REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Mohamed Boudiaf de M'sila

Faculté des Sciences et Technologies

Licence ST LMD (1^{ere} année) + Énergies renouvelables

Séries d'exercices (Travaux dirigés)

Mathématiques 02

Année universitaires : 2021 - 2022

Série d'exercices N°1

Exercice 01(*)

On considère les matrices

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -4 \\ -3 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} ; \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

- Calculer, s il est possible, $C + D; C + B; 2C - 3D; B \times A; A \times B; B \times C; C \times B$.

Exercice 02(*) (Examen 2018-2019 Univ-M'sila)

Soient A et B deux matrices

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & -5 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Calcule :$A \times B$.
2. Est-ce que B est inversible?
3. Montrer que A est inversibles, puis calculer A^{-1}.
4. En utilisant la matrice inverse, résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} -2x + 2y - z = 2 \\ 2x - 3y - 2z = 8 \\ -2x + y - z = 2 \end{cases}$$

Exercice 03 (Examen 2016-2017 Univ-M'sila)

Soit la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Démontrer que A est inversible et calculer son inverse.
2. En utilisant la matrice inverse, résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} 2x + y - z = 6 \\ -x + 2y + z = -1 \\ x + 4z = -2 \end{cases}$$

Exercice 04 (Examen 2013-2014 Univ-A.MIRA de Béjaia)

Soit La matrice suivante:

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Démontrer que A est inversible et calculer son inverse.
2. Déduire la solution du système linéaire suivant

$$\begin{cases} -2x + z = 1 \\ -6x + 2y = 1 \\ 6x - y - z = 0 \end{cases}$$

Exercice 05(*) (Examen 2014-2015 Univ-A.MIRA de Béjaia)

Considérons la matrice

$$M = \begin{pmatrix} \alpha - 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \alpha \\ -1 & \alpha & 1 \end{pmatrix}$$

où α est un paramètre réel.

1. Calcule le déterminant de M.
2. Déduire les valeurs de α pour que M soit inversible et calculer dans ce cas M^{-1}.
3. Posant $\alpha = 0$, en utilisant la matrice inverse, résoudre le système suivant:

$$MX = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

Exercice 06 (Examen 2010-2011 Univ-A.MIRA de Béjaia)

Soient A, B et C trois matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -\frac{5}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} \alpha+2 & 1 & -1 \\ 12 & 2\alpha+2 & 2 \\ \alpha & 2 & \alpha \end{pmatrix}$$

oú α est un paramètre réel.

1. Donner la matrice :$D = A \times B$, puis donner D^{-1}
2. Calculer le déterminant de C.
3. Soit $P(\alpha) = \alpha^3 + 4\alpha^2 - 4\alpha - 16$. Calculer $P(2)$.
4. Pour quelles valeurs de α, C soit inversible ?