Solution des exercices du TD1

Exercice 1 :

Le premier principe permet d'écrire la relation $\Delta\left(E_c^M + E_{p,ex} + U\right) = W + Q$ dans laquelle E_c^M représente l'énergie cinétique macroscopique du fluide et $E_{p,ex}$ l'énergie potentielle extérieure. Comme $E_{p,ex} = 0$, il vient :

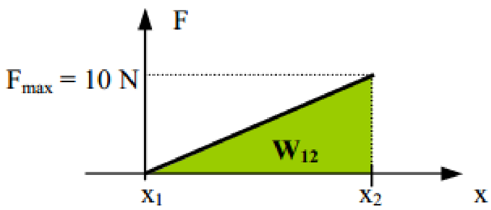
$$\Delta U = W + Q - \Delta E_c^M = \left(-8\times 10^3\right) + \left(10\times 10^3\right) - \frac{10}{2}\left(15^2 - 5^2\right) = 1kJ$$

Le gaz étant supposé parfait, la variation de température se déduit de la variation d'énergie interne par :

$$\Delta U = nC_v\Delta T \quad \text{soit} \quad \Delta \mathrm{T} = \frac{\Delta U}{nC_v} = \frac{\Delta U}{\frac{m}{M}C_v} = \frac{1\times 10^3}{\frac{10}{29\times 10^{-3}}\frac{5}{2}8{,}32} = 0{,}14K$$

Exercice 2 :

Le travail W_{12} reçu par l'air est l'intégrale $\int_{x_1}^{x_2} F(x).dx$, c'est-à-dire la surface décrite ci-dessous :

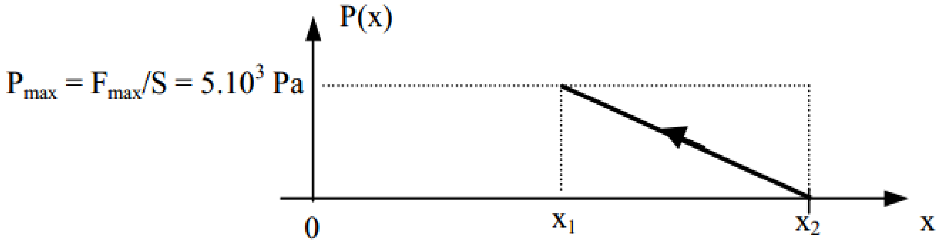


Ainsi W_{12} = surface du triangle vert, donc :

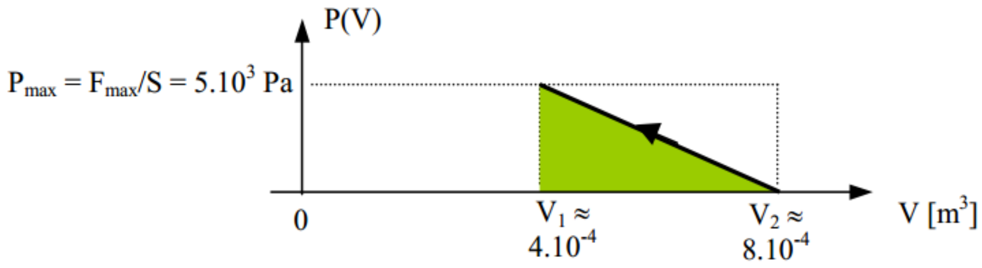
$$W_{12} = \frac{1}{2}\left(x_2 - x_1\right)\times F_{\max} = \frac{1}{2}\left(20.10^{-2}\right)\times 10 = 10.10^{-2}\times 10 \approx 1J$$

Exercice 3 :

1. Nous avons *P= F/S*, il suffit donc de changer l'échelle verticale, remplacer *F* par *F/20.10^{-4}*, d'où le graphique :



2. On a pour la position *x* le volume *V* de cylindre donné par *V= S.x*, il suffit donc de remplacer l'échelle horizontal des x par *S.x*= 20.10-4.*x*, d'où le graphe ci-dessous :



L'expression de *P* en fonction de *V* est donnée par $P = -\left(\frac{P_{max}}{V_2 - V_1}\right)V + 2P_{max}$

3. On a

$$W_{12} = -\int_{V_2}^{V_1} PdV = -\int_{V_2}^{V_1}\left[-\left(\frac{P_{max}}{V_2 - V_1}\right)V + 2P_{max}\right]dV = \left[-\frac{1}{2}.\left(\frac{P_{max}}{V_2 - V_1}\right)V^2 + 2P_{max}.V\right]_{V_1}^{V_2} = 4 - 3 = 1J$$

Exercice 4 :

En écrivant le bilan énergétique, on obtient : $Q = \Delta\left(E_c^M + E_{p,ex} + U\right) - W$ avec $W = -50$ et $\Delta U = 0$ puisque les deux variables, température et volume, sont constantes. Comme :

$$\Delta E_c^M = \frac{m}{2}\left(v_f^2 - v_i^2\right) = -200J \text{ et } \Delta E_{p,ex} = mg\left(z_f - z_i\right) = -100J$$

On en déduit que : $Q = -250J$. Le système libère donc une quantité de chaleur de 250J soit 60calories.

