Université de M'sila 2018/2019
Département des Sciences Techniques
$1^{\text{ière}}$année ST

Série d'exercices N°01(Math2)

Partie 1: Les intégrales

Exercice 01

Calculer les intégrales suivantes:

$$I_1=\int (e^x)^{n+1}dx;\ \ I_2=\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}dx;\ \ I_3=\int e^x\sin x dx;\ I_4=\int_0^1 x\ln(x+3)dx;\ I_5=\int \sqrt{\sin x}\cos x dx;$$

$$I_6=\int \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}dx;\ I_7=\int \frac{\cos(\log x)}{x}dx;\ I_8=\int \cos x.\sin x dx;\ I_9=\int \frac{x}{1+x^2}dx;\ ,\ I_{10}=\int x\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)dx$$

Exercic 02

Calculer es intégrales suivantes

$$I_1=\int \arcsin(x)\,dx;\ I_2=\int \frac{dx}{\sin x};\ I_3=\int \sinh(e^x).e^x dx;\ I_4=\int \frac{dx}{x^2-1};\ I_5=\int \frac{dx}{(x-1)^2(x+2)};$$

$$I_6=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{(1+\sin x)(1+\sin^2 x)}dx;\ I_7=\int \frac{2x}{(x^2+3)(x+2)}dx;\ I_8=\int \frac{x}{\sqrt{x^2+x+2}}dx;\ I_9=\int_2^3 \frac{x^2-1}{(x-1)^3(x^2+1)}dx;$$

$$I_{10}=\int \sqrt{1+x^2}dx;\ I_{11}=\int_{-1}^4 [x]\,dx$$

Exercice 03

Soient $p,\ q\in\mathbb{N}^*$ tel que

$$I=\int_{-\pi}^{\pi}\cos(px).\cos(qx)dx;\ J=\int_{-\pi}^{\pi}\sin(px).\sin(qx)dx$$

1. Calculer $I+J$, $I-J$
2. Déduire I et J

Partie 1: Les équations différentielles

Exercice1:

Donner le type des equations différentièlles suivantes (sans les résoudre)

$$(1)\ xy\prime=(x-1)\,y,\quad (2)\ \left(1+y^2\right)y\prime=x,\quad (3)\ y\prime\sin x\cos x-3y=-3y^{\frac{2}{3}}\sin^3 x,$$

$$(4)\ y\prime=\frac{x-y}{x+y},\quad (5)\ y\prime-\frac{y}{1-x^2}=1+x$$

Exercice2:

Résoudre les équations suivantes:

$$(1)\ (1+\exp(x))\,yy\prime=\exp(x)\,,\quad (2)\ \tan(x)\sin^2(y)\,dx+\cos^2(x)\cot(y)\,dy=0$$

$$(3)\ \frac{\exp(y)}{\exp(y)+1}y\prime=\frac{1}{x},\quad (4)\ 3\exp(x)\tan(y)dx+\tfrac{(1-\exp(x))}{\cos^2(y)}dy=0,$$

$$(5)\ y\prime\tan(x)=y,\ \ (6)\ \left(x^2+1\right)y\prime=y^2+4$$

Exercice3:

Résoudre les équations homogènes suivantes:

$y\prime = \dfrac{y}{x} - 1, \quad y\prime = -\dfrac{x+y}{x}, \quad (x-y)\,y dx - x^2 dy = 0,$

$\left(x^2+y^2\right) dx - 2xydy = 0, \qquad y\prime = \dfrac{x-y}{x+y}$

Exercice4:

Résoudre les équations différentièlles suivantes :

$y\prime - \dfrac{y}{x} = x, \quad \left(1-x^2\right) y' + xy \quad = \quad 2x \quad , \quad y' - y\cos x \quad = \quad \sin 2x$

Exercice5:

Trouver les solutions particulières vérifiant les conditions données:

(1) $xy\prime + y - e^x = 0;\ y(a) = b,$

(2) $y\prime - \dfrac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0;\ y(0) = 0,$

(3) $y\prime - y\tan x = \dfrac{1}{\cos x};\ y(0) = 0$

Exercice6:

Trouver la solution générale des équations suivantes:

(1) $y\prime + \dfrac{y}{x} = -xy^2$, (2) $2xyy\prime - y^2 + x = 0$, (3) $y\prime - y = 2\sqrt{y}e^{-x}$

Exercice7:

Consédérons l'équation différentièlle suivante:

$$\left(x^3-1\right) y\prime - y^2 - x^2 y + 2x = 0 \tag{1}$$

1) Vérifier que $y_0 = x^2$ est une solution particulière de (1) .

2) A l'aide de changement de variable $y = y_0 + z$, trouver la solution générale de l'équation (1) . (l'équation (1) s'appelle équation de Ricatti)

Exercice8:

Résoudre les équations différentièlles suivantes:

(1) $y\prime\prime - 5y\prime + 6y = 0$, (2) $y\prime\prime + 2y\prime + y = 0$, (3) $y\prime\prime - 9y = 0$

Exercice9:

Résoudre les équations différentièlles suivantes:

(1) $y\prime\prime + y\prime - 2y = e^{-x}$, (2) $y\prime\prime - y\prime - 2y = x^2 - 1$, (3) $y\prime\prime + y\prime - 2y = e^x$

Exercice10:

Utiliser la méthode de variation des constantes pour résoudre les équations différentièlles suivantes:

(1) $y\prime\prime + y = \tan x$, (2) $y\prime\prime + 2y\prime - 2y = e^x + x$, (3) $y\prime\prime = y + \dfrac{1}{\cos x}$, (4) $y\prime\prime + 2y\prime + y = \dfrac{e^{-x}}{x}$,

(5) $y\prime\prime + 4y = \sin x$