Chapitre 2 : STATIQUE DES FLUIDES

HYDROSTATIQUE

II.1.- Notion de Pression

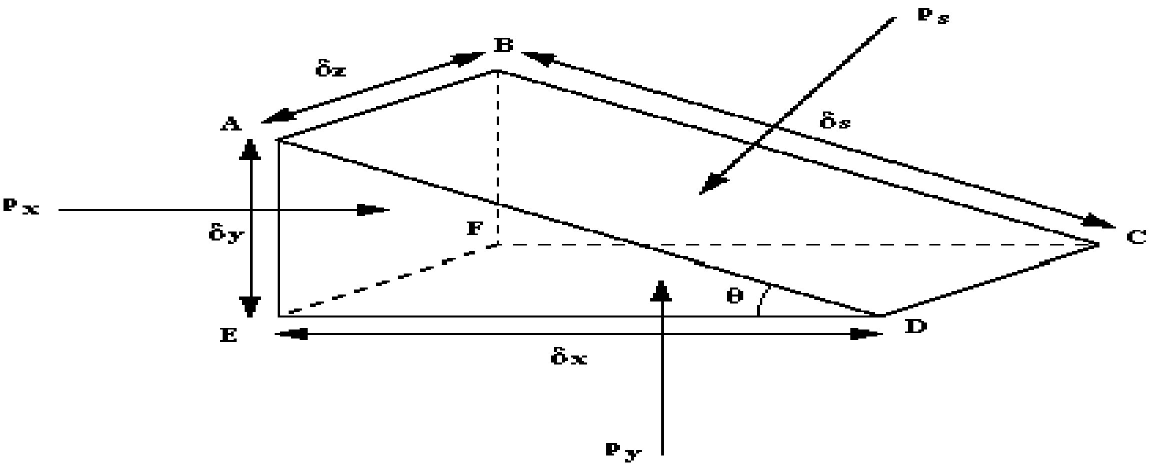
La pression est définie comme la force exercée par un fluide par unité de surface :

$\boxed{P = \frac{F}{S}}$ *Unité* : N/m^2 ou $kg.m^{-1}.s^{-2}$ *Dimension* : $ML^{-1}T^{-2}$

Remarque : La pression peut aussi s'exprimer en :

- Pascal (Pa) : 1 Pa = 1 N/m^2
- Bar (Bar) : 1 Bar = 10^5 N/m^2

II.2.- Loi de Pascal



Considérons un élément d'un fluide ABCDEF (prisme triangulaire) et soient P_x , P_y et P_s les pressions dans les 3 directions x , y et s .

Etablissons la relation entre P_x , P_y et P_s :

- Selon la direction x :
  - Force due à P_x : $F_{xx} = P_x.(ABFE) = P_x.dydz$
  - Force due à P_y : $F_{yx} = 0$
  - Composante due à P_s : $F_{sx} = -P_s.(ABCD.\sin\theta) = -P_s.dsdz\frac{dy}{ds}$ car $\sin\theta = \frac{dy}{ds}$

  donc : $F_{sx} = -P_s.dydz$

et puisque le fluide est en équilibre : $F_{xx} + F_{yx} + F_{sx} = 0$

d'où : $P_x.dydz - P_s.dydz = 0 \rightarrow \boxed{P_x = P_s}$

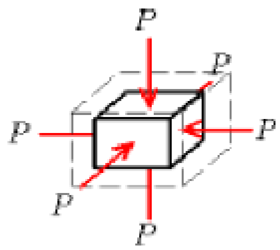
- Selon la direction y :
  - Force due à P_y : $F_{yy} = P_y.(DCFE) = P_y.dxdz$
  - Force due à P_x : $F_{xy} = 0$

