المحور الثالث :المسائل الثنائية في البرمجة الخطية

إن لكل نموذج البرمجة الخطية هناك نموذج مقابل (ثنائي بديل)ويسمى بالنموذج المقابل (الثنائي والبديل) ويتضمن النموذج الثنائي نفس البيانات التي يحتويها النموذج الأصلي (الأولي)

لاحظنا في البرمجة الخطية أن حل مشكلة ما بطريقة السمبلاكس , وجد أن هنالك أسلوبا آخر يتم فيه التوصل إلى نفس النتائج ويطلق عليه أسلوب الحل الثنائي (المقابل ,الازدواج) وكل مسألة تحل بطريقة السمبلكس هناك إمكانية حلها بالأسلوب الثنائي وبالعكس

إن الفائدة المنتظرة من الحل الثنائي هي سهولة إجراء العمليات مقارنة بطريقة السمبلاكس فإذا كانت لدينا ثلاث متغيرات أساسية مع وجود عشرة قيود للمشكلة فإن عدد القيود في الأسلوب الثنائي سيكون ثلاثة وهذا سيؤدي إلى الإسراع في الحل وسنصل إلى نفس النتيجة فيما لو استخدمنا طريقة السمبلاكس

1-أهمية التحويل للنموذج الثنائي (المقابل):

من فوائد التحويل من النموذج الأصلي إلى النموذج الثنائي

1-الحصول على نموذج يحتوي على عدد اقل من القيود وبذلك سوف يختصر العمل الحسابي لجداول السمبلاكس و الوصول إلى نفس الحل الأمثل سواء كان الحل للنموذج الأصلي أو الحل للنموذج الثنائي.

2-للتخلص من الإشارة السالبة من الجانب الأيمن (إن وجدت)أي عندما تكون المصادر ذات كميات سالبة وهو أهم مايمكن الحصول عليه في حالة التحويل إلى النموذج الثنائي

3-لغرض التعرف على أبعاد المشكلة الأخرى (المشكلة الثنائية ,البديلة) فإذا كان النموذج الأصلي وبصيغة ال Max أي المشكلة بالصيغة الربحية فبإمكاننا التعرف على النموذج الثنائي ويكون بصيغة ال Minوتمثيله لجانب التكلفة (في نفس المشكلة) .

2-الخطوات العامة لتكوين نموذج الثنائية :

1-نحدد متغير بديل غير سالب لكل قيد من قيود المشكلة الأولية

2-معاملات دالة الهدف في النموذج الأصلي تصبح ثوابت الطرف الأيمن لقيود نموذج الثنائية

3-ثوابت الطرف الأيمن في النموذج الأصلي تصبح معاملات دالة الهدف في نموذج الثنائية

4-تعكس اتجاه القيود في نموذج الثنائية إلى الاتجاه الآخر عندما كانت عليه القيود في النموذج الأصلي, فإذا كانت القيود مثلا من نوع اكبر أو يساوي في النموذج الأصلي فإنها تعكس في المسالة الثنائية إلى اقل أو يساوي والعكس صحيح

BENYOUCEF.N

5-يعكس اتجاه دالة الهدف فإذا كانت تعظيم (Max)دالة الهدف في احد النموذجين فيقلب إلى تصغير(Min) في النموذج الآخر أو بالعكس

3-العلاقة بين نموذج الأصلية و الثنائية:

1 -الأولية تأخذ(Max) والثنائية تأخذ(Min) وبالعكس

2-حدود القيود في الأصلية تحول إلى معاملات دالة الهدف والعكس صحيح

3-المتغيرات في الأصلية Xi يقابلها في الثنائية Yi

4-معاملات دالة الهدف في الأصلية تتحول إلى حدود القيود في الثنائية

5-حدود القيود≤ في الأصلية يقابلها ≥ في الثنائية والعكس صحيح

6_معاملات القيود الأفقية تتحول إلى معاملات قيود عمودية

7-إذا كان للبرنامج الأصلي حل امثل فالثنائية لها حل امثل أيضا ويساوي حل الأصلية.

8-في مسائل (Max) الأصلية فان قيمة دالة الهدف تكون في تزاد وصولا إلى الحل الأمثل بينما الثنائية لها تكون قيمة دالة الهدف في تناقص وصولا إلى الحل الأمثل والعكس صحيح في مسائل (Min)

ملاحظات عامة

-إذا كان شكل احد القيود غير متناسق مع القيود الأخرى نضرب القيد كله في(-1)

-عدد متغيرات النموذج الأصلي = عدد قيود النموذج الثنائي

- عدد قيود النموذج الأصلي= عدد متغيرات النموذج الثنائي

-دالة الهدف في حالة التعظيم يكون القيد اصغر أو يساوي≤ خلاف ذلك نضرب القيد في (-1)

- دالة الهدف في حالة التقليل يكون القيد اكبر أو يساوي ≥خلاف ذلك نضرب القيد في (-1)

- لو كانت دالة الهدف تعظيم واشارة القيد – نفرض مرة ≥ ونضرب القيد في (-1)

- لو كانت دالة الهدف تعظيم واشارة القيد = نفرض مرة ≤ يبقى كما هو.

BENYOUCEF.N

أمثلة تطبيقية لثنائية

النموذج الاصلي	النموذج الثنائي
$Max : Z=3X_1 +2X_2$ St : $6X_1 + 4X_2 \leq 24$ $X_1 \leq 3$ $X_1 , X_2 \geq 0$	$Min : w=24Y_1 +3Y_2$ St : $6Y_1 + Y_2 \geq 3$ $4Y_1 \geq 2$ $Y_1 , Y_2 \geq 0$
$Max : Z=50X_1 +120X_2$ St : $2X_1 + 4X_2 \leq 80$ $3X_1 + X_2 \leq 60$ $X_1 , X_2 \geq 0$	$Min : w=80Y_1 +60Y_2$ St : $2Y_1 +3Y_2 \geq 50$ $4Y_1 + Y_2 \geq 120$ $Y_1 , Y_2 \geq 0$
$Min : Z =4X_1 +X_2$ St : $30X_1 +10X_2 \geq 100$ $125X_1 +12 X_2 \geq 200$ $120X_1 +15 X_2 \geq 150$ $X_1 , X_2 \geq 0$	$Max : W=100Y_1 +200Y_2+150 Y_3$ St : $30Y_1 + 125Y_2+120 Y_3 \leq 4$ $10Y_1 + 12Y_2+15 Y_3 \leq 1$ $Y_1 , Y_2, Y_3 \geq 0$

BENYOUCEF