La vitesse de décharge a donc pour composantes :

$$v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \qquad v_y = \frac{\partial \phi}{\partial y} = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \qquad v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} = -k \cdot \frac{\partial h}{\partial z}$$

La loi de conservation div ($\vec{v}$) = 0 s'écrit : div $(\overrightarrow{\text{grad}}\ \phi) = 0 \Rightarrow$ $\boxed{\Delta \phi = 0}$

Le potentiel des vitesses est une fonction harmonique.

De la même façon, après simplification par - k, on obtient $\boxed{\Delta h = 0}$

La charge hydraulique est aussi une fonction harmonique.

1 - 5 - 2 - Milieu homogène et anisotrope

Dans ce cas les vecteurs gradient hydraulique et vitesse de décharge ne sont plus colinéaires. Ils se déduisent l'un de l'autre par un opérateur linéaire : le tenseur de perméabilité **(k)** indépendant de x, y et z (homogénéïté), symétrique et diagonalisable.

$$(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_y & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{yy} & k_z \end{pmatrix}$$

Si les axes de coordonnées utilisés sont les directions principales du tenseur de perméabilité **(k)**, il est ramené à sa forme diagonale et s'écrit :

$$(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{pmatrix}$$

La loi de Darcy s'écrit : $\boxed{\vec{v} = -(\mathbf{k}) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\ h}$

et les composantes de la vitesse de décharge ont pour expression :

$$v_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \qquad v_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \qquad v_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

La condition de continuité s'écrit : $k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0.$

Ce n'est pas une équation de Laplace; la charge hydraulique n'est pas une fonction harmonique .

En pratique, du fait de la sédimentation et de la consolidation suivant la verticale, $k_v \ll k_h$. On pose alors : $k_x = k_y = k_h$ et $k_z = k_v$ (milieu homogène orthotrope).

1 - 6 - DOMAINE DE VALIDITÉ DE LA LOI DE DARCY

La loi de Darcy est bien vérifiée pour tous les sols dans le domaine des vitesses de décharge usuelles. On constate toutefois des écarts par rapport à la loi de Darcy dans le cas de :
• très faibles vitesses de décharge → écarts dus à la présence des couches d'eau adsorbées qui peuvent ralentir ou annuler l'écoulement,
• fortes vitesses de décharge → écarts dus probablement à l'effet de forces d'inertie dans un mouvement non uniforme qui provoque des turbulences. Toutefois, ces fortes vitesses de décharge ne sont pratiquement jamais atteintes, sauf éventuellement dans certaines zones restreintes du milieu.

L'utilisation de la loi de Darcy est donc en pratique pleinement justifiée, d'autant plus que d'autres sources d'erreur, telles que la non homogénéité des sols réels, la modification de l'arrangement du squelette solide sous l'effet de l'écoulement, les variations de température qui modifient la viscosité de l'eau, fourniraient des corrections supérieures aux écarts mentionnés ci-dessus.