▪ Composante due à P_s : $F_{sy} = -P_s.(ABCD.\cos\theta) = -P_s.dsdz\dfrac{dx}{ds}$ car $\cos\theta = \dfrac{dx}{ds}$

donc : $F_{sy} = -P_s.dxdz$

4

et puisque le fluide est en équilibre : $F_{yy} + F_{xy} + F_{sy} = 0$



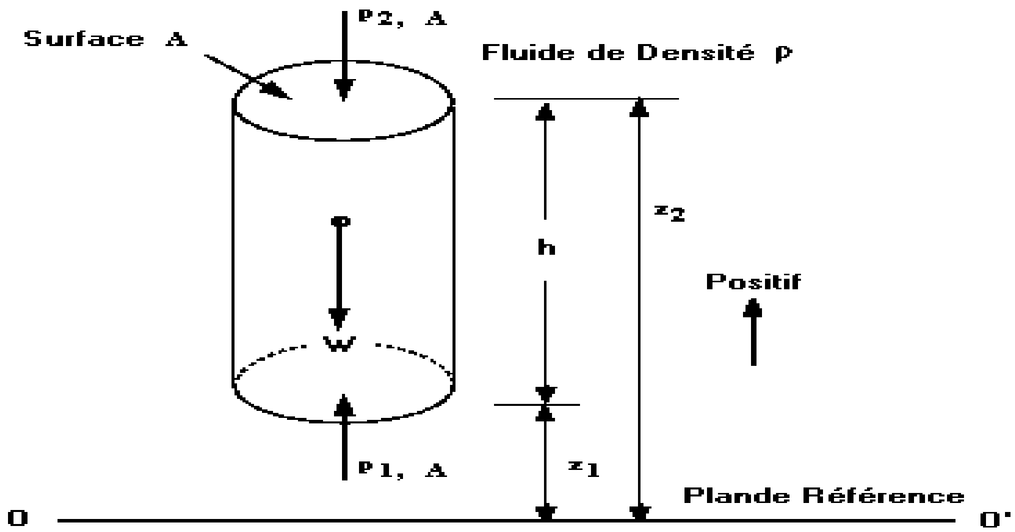
d'où : $P_y\, .dxdz\ - P_s\, .dxdz\ = 0 \rightarrow \boxed{P_y = P_s}$

et finalement : $\boxed{P_x = P_y = P_s}$

<u>Conclusion</u>

<u>Loi de Pascal</u> : '' *La pression d'un fluide en un point est la même dans toutes les directions* ''

II.3.- <u>Equation Fondamentale de l'Hydrostatique</u>



Soit un élément de fluide de masse spécifique ρ représentant une colonne verticale de section transversale constante A . Considérons 2 sections situées à des distances Z_1 et Z_2 par rapport à un plan de référence OO' . Soient P_1 et P_2 les pressions dans ces 2 sections .

- Exprimons la variation de pression $P_1 - P_2$:

Le fluide étant en équilibre , la somme des forces dans la direction verticale est donc égale à Zéro :

- Force due à P_1 : $F_1 = P_1.A$
- Force due à P_2 : $F_2 = P_2.A$
- Force due au poids de la colonne du liquide : $W = mg = \rho g V = \rho g A(Z_2 - Z_1)$
  avec V = Volume de l'élément considéré = $\rho g.A.(Z_2\text{-}Z_1)$

Si l'on considère le sens positif vers le haut , la condition d'équilibre s'écrit donc :

$$F_1 - F_2 - W = 0 \Rightarrow P_1A - P_2A - \rho g A(Z_2 - Z_1) = 0$$

et donc : $\boxed{P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1)}$

Remarques :

1.- Loi de la statique des fluides

$$P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1) \Rightarrow P_1 + \rho g Z_1 = P_2 + \rho g Z_2 \Rightarrow \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2$$

et donc : $\boxed{Z + \frac{P}{\rho g} = C^{ste}}$: Loi de la statique des fluides

