PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC OF ALGERIA
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH
MOHAMED BOUDIAF UNIVERSITY OF M'SILA

Technology Faculty
Department of Mechanical Engineering
Licence (L2)
University year : 2019/2020
Module : Numerical Methods. (Math 05)

SERIES OF DIRECTED WORKS N°02

Exercice N°01 :
Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 2x - 1$

1) Justifier que f(x)=0 a une unique solution α dans $\mathbb{R}$.
2) Montrer que : $0 \leq \alpha \leq 1$
3) Calculer -avec un amplitude $10^{-3}-$la solution de l'équation f(x)=0, par la méthode de Dichotomie.

Exercice N°02 :

On veut calculer l'unique racine positive r de l'équation f(x)=0 où : $f(x) = e^x - x - 2$
On vous propose d'appliquer 2 méthodes de points fixes , basées sur les fonctions suivantes :
$g_1(x) = e^x - 2$ $\qquad$ $g_2(x) = \ln(2 + x)$

- Comment ces fonctions g_1 et g_2 ont-elles été obtenues ? Détaillez vos réponses.
- Dans quel intervalle de longueur 1 se trouve cette racine ? (justifier)
- En déduire si les méthodes de points fixes utilisant g_1 et g_2 convergent et leur ordre de convergence le cas échéant.
- Faire 2 itérations à partir de $x_0 = 1$ pour chacune des 2 méthodes de point fixe.

Exercice N°03 :
Soit la fonction : $f(x) = (x \mathbf{+2})^{\frac{2}{5}}$

1) Déterminer, de manière analytique,l'unique racine de f.
2) En appliquant la méthode de Newton , peut-on d'éterminer cette racine ? Justifier.

Exercice N°04 :

Soit la fonction : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \sin(x)$
1) Appliquer la méthode de la sécante 3 fois à partir de $x_0 = 1.5$ et $x_1 = 2.0$

Exercice N°05 :

On veut résoudre l'equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ par la méthode de la tangente.
On note f la fonction $x \longmapsto x^3 - 2x - 5$.

1) Montrer que l'équation f(x)=0 admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$.
Et montrer que : $2 \prec \alpha \prec 3$.
2) Déterminer la fonction Φ telle que $x_{n+1} = \Phi(x_n)$, $-$la suite de Newton-en prenant :$x_0 = 3$.
3) Etudier le sens de variation de la fonction Φ ,
Vérifier que Φ est strictement croissante sur $[\alpha, 3]$.
4) On admet que $[\alpha, 3]$ est stable par Φ
que pouvez-vous en déduire sur la convergence de la suite x_n ?

Module manager : Abdelkader Djerad.