération de  $0.2\text{ m/s}^2$ . Trouver aussi dans chaque cas la force exercée sur l'automobile par la rue.

#### 5.1.1-Corrigé



Le mouvement selon l'axes des  $X$  satisfait à l'équation :

$$F - mg \sin \alpha = ma$$

Où

$$F = m(a + g \sin \alpha)$$

Il n'y a pas de mouvement selon  $Y$ , et par conséquent

$$N - mg \cos \alpha = 0$$

où

$$N = mg \cos \alpha$$

$$N = 1000 \times 9.8 \times \cos 20^\circ = 9208.98 \text{ N}$$

La force  $N$  est indépendante de l'accélération de la voiture.

La force  $F$  est dépendante de l'accélération de la voiture.

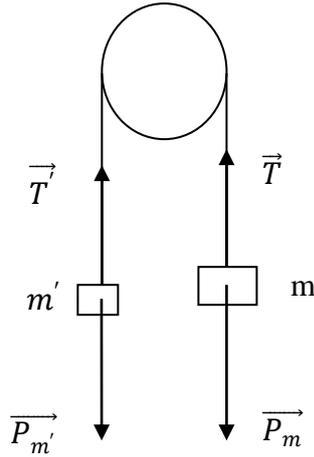
$$a- F = m g \sin \alpha = 1000 \times 9.8 \times \sin 20^\circ = 3351.8 \text{ N}$$

$$b- F = m(a + g \sin \alpha) = 1000(0.2 + 9.8 \times \sin 20^\circ) = 3551.8 \text{ N} .$$

## 5.2-Exercice 02

Déterminer l'accélération avec laquelle se déplacent les masses  $m$  et  $m'$  de la figure ci-contre. On suppose que la roue tourne sans frottement autour de  $O$  et on néglige tous les effets dus à la masse de la roue.

### 5.2.1-Corrigé



Le mouvement de descente de la masse  $m$  avec l'accélération  $a$  est :

$$mg - T = ma$$

Le mouvement de montée de la masse  $m'$  avec l'accélération  $a$  est :

$$T - m'g = m'a$$

Après simplification, on obtient :

$$a = \frac{m - m'}{m + m'}g$$

### 5.3-Exercice 03

Un objet de masse  $10 \text{ kg}$ , soumis à une force  $F = (120t + 40)N$ , se déplace en ligne droite. A l'instant  $t = 0$ , l'objet se trouve à  $x_0 = 5m$ , avec une vitesse  $v_0 = 6 \text{ m/s}$ . Trouver sa vitesse et sa position à un temps quelconque ultérieur.

#### 5.3.1-Corrigé

On a :

$$F = 120t + 40$$

On cherche l'accélération :

$$F = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{F}{a} = \frac{120t+40}{10} = (12t + 4) \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

La vitesse :

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt = \int_0^t (12t + 4) dt$$

$$\Rightarrow v - v_0 = 6t^2 + 4t$$

$$\Rightarrow v = (6t^2 + 4t + 6) \text{ m/s}$$

La position

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt = \int_0^t (6t^2 + 4t + 6) dt$$

$$x = (2t^3 + 2t^2 + 6t + 5)m$$

#### 5.4-Exercice 04

On donne le vecteur position  $\vec{r}$  d'un corps de masse  $6 \text{ kg}$  :  $\vec{r} = (3t^2 - 6t)\vec{i} + (-4t^3)\vec{j} + (3t + 2)\vec{k}$  (m) . Trouver (a) la force agissant sur le corps (b) son moment par rapport à l'origine (c) la quantité du mouvement du corps (d) le moment cinétique par rapport à l'origine.

