Correction de la série d'exo Stabilité

Réponse EXO 1

1

1- $D(p) = p^4 + 3p^3 + 4p^2 + 3p + 3 = 0$

p^4	1	4	3
p^3	3	3	0
p^2	3	3	
p^1	0	0	
p^0	0	0	

Le système est marginalement stable (juste oscillant).

2

$$H_2(p) = \frac{p^2+1}{p^3+ap^2+bp+c}$$

$$D(p) = p^3+ap^2+bp+c$$

p^3	1	b
p^2	a	c
p^1	$\frac{ab-c}{a}$	0
p^0	c	

Le système est stable si tous les éléments de la 1ère colonne >0 ♉a>0, c>0, ab-c>0

3

$$H_3(p) = \frac{1}{p^2+ap+b}$$

$$D(p) = p^2+ap+b$$

p^2	1	b
p^1	a	0
p^0	b	0

Le système est stable si et seulement si a>0 et b>0.

Réponse EXO 2

1-

$$H(p) = \frac{2K(1+0{,}5p)}{4p^2 + 8{,}5p + 1 + 4K}$$

2-

$$D(p) = 4p^2 + 8{,}5p + 1 + 4K$$

$$\begin{array}{c|cc} p^2 & 4 & 1+4K \\ p^1 & 8{,}5 & 0 \\ p^0 & 1+4K & 0 \end{array}$$

Pour que le système soit stable il faut que 1+4K >0 d'où K>-1/4.

Réponse EXO 3

1-

$$H(p) = \frac{\dfrac{10G}{p(1+p)^2}}{1+\dfrac{10G}{p(1+p)^3}} = \frac{10G(1+p)}{p^4 + 3p^3 + 3p^2 + p + 10G}$$

2. Tableau de Routh :

$$\begin{array}{c|cc} p^4 & 1 & 3 \\ p^3 & 3 & 1 \\ p^2 & \frac{8}{3} & 10G \\ p^1 & \dfrac{\frac{8}{3}-10G}{\frac{8}{3}} & \\ p^0 & 10G & \end{array}$$

$$\frac{8}{3} - 10G \succ 0$$

$$\frac{8}{3} \succ 10G$$

$$0.2667 \succ G \succ 0$$

Réponse EXO 4

a_3=0, le système est instable pour toute valeur de K.

Réponse EXO 5

1-

$$T(j\omega)=\frac{5}{\left(\frac{j\omega}{100}+1\right)^3} \qquad \left\{T(j\omega)=\frac{5}{\left(\frac{j\omega}{100}+1\right)\left(\frac{j\omega}{100}+1\right)\left(\frac{j\omega}{100}+1\right)}\right\}$$

$$MG_{dB}=-20\log\left|T(j\omega_A)\right|$$

$$avec:\ Arg(T(j\omega_A))=-\pi$$

$$Arg(T(j\omega))=-arctg(\omega/100)-arctg(\omega/100)-arctg(\omega/100)$$

$$\Rightarrow Arg(T(j\omega))=-3arctg(\omega/100)$$

$$Soit\ \omega_A\ /\ Arg(T(j\omega_A))=-\pi$$

$$\Rightarrow -3arctg(\omega_A/100)=-\pi$$

$$\Rightarrow -arctg(\omega_A/100)=\frac{-\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \omega_A=100\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)=173.2rad/s.$$

$$MG_{dB}=-20\log\left|T(j\omega_A)\right|$$

$$\left|T(j\omega_A)\right|=\frac{5}{\sqrt{\left(\frac{\omega_A}{100}\right)^2+1}^{\,3}}=\frac{5}{\sqrt{\left(\frac{173.2}{100}\right)^2+1}^{\,3}}=\frac{5}{8}$$

$$MG_{dB}=4dB$$

2-

$$T(j\omega)=\frac{5}{\left(\frac{j\omega}{100}+1\right)^3}$$

$$\left\{T(j\omega)=\frac{5}{\left(\frac{j\omega}{100}+1\right)\left(\frac{j\omega}{100}+1\right)\left(\frac{j\omega}{100}+1\right)}\right\}$$

$$M\varphi=A\operatorname{rg}T(j\omega_B)+\pi$$

$$avec:\ \left|T(j\omega_B)\right|=1$$

$$Soit\ \omega_B\ /\left|T(j\omega_B)\right|=1$$

$$\Rightarrow \left|T(j\omega_B)\right|=\frac{5}{\sqrt{\left(\frac{\omega_B}{100}\right)^2+1}^{\,3}}=1$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{\omega_B}{100}\right)^2+1}^{\,3}=5$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{\omega_B}{100}\right)^2+1}=\sqrt[3]{5}=1.7$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\omega_B}{100}\right)^2+1=2.92$$

$$\Rightarrow \omega_B=138.8rad/s$$

$$\Rightarrow A\operatorname{rg}T(j\omega_B)=-3arctg(138.8/100)=-162.6°$$

$$\Rightarrow M\varphi=-162.6°+180=17.4°$$