T.P. numéro 2 : *système du second ordre : réponse indicielle*

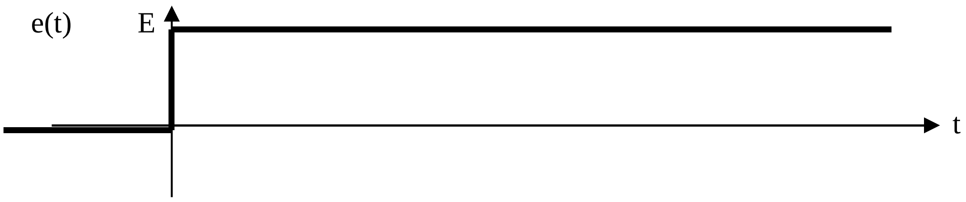
Buts du TP : le but du TP n°2 est l'étude générale des systèmes du second ordre alimentés par un signal échelon (réponse indicielle). Cette étude générale est complétée par trois applications pratiques tirées de l'électricité et de la mécanique.

1°) - Introduction.

Un système physique du second ordre est un système dont la relation entrée e(t) → sortie X(t) peut être décrite par une équation différentielle du second ordre que l'on peut souvent mettre sous la forme suivante :

$$\frac{d^2X}{dt^2} + 2.m.\omega_0 \times \frac{dX}{dt} + \omega_0^2 \times X(t) = \omega_0^2 \times e(t)$$

Où ω_0 est appelée la pulsation propre du circuit et m le coefficient d'amortissement.
Si on suppose que le signal d'entrée e(t) est un signal échelon :



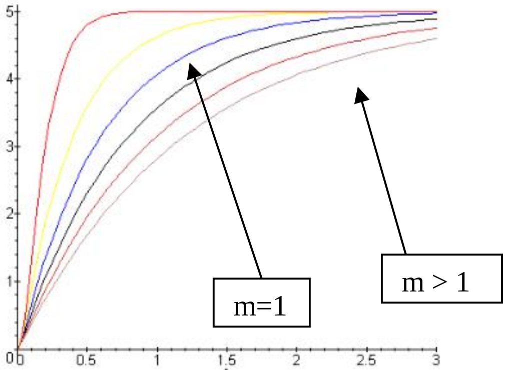
Alors, cette équation peut être résolue et, selon la valeur de m, la solution s'écrit :

- **si m > 1** : $X(t) = \left(a_1 \times \exp(p_1.t) + a_2 \times \exp(p_2.t)\right) + E$

avec p_1 et p_2 les deux racines réelles de l'équation du second degré $x^2 + 2.m.\omega_0.x + \omega_0^2 = 0$

soit : $p_1 = -\omega_0 . (m + \sqrt{m^2-1})$ et $p_2 = -\omega_0 . (m - \sqrt{m^2-1})$

Ce régime est dit apériodique car la réponse est du type :



Il n'y a pas de dépassement et la réponse du système « ressemble » à celle d'un système du 1er ordre.

- **si m = 1** : $X(t) = \left(a_1 + a_2.t\right) \times \exp(-\omega_0.t) + E$

Ce régime est dit apériodique critique.

▶ **<u>si m < 1</u> :** $X(t) = {}^{a}\times\cos(\mu.t+\ddot{\ })\times\exp(\mu_0.t) + E$

avec ω la pseudo-pulsation du système : $\omega = \mu_0\times\sqrt{m^2-1}$

La réponse est oscillatoire amortie : quel est le terme qui correspond à « oscillatoire » et quel est celui qui correspond à « amorti » ?
Quelle est la période (dite pseudo-période) de la partie oscillatoire ?

X(t)

La réponse d'un tel système à un signal échelon est du type :

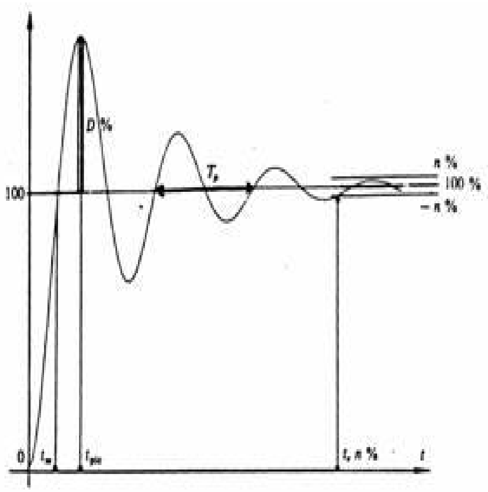
E

Sur le chronogramme, indiquer le dépassement
et la pseudo-période.