##### 5.4.1-Corrigé

On a :

$$\vec{r} = (3t^2 - 6t)\vec{i} + (-4t^3)\vec{j} + (3t + 2)\vec{k}$$

a-La force :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = (6t - 6)\vec{i} + -12t^2\vec{j} + 3\vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = 6\vec{i} + -24t\vec{j} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

Donc,

$$\vec{F} = 36\vec{i} + -144t\vec{j} \text{ (N)}$$

b-Le moment de  $\vec{F}$  par rapport à l'origine :

$$\vec{\tau} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3t^2 - 6t & -4t^3 & 3t + 2 \\ 36 & -144t & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (432t^2 + 288t)\vec{i} + (108t + 72)\vec{j} + (-288t^3 + 864t^2)\vec{k}$$

c-la quantité du mouvement du corps :

$$\vec{P} = m\vec{V} = (36t - 36)\vec{i} + -72t^2\vec{j} + 18\vec{k}$$

d-le moment cinétique par rapport à l'origine :

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3t^2 - 6t & -4t^3 & 3t + 2 \\ 36t - 36 & -72t^2 & 18 \end{vmatrix}$$

$$= (144t^3 + 144t^2)\vec{i} + (54t^2 - 72)\vec{j} + (-72t^4 + 288t^3)\vec{k}$$

### 5.5-Exercice 05

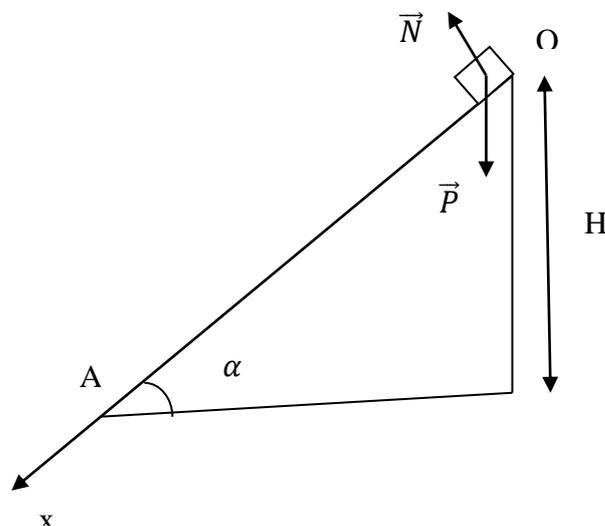
Un solide supposé ponctuel de masse  $m$  déposé à l'extrémité supérieure de la ligne de plus grande pente  $ox$  d'un plan incliné d'angle  $\alpha$ , sans vitesse initiale. On note  $H$  la distance de ce point initial  $o$  au plan horizontal et  $g$  l'intensité du champ de pesanteur.

1-Déterminer l'accélération du mobile à l'instant  $t$ , lorsque les frottements de glissement sont négligés.

2-En déduire la vitesse du mobile au point  $A$ .

3-Quelle est la condition sur  $\mu$ , le coefficient de frottement pour que le solide commence à glisser à  $t = 0$  ?

#### 5.5.1-Corrigé



1-l'accélération du mobile à l'instant  $t$  :

En utilisant le P.F.D :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$$

En utilisant les coordonnées cartésiennes :

$$OX: mg\sin\alpha = m\gamma$$

$$OY: N = mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \gamma = g\sin\alpha$$

2-la vitesse du mobile au point A

$$V_A^2 = V_0^2 + 2\gamma x = 2\gamma x = 2gx\sin\alpha = 2gx\frac{H}{x}$$

$$\Rightarrow V_A = \sqrt{2gH}$$

3-la condition sur  $f$ , le coefficient de frottement pour que le solide commence à glisser à  $t = 0$  :

Dans ce cas, on a :

$$OX: mg\sin\alpha - F_f = m\gamma$$

$$OY: N = mg\cos\alpha$$

$$F_f = fN = fmg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow m\gamma = mg\sin\alpha - fmg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \gamma = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)$$

$$V_A^2 = V_0^2 + 2\gamma x = 2\gamma x = 2g(\sin\alpha - f\cos\alpha)x = 2gH - 2gfH\cot\alpha$$

$$\Rightarrow V_A = \sqrt{2gH(1 - f\cot\alpha)}$$

La condition sur  $V_A$  :  $V_A > 0$

$$\Rightarrow 1 - f\cot\alpha > 0$$

La condition sur  $f$  :  $f < \tan\alpha$  .