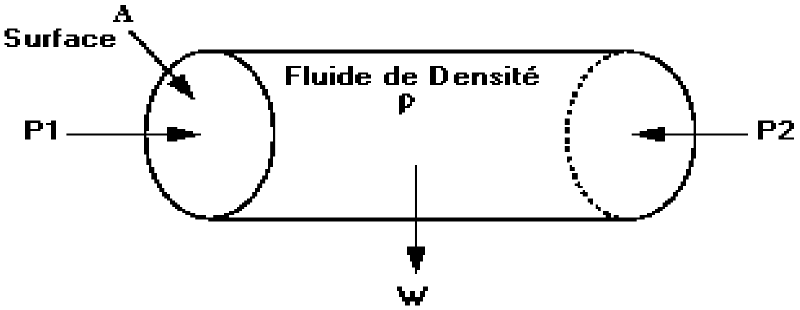
2.- En posant Z_2-Z_1 = h et $P_2 = P_0$, On aura :

- $\boxed{P_1 = P_0 + \rho g h}$
- Et si $P_0 = 0$: $P_1 = \rho g h$

Conclusion

La pression augmente donc linéairement en fonction de la profondeur

3.- Egalité des pressions sur un même plan horizontal :

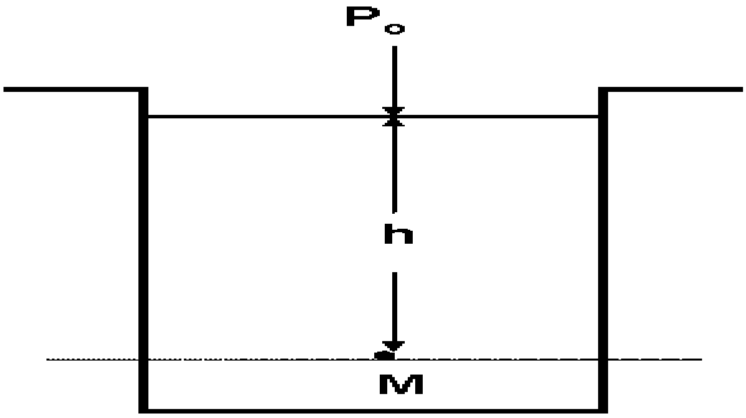


Si l'on considère la direction horizontale , on aura :

$P_1 A - P_2 A + 0 = 0 \Rightarrow P_1 = P_2$ (car la c*omposante du poids W selon l'horizontale est nulle)*

Conclusion *: Sur un même plan horizontal , toutes les pressions sont égales (Pressions Isobares)*

4.- Pression effective et Pression absolue :



Au point M , la pression est égale à :

$P_M = P_o + \rho g h$

A la surface libre du fluide , la pression est généralement représentée par la pression atmosphérique P_{atm} , d'où :

$\boxed{P_M = P_{atm} + \rho g h}$: **Pression Absolue**

Et si l'on néglige l'influence de la pression atmosphérique ($P_{atm} = 0$) :

$\boxed{P_M = \rho g h}$: **Pression Effective**

5.- Charge piézométrique , hauteur piézométrique :

On a vu que : $Z + \frac{P}{\rho g} = C^{ste}$ avec :

- $Z[L]$: hauteur de position ou côte géométrique
- $\frac{P}{\rho g}[L]$: Hauteur piézométrique
- $Z + \frac{P}{\rho g}[L]$: Hauteur ou charge totale

6.- Notion de hauteur du vide :

Dans certains cas , la pression absolue est inférieure à la pression atmosphérique :

$P_M = P_{atm} + \rho g h \langle P_{atm}$

Il se crée alors une dépression dont la hauteur correspondante , appelée '' ***Hauteur du Vide*** '' , est égale à :

$$\boxed{h_{vide} = \frac{P_{atm} - P_{abs}}{\rho g}}$$

7.- Signification énergétique de l'équation de la statique des fluides :

On a vu que : $Z + \frac{P}{\rho g} = C^{ste} = E_p$

Si l'on multiplie les 2 termes de cette équation par le poids élémentaire mg , on aura :