2°) - Méthode de mesure des constante du signal réponse.

On ne peut plus, comme pour les systèmes du premier ordre, utiliser des méthodes simples comme la « méthode des 63% » ou la « méthode de la tangente à l'origine » pour trouver la constante de temps.
Pour mesurer les constantes comme le temps de réponse à 5% et le dépassement par exemple, en fonction de ω_0 (pulsation propre) et m (facteur d'amortissement), on doit utiliser des abaques qui proviennent des équations suivantes :

Temps de montée	$t_m = \frac{1}{\mu_0\sqrt{1-m^2}}\times(® - \arccos(m))$
Temps de réponse à n % (m< 0.7)	$tr = \frac{1}{\mu_0 m}\times\ln(\frac{100}{n})$
Pseudo-période	$T_p = \frac{2.®}{\mu_0\sqrt{1-m^2}}$
Pseudo-pulsation	$\mu = \mu_0\sqrt{1-m^2}$
Dépassement	$D\% = 100\times\exp(\frac{®.m}{\sqrt{1-m^2}})$
Rapport entre deux maximas successifs	$\frac{D_1}{D_2} = \exp(\frac{2.®.m}{\sqrt{1-m^2}})$

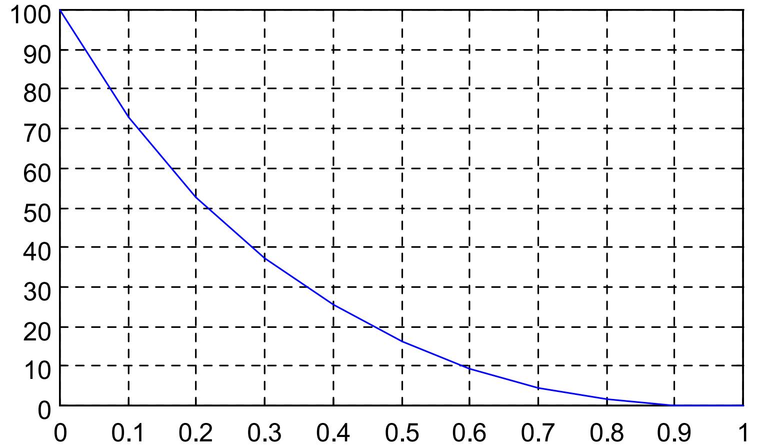


Les abaques du temps de réponse à 5%, ainsi que l'abaque du premier dépassement sont données à la page suivante en fonction de la valeur du facteur d'amortissement m :

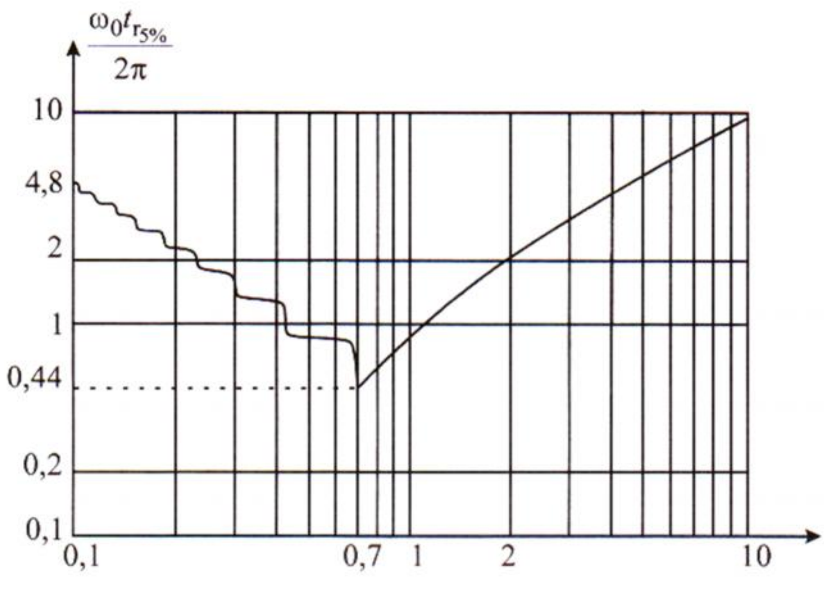
(pour l'abaque du temps de réponse à 5%, on donne le produit tr . ω_0 où ω_0 est la pulsation propre du circuit)

Abaques pour les systèmes du second ordre.

D1 en %



valeur de m



On se rend compte sur ces abaques que le temps de réponse à 5% est minimal pour une valeur de m = 0,7.