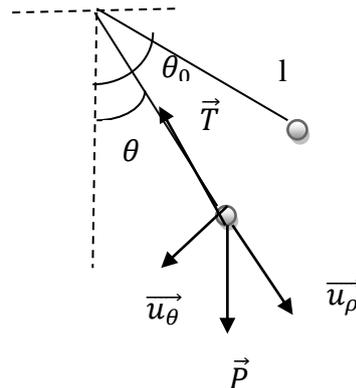
### 5.6-Exercice 06

Une masse  $m$  supposée ponctuelle est suspendue par un fil de longueur  $l$ , dont on néglige la masse, à un point d'attache fixe  $O$ . Cet ensemble constitue un pendule. Le pendule est écarté d'un angle  $\theta_0$  par rapport à la verticale et lâché sans vitesse initiale.

1-Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $\theta$  en appliquant la relation fondamentale de la dynamique, en utilisant les vecteurs de base des coordonnées cylindriques.

2-Etablir cette même équation différentielle en utilisant le théorème du moment cinétique.

#### 5.6.1-Corrigé



1-l'équation différentielle vérifiée par  $\theta$  en appliquant la relation fondamentale de la dynamique, en utilisant les vecteurs de base des coordonnées cylindriques :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{\gamma}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{\gamma}$$

En utilise les coordonnées polaires :

$$\overrightarrow{OM} = l\overrightarrow{u_\rho}$$

$$\Rightarrow \vec{V} = l\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$$

$$\vec{\gamma} = -l\dot{\theta}^2\overrightarrow{u_\rho} + l\ddot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$$

D'où

$$\overrightarrow{u_\rho}: mg\cos\theta - T = -ml\dot{\theta}^2$$

$$\overrightarrow{u_\theta}: -mg\sin\theta = ml\ddot{\theta}$$

$$\vec{k}: 0 = 0$$

D'où

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin\theta$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0$$

C'est une équation différentielle du deuxième degré.

2-En utilisant le théorème du moment cinétique :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \mathcal{M}(\sum \vec{F}_{\text{ext}})$$

$$\vec{OM} = l\vec{u}_\rho$$

$$\vec{P} = mg\cos\theta\vec{u}_\rho - mg\sin\theta\vec{u}_\theta$$

$$\vec{T} = -T\vec{u}_\rho$$

$$\mathcal{M}(\vec{P}) = \vec{OM} \wedge \vec{P}$$

$$= l\vec{u}_\rho \wedge (mg\cos\theta\vec{u}_\rho - mg\sin\theta\vec{u}_\theta)$$

$$= -mgl\sin\theta\vec{k}$$

$$\mathcal{M}(\vec{T}) = \vec{OM} \wedge \vec{T}$$

$$= l\vec{u}_\rho \wedge (-T\vec{u}_\rho) = \vec{0}$$

$$\vec{L} = \vec{OM} \wedge m\vec{V}$$

$$= l\vec{u}_\rho \wedge m l\dot{\theta}\vec{u}_\theta$$

$$\vec{L} = ml^2\dot{\theta}\vec{k}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = ml^2\ddot{\theta}\vec{k}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \mathcal{M}(\sum \vec{F}_{\text{ext}})$$

$$ml^2\ddot{\theta}\vec{k} = -mgl\sin\theta\vec{k}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0$$