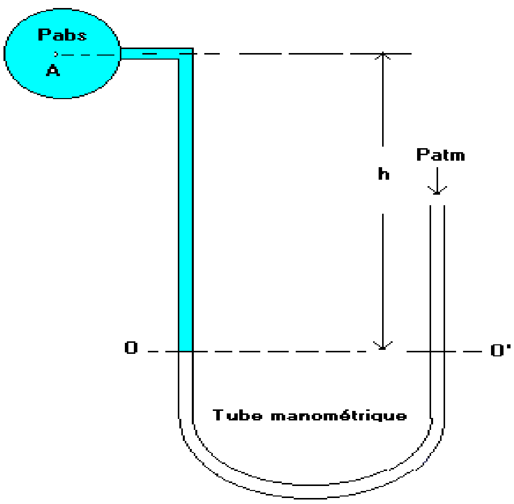
$mgZ + mg\frac{P}{\rho g} = mgE_p$ avec :

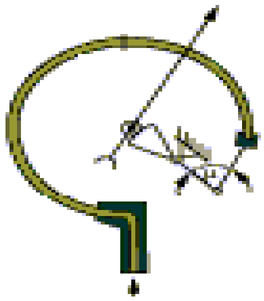
- $mgZ[Nm]$: Energie potentielle de position
- $mg\frac{P}{\rho g}[Nm]$: Energie potentielle de pression
- $mgE_p[Nm]$: Energie potentielle totale

II.4.- <u>Dispositifs de mesure de la pression</u>

Le dispositif utilisé dépend de l'importance des pressions à mesurer . Il existe 2 types de dispositifs de mesure des pressions :

- Les tubes manométriques : utilisés pour la mesure de pressions relativement faibles (… en laboratoires)
- Les manomètres mécaniques : utilisés pour la mesure de pressions relativement plus élevées (1 à 2 Kg/cm^2)



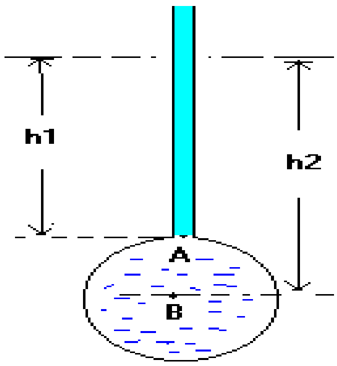


Pression effective

Manomètre mécanique

· Mesure des pressions par les tubes manométriques :

1.- Le tube manométrique simple ou piézomètre :



Tube piézomètrique

- $P_A = \rho g h_1$
- $P_B = \rho g h_2$

Remarque :

→ P_A et P_B sont appelées ‘’ ***Pressions Manométriques*** ‘’

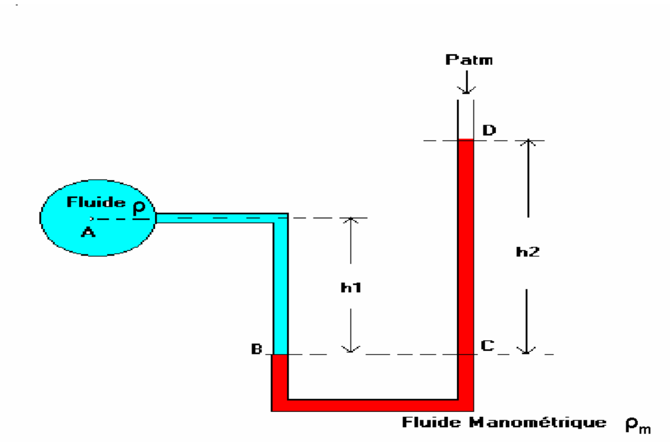
→ h_1 et h_2 sont appelées ‘’ ***Hauteurs Manométriques*** ‘’

C’est un dispositif utilisé uniquement pour la mesure des pressions des Liquides et non les gaz

b.- Le tube manométrique en forme de ‘’ U ‘’ :

Il s’agit d’un dispositif utilisé pour la mesure des pressions dans les liquides et les gaz .

