Université Mohamed BOUDIAF de M'Sila
Faculté de Technologie
Département de Génie Electrique
Module : Techniques de Commande Avancée
Enseignant : H.MEKKI

TD N° 2

Notions élémentaires de la géométrie différentielle

Exercice 1 :

Soit dans $\Re^3$ la distribution suivante :

$$\Delta = span\{f_1, f_2\} \text{ avec } f_1 = \begin{pmatrix} 2x_2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Etudier l'involutivité de Δ.

Exercice 2 :

Soit le système non linéaire:

$$\Delta = span\{f_1, f_2\} \text{ avec } f_1 = \begin{pmatrix} 2x_3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} -x_1 \\ -2x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Etudier l'involutivité de Δ par 2 méthodes:

Exercice 3 :

Soit le système non linéaire:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1x_1 + a_2x_1x_2 + b_1u \\ \dot{x}_2 = a_3x_2 + a_4x_1x_2 + b_2u \end{cases}$$

1- Ecrire le champ de vecteur f et g

2- Soit $\lambda(x) = x_1 + x_2$ et $\alpha(x) = x_1^2 + x_2^2$; calculer :

$$L_f\lambda(x);\ L_f\alpha(x);\ L_{\alpha f}\lambda(x), L_{[f\ g]}\lambda(x).$$

3- Calculer les crochets de Lie $[f \quad g]$ et $[g \quad f]$; conclure.

4- Etudier la Commandabilité du système non linéaire.

Exercice 4 :

Soit le système NL analytique général MIMO:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1x_1x_2 + b_1u_1 + du_2 \\ \dot{x}_2 = a_2x_2 + a_3x_1x_2 + b_2u_1 \end{cases}$$

Avec : $f_0(x) = \begin{pmatrix} a_1 x_1 x_2 \\ a_2 x_2 + a_3 x_1 x_2 \end{pmatrix}, \quad f_1(x) = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \quad f_2(x) = \begin{pmatrix} d \\ 0 \end{pmatrix}$

Etudier la Commandabilité du système non linéaire.

Exercice 5 :

Soit le système non linéaire:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1 x_1 + a_2 x_2 x_3 + b_1 u \\ \dot{x}_2 = a_3 x_2 + a_4 x_1 x_2 + b_2 u \\ \dot{x}_3 = a_5 x_1 x_3 + a_6 x_2 + b_3 u \end{cases}$$

1- Soit $\lambda(x) = x_1 + x_3^2$, Calculer : $L_f \lambda(x),\ L_g L_f \lambda(x),\ L_f^2 \lambda(x)$

2- Calculer le crochet de Lie $[f \quad g]$.

3- Etudier la Commandabilité du système non linéaire dans les 2 cas:
(1er cas $b_2 = 0$; 2ème cas $b_2 \neq 0$)