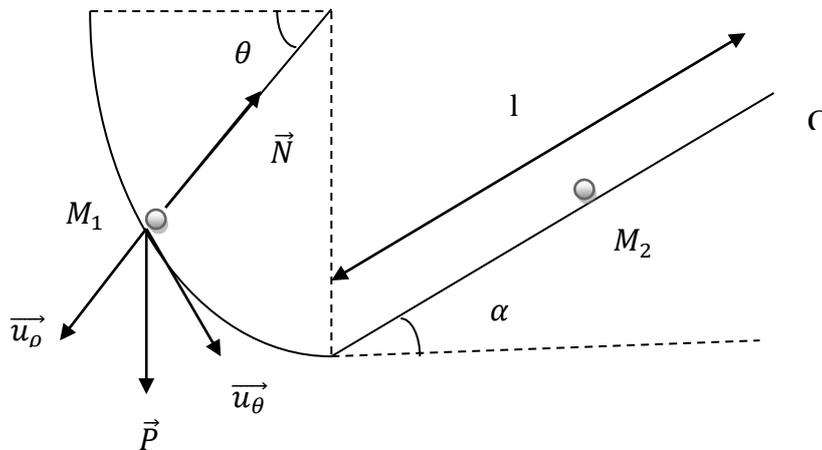
C'est la même équation trouvée précédemment.

### 5.7-Exercice 07

Un point matériel part de  $A$  avec une vitesse initiale  $V_0$  sur la trajectoire  $ABC$ .  $AB$  est un quart de cercle de rayon  $R$  et  $BC$  est un plan formant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale tel que  $BC = l$ . Le mouvement s'effectue sans frottement sur la partie  $AB$  et avec frottement de coefficient  $\mu$  sur la partie  $BC$ .

- 1-Trouver la vitesse au point  $M_1$  .
- 2- Trouver la vitesse au point  $M_2$  .
- 3-Déduire la vitesse en point d'arrivée  $C$  .

### 5.7.1-Corrigé



1-la vitesse au point  $M_1$  :

En utilisant le P.F.D :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{\gamma}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$$

En utilise les coordonnées polaires :

$$\overrightarrow{OM} = R\vec{u}_\rho$$

$$\Rightarrow \vec{V} = R\dot{\theta}\vec{u}_\theta$$

$$V = R\dot{\theta}$$

$$\vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\vec{u}_\theta$$

D'où

La projection sur  $\vec{u}_\rho$  donne :

$$mg\sin\theta - N = m\gamma_\rho = -R\dot{\theta}^2$$

La projection sur  $\vec{u}_\theta$  donne :

$$mg\cos\theta = m\gamma_\theta = R\ddot{\theta}$$

On a :

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d\dot{\theta}}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{d\theta}$$

$$\Rightarrow \dot{\theta} \frac{d\dot{\theta}}{d\theta} = gR\cos\theta$$

$$\Rightarrow \dot{\theta} d\dot{\theta} = gR\cos\theta d\theta$$

$$\dot{\theta} = \frac{V}{R} \Rightarrow d\dot{\theta} = \frac{dV}{R}$$

$$VdV = gR\cos\theta d\theta$$

$$\Rightarrow \int_{V_0}^V VdV = gR \int_0^\theta \cos\theta d\theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(V^2 - V_0^2) = gR\sin\theta$$

$$V_{M_1} = \sqrt{2gR\sin\theta + V_0^2}$$

2-la vitesse au point  $M_2$

$$\vec{P} + \vec{F}_f + \vec{N} = m\vec{\gamma}$$

$$OX: -mg\sin\alpha - F_f = m\gamma$$

$$OY: N = mg\cos\alpha$$

On a :

$$F_f = \mu N = \mu mg$$

$$\Rightarrow -mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = m\gamma$$

$$\Rightarrow -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = \gamma$$

$$\gamma = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = V \frac{dV}{dx}$$

$$\Rightarrow -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = V \frac{dV}{dx}$$

$$\Rightarrow -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)dx = VdV$$

$$\Rightarrow \int_{V_B}^V VdV = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \int_0^x dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(V^2 - V_B^2) = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)x$$

$$\Rightarrow V_{M_2} = \sqrt{-2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)x + V_B^2}$$

On a :

$$V_B = V_{M_1}(\theta = \frac{\pi}{2}) = \sqrt{2gR + V_0^2}$$

$$\Rightarrow V_{M_2} = \sqrt{-2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)x + 2gR + V_0^2}$$