Manomètre en U



On a : $P_B = P_C$

- Partie Gauche : $P_B = P_A + \rho g h_1$
- Partie Droite : $P_C = P_D + \rho_m g h_2 = P_{atm} + \rho_m g h_2$

Puisque l'on mesure une pression manométrique , on soustrait donc P_{atm} :

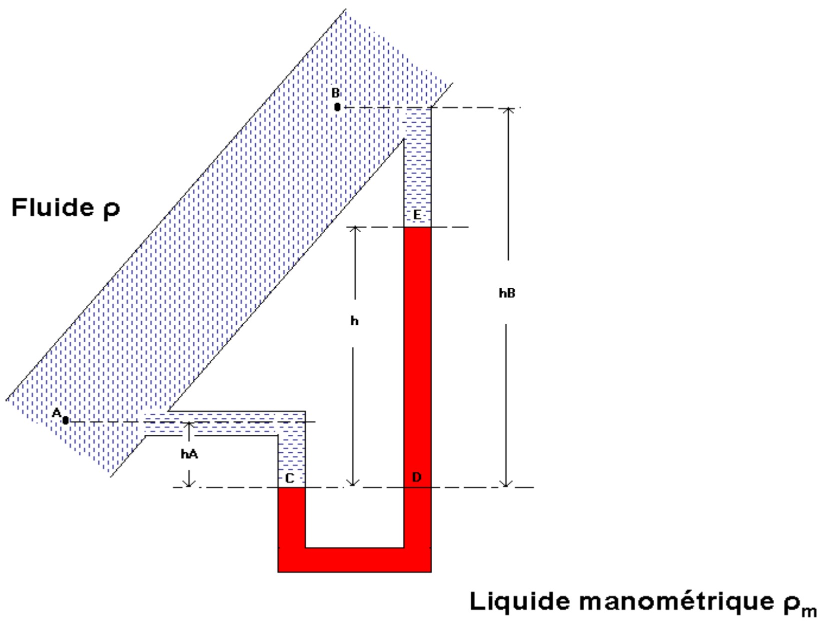
→ $P_C = \rho_m g h_2$

et comme $P_B = P_C \Rightarrow P_A + \rho g h_1 = \rho_m g h_2 \Rightarrow P_A = \rho_m g h_2 - \rho g h_1$

Remarque :

- Si le fluide de densité ρ est un gaz , sa densité est négligeable devant celle du liquide manométrique : $\rho \langle\langle \rho_m \Rightarrow P_A = \rho_m g h_2$

2.- Mesure de la différence de pression par un manomètre en U :



Problème : Calcul de la différence de pression $P_A - P_B$:
On sait que : $P_C = P_D$

- Branche de Gauche : $P_C = P_A + \rho g h_A$
- Branche de Droite : $P_D = P_B + \rho g(h_B - h) + \rho_m gh$

et comme

$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + \rho g h_A + P_B + \rho g(h_B - h) + \rho_m gh \Rightarrow P_A - P_B = \rho g(h_B - h_A) + (\rho_m - \rho)gh$$

et si le fluide est un gaz ($\rho_m >> \rho$) : $P_A - P_B = \rho_m gh$

3.- Manomètre à Eau et manomètre à Mercure :

Les manomètres à eau sont utilisés pour mesurer des pressions relativement faibles car leur utilisation pour les fortes pressions conduirait à l'élaboration de tubes de dimensions trop exagérées. C'est pour cela, et compte tenu de sa densité élevée , que l'on préfère utiliser du Mercure comme liquide manométrique .

Illustration :

Quelle serait la hauteur manométrique donnée pour mesurer une pression **P = 120 KN/m²** :
a.- Dans le cas d'un manomètre à eau
b.- Dans le cas d'un manomètre à Mercure

* *Cas de l'Eau* :

$$P = \rho_w gh \Rightarrow h = \frac{P}{\rho_w g} = \frac{120.10^3}{9{,}814.10^3} = 12{,}23m!$$

* *Cas du Mercure* :

$$P = \rho_{Hg} gh \Rightarrow h = \frac{P}{\rho_{Hg} g} = \frac{120.10^3}{9{,}814.13546} = 0{,}9m!$$