

Solution des exercices du TD2

Exercice 1 :

- 1) L'échauffement isobare du métal est irréversible : la variation de l'entropie est indépendante du chemin suivi, elle est la même que si l'on imaginait une transformation isobare réversible, conduisant au même état final ; la variation élémentaire d'entropie du métal est alors :

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{mc_p dT}{T}$$

La variation de l'entropie du métal dont la température passe de T_0 à T_1 , est, en intégrant,

$$\Delta S = mc_p \ln \frac{T_1}{T_0} = 1 \times 880 \times \ln \frac{373}{300} = 880 \times 0,2176 = 191,5 J/K$$

- 2) La variation de l'entropie de l'univers est :

$$(\Delta S)_{univers} = (\Delta S)_{métal} + (\Delