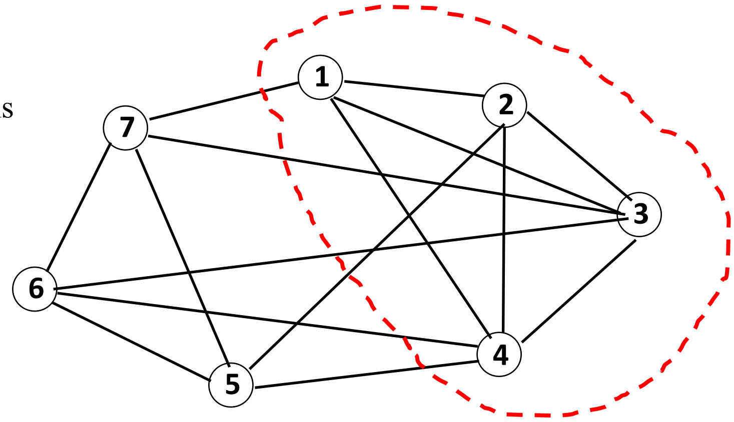
Université Mohamed Boudiaf de M'sila — Resp.Module: Dr. Said GADRI
Faculté des mathématiques et de l'informatique
Département : Informatique
Module : Théorie des Graphes/M1IDO

TRAVAUX DERIGES - SÉRIE N° 04

Exercice 01 (Problème d'emploi du temps)

Les cours sont numérotés de 1 à 7
Les cours suivants ont des étudiants communs : (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 7), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 7), (3, 4), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (5, 6), (5, 7), (6, 7).
Le graphe ci-après représente les cours ayant des étudiants communs



Comment organiser les examens de façon qu'aucun étudiant n'ait passé deux examens pour deux cours différents en même temps

==> les épreuves de cours ayants des étudiants en commun ne doivent pas s'organiser en même temps.
==> un problème de coloriage de sommet
k-coloriage de G avec k = γ(G)
{1, 2, 3, 4} est un sous graphe complet de G,
==> une clique maximale ==> γ(G) ≥ 4
Les sous-ensembles stables de G :
S1 = {1, 6}
S2 = {2}
S3 = {3, 5}
S4 = {4, 7}

==> γ(G) ≤ 4 ==> γ(G) = 4
Les examens peuvent être répartis en 04 périodes de la manière suivante :
1ière période, épreuves des cours 1, 6
2ième période, épreuves du cours 2
3ième période, épreuves des cours 3, 5
4ième période, épreuves des cours 4, 7

Solution 2 :

Sommet	Degré	Couleur
2	5	C1
3	5	C2
4	5	C3
7	5	C3
1	4	C4
5	4	C2
6	4	C1

Les groupes de coloriage sont : {2, 6}, {3, 5}, {4, 7}, {1}

Exercice 02 (Un problème d'aquariophilie)

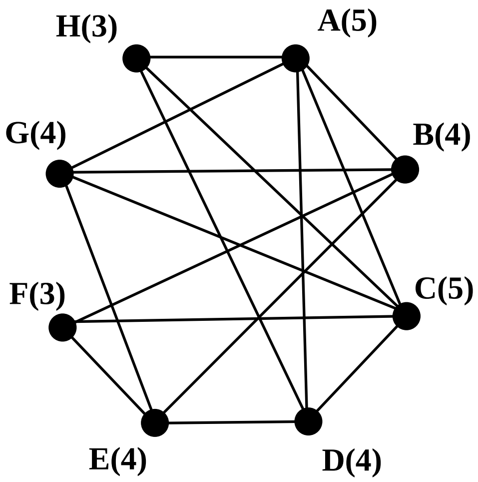
A, B, C, D, E, F, G et H désignent huit poissons ; dans le tableau ci-dessous, une croix signifie que les poissons ne peuvent cohabiter dans un même aquarium :

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		X	X	X			X	H
B	X				X	X	X	
C	X			X		X	X	X
D	X		X		X			X
E		X		X		X	X	
F		X	X		X			
G	X	X	X		X			
H	X		X	X				

Quel nombre minimum d'aquariums faut-il ?

On dessine le graphe d'incompatibilité :

Sommet	Degré	Couleur
A	5	C1
C	5	C2
B	4	C2
D	4	C3
E	4	C1
G	4	C3
F	3	C1
H	3	C4



Le nombre minimum d'aquariums est 4 (= nb. Couleurs)
Aqua1 : {A, E}
Aqua2 : {C, B}
Aqua3 : {D, G, F}
Aqua4 : {H}

Exercice 03 (Problème de couplage)

Une assemblée est formée de personnes parlant plusieurs langues différentes (voir tableau ci-après). On veut former des binômes de personnes qui pourront dialoguer entre elles. Comment maximiser le nombre de binômes ?

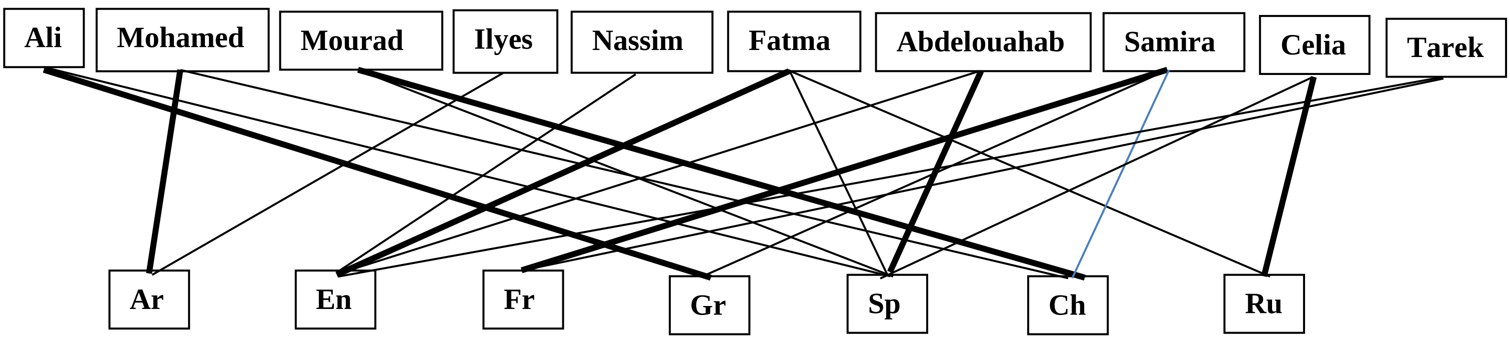
	Ar	En	Fr	Gr	Sp	Ch	Ru
Ali				X	X		
Mohamed	X					X	
Mourad					X	X	
Ilyes	X						
Nassim		X					
Fatma		X			X		X
Abdelouahab		X			X		
Samira			X	X		X	
Celia					X		X
Tarek		X	X				

Solution 1 :
A partir du tableau, on peut former les binômes qui peuvent communiquer entre eux, se sont les personnes qui parlent au moins une langue commune (ayant un X sur la même colonne)

Ens(binômes) = {(Ali, Samira), (Ali, Mourad), (Ali, Fatma), (Ali, Abdelouahab), (Ali, Celia), (Mohamed, Ilyes), (Mohamed, Mourad), (Mohemed, Samira), (Mourad, Fatma), (Mourad, Abdelouahab), (Mourad, Celia), (Mourad, Samira), (Nassim, Fatma), (Nassim, Abdelouahab), (Nassim, Tarek), (Fatma, Abdelouahab), (Fatma, Tarek), (Fatma, Celia), (Abdelouahab, Tarek), (Abdelouahab, Celia), (Samira, Tarek)}

|Ens(binômes)| = 21

Solution 2 :
On définit un couplage C avec |C| = 7 ; C est un couplage maximum non parfait.
On se basant sur les arêtes de couplage max, on tire les binômes qui peuvent communiquer entre eux (on prend les autres arêtes $\notin$C)



Bon Courage