3-la vitesse en point d'arrivée C :

à C,  $x = L$ ,

$$\Rightarrow V_C = \sqrt{-2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)L + 2gR + V_0^2}$$

### 5.8-Exercice 08

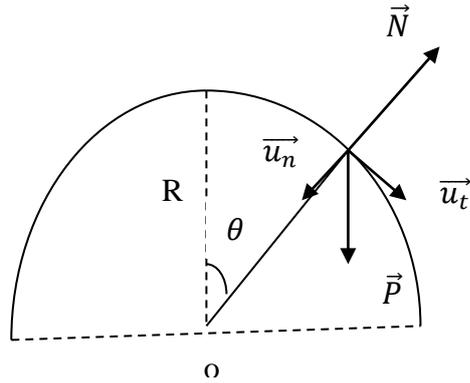
Une masse ponctuelle  $M$  est située sur une demi-sphère de rayon  $R$  . Elle démarre du sommet avec une vitesse nulle et glisse sans actions motrices ou de freinage.

- 1-Donner les équations différentielles du mouvement.
- 2-Calculer la vitesse de la masse ponctuelle à l'instant  $t$  .
- 3-Calculer la réaction de la surface sphérique.
- 4- A quel endroit la masse quitte la demi-sphère ?

### 5.8.1-Corrigé

1- les équations différentielles du mouvement :

En utilisant le P.F.D :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$$

En utilise les coordonnées intrinsèques:

$$\vec{u}_t: mg\sin\theta = m\gamma_t = m \frac{dV}{dt}$$

$$\vec{u}_N: mg\cos\theta - N = m\gamma_N = m \frac{V^2}{R}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} g\sin\theta = \frac{dV}{dt} \\ mg\cos\theta - N = m \frac{V^2}{R} \end{cases}$$

2-Calcul de la vitesse de la masse ponctuelle à l'instant  $t$  :

On a :

$$g\sin\theta = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} \frac{dV}{d\theta}$$

$$\dot{\theta} = \frac{V}{R}$$

$$\Rightarrow VdV = gR\sin\theta d\theta$$

$$\int_0^V VdV = gR \int_0^\theta \sin\theta d\theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}V^2 = gR(1 - \cos\theta)$$

$$V = \sqrt{2gR(1 - \cos\theta)}$$

3-Calcul de la réaction de la surface sphérique :

On a :

$$N = mg \cos \theta - m \frac{V^2}{R}$$

$$\Rightarrow N = mg \cos \theta - m \frac{2gR(1 - \cos \theta)}{R}$$

$$N = -2mg \left(1 - \frac{3}{2} \cos \theta\right)$$

4- A quel endroit la masse quitte la demi-sphère ?

Dans ce cas

$$N = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{3}{2} \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{2}{3}$$

$$\theta = 48.19^\circ .$$

## 6-Exercices supplémentaires sans solution

### 6.1-Exercice 01

Soit une goutte d'huile de forme sphérique, de rayon  $R$ , de masse  $m$  et de charge positive  $q$ . On laisse tomber cette goutte sans vitesse initiale entre deux plaques planes horizontales (A) et (B) écartées d'une distance  $d$ .

1-Trouver l'équation différentielle de la vitesse de la goutte sachant que les forces de frottement exercées sur la goutte est de la forme :  $\vec{F}_f = -k\vec{V}$ ,  $k$  est une constante positive et  $\vec{V}$  est le vecteur vitesse.

2-Trouver l'expression de la vitesse en fonction du temps.

3-Tracer l'allure de  $V(t)$  et déduire la vitesse limite  $V_L$ .

On applique maintenant entre les deux plaques un champ électrique uniforme qui se dirige vers le haut verticalement.

4-Trouver l'équation différentielle de la vitesse de la goutte et déduire la vitesse limite  $V_L$  en fonction de  $g, m, k, q, d, et U$ .  $U$  représente la différence de potentiel entre les deux plaques ( $U = E \cdot d$ ). La force électrique est de la forme  $\vec{F} = q\vec{E}$ .