Exercice 5 :

L'équilibre mécanique initial se traduit par l'équation :

$$P_i.S = P_a.S + \left(M + m_p\right)g \text{ d'où } M = \frac{(P_i - P_a)V_i}{gh_i} - m_p = \frac{0,2\times10^5\times10^{-3}}{9,81\times0,5} - 1 \approx 3kg$$

$S = V_i / h_i$ étant la section du piston et P_a la pression atmosphérique. La pression finale est :

$$P_f = P_0 + \frac{m_p g}{S} = P_0\left(1 + \frac{m_p g}{SP_0}\right) = 1{,}049P_0$$

Le bilan énergétique s'écrit, puisque $Q = 0$:

$$\Delta U = W \text{ avec } W = -\int P_f dV = -P_f\left(V_f - V_i\right) = P_i V_i \frac{P_f}{P_i}\left(1 - \frac{V_f}{V_i}\right) = nRT_i \frac{P_f}{P_i}\left(1 - \frac{V_f}{V_i}\right)$$

Le gaz étant supposé parfait, on a :

$$\Delta U = nC_v\left(T_f - T_i\right) = nC_v T_i\left(\frac{T_f}{T_i} - 1\right) \text{ avec } n = \frac{P_i V_i}{RT_i} = 0{,}048 \text{ et } C_v = \frac{3R}{2}$$

En désignant par x le rapport des pressions, $x = P_f / P_i = 1{,}049/1{,}2 = 0{,}874$, le bilan énergétique s'écrit, puisque $T_f / T_i = \left(P_f / P_i\right)\left(V_f / V_i\right)$:

$$\frac{3}{2}\left(x\frac{V_f}{V_i} - 1\right) = x\left(1 - \frac{V_f}{V_i}\right)$$

D'où :

$$\frac{V_f}{V_i} = \frac{3/2 + x}{5x/2} = 1{,}086 \text{ et } \frac{T_f}{T_i} = 0{,}874 \times 1{,}086 = 0{,}949$$

On en déduit que :

$$\Delta U = W = 0{,}048 \times \frac{3 \times 8{,}314}{2} \times 300 \times \left(0{,}949 - 1\right) = -9J$$

Le gaz cède donc 9J au milieu extérieur sous forme de travail.

<u>Exercice 6 :</u>

Pour chaque transformation le volume initiale et le volume final du système sont :

$$V_0 = nRT_0 / P_0 = 0{,}1218m^3 \text{ et } V_1 = nRT_1 / P_1 = 1{,}218m^3$$

1. Détente isotherme :

$$W_p = \int_{V_0}^{V_1} -PdV = \int_{V_0}^{V_1} -\frac{nRT_0}{V}dV = -nRT_0 \ln\left(V_1/V_0\right) = -280472J$$

Le travail échangé avec l'environnement est :

$$W_e = \int_{V_0}^{V_1} -P_e dV = -P_e\left(V_1 - V_0\right) = -P_1\left(V_1 - V_0\right) = -109627J$$

Le système échange avec l'opérateur $W_f = W_p - W_e = -170845J$

L'équilibre mécanique entre le système et l'extérieur conduit à $P = P_{ext}$ avec :

$$P = \frac{P_0V_0}{V}\ ;\ P_{ext} = P_e + \frac{F\left(V\right)}{A} \Rightarrow F\left(V\right) = A\left(\frac{P_0V_0}{V} - P_e\right)$$

Soit : $F(V_0) = A(P_0 - P_e) = 180000N$ et $F(V = 1m^3) = 4361N$

2. Détente isotempérature contre une pression extérieure au système uniquement due à l'environnement.

L'équilibre mécanique entre le système et son environnement dans l'état final se traduit par $P_e = P_1 = 10^5 Pa$. En l'absence d'opérateur extérieur $W_F = 0J$. On a donc :

$W_p = W_e = -P_e(V_1 - V_0) = -109627J$