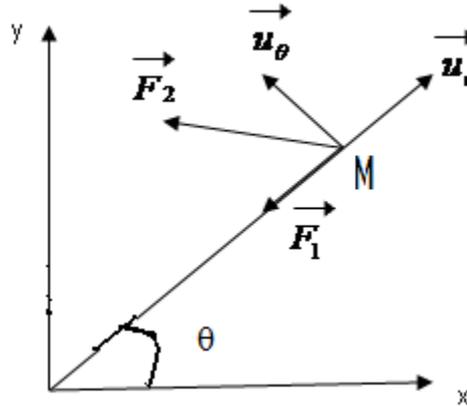
5-Déduire la valeur de  $U$  pour la quelle la goutte s'arrête.

### 6.2-Exercice 02

Une masse  $m$  est en mouvement dans un plan ( $xoy$ ) sous l'effet de deux forces  $\vec{F}_1 = -\vec{OM}$  et une autre force  $\vec{F}_2 = -2m\vec{v}$ , (voir la figure).

1- en utilisant la base polaire et le Principe fondamental de la dynamique, montrer que l'équation horaire du mouvement est donnée par  $r = ae^{-t}$  (on suppose que  $\theta = wt$ , et à  $t = 0, r = a, a$  et  $w$  sont constant).

2- en utilisant le théorème du moment cinétique, retrouver l'expression  $r = ae^{-t}$ .



### 6.3-Exercice 03

Deux masses  $m_1$  et  $m_2$  sont liées par un fil inextensible qui passe par une poulie de masse négligeable et d'axe fixe. La masse  $m_1$  glisse sur un plan incliné non lisse qui fait un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale (figure) sachant que les coefficients de frottements statique et dynamique sont respectivement  $\mu_s = 0,7$ ,  $\mu_d = 0,3$ . On prendra  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ,  $m_1 = 1 \text{ kg}$ .

- 1- calculer la masse minimale de  $m_{2min}$  qui maintient le système en équilibre.
- 2- On prend, maintenant la masse  $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ . Elle est lâchée, sans vitesse initiale, d'une hauteur  $h$  durant un temps de 2 secondes.
  - a) Calculer les accélérations prises par les deux masses.
  - b) Calculer la hauteur  $h$ . Déduire les vitesses des deux masses lorsque la masse  $m_2$  heurte le sol.

### 6.4-Exercice 04

Un oint matériel de masse  $m$  se déplace sur un trajectoire  $ABC$  :

- $AB$  est une droite.

- $BC$  est un quart de cercle de rayon  $R$ .

Notant que le point matériel part de  $A$  avec une vitesse initiale ( $V_0 = \frac{\sqrt{gR}}{2}$ ) et le mouvement s'effectue sans frottement le long de la trajectoire  $ABC$ .

En utilisant le principe fondamental de la dynamique ;

1-Quelle est la nature du mouvement dans la partie  $AB$ .

2-Déduire la vitesse au point .

3-Trouver la vitesse au point  $M_1$  de la trajectoire circulaire  $BC$ .

4-calculer la réaction de la surface .

5- A quel endroit la masse quitte la surface circulaire .

### 6.5-Exercice 05

Une petite boule considéré comme un point matériel de masse  $m$  glisse avec un vitesse initiale  $V_0$  à l'intérieur d'une demi sphère de rayon  $R$  à partir du point  $A$  jusqu'au point  $C$ .

1-Le mouvement est sans frottement de  $A$  jusqu'au point . En utilisant le Principe fondamental de la dynamique, calculer la vitesse du point matériel aux points  $B$  et .

2-Si on suppose que le mouvement se fait avec une force de frottement  $\vec{F}_r$  dans la partie  $BC$  seulement et que le point matériel s'arrête au point  $C$ , calculer :

- a-La vitesse au point  $M$  de la partie .
- b-La force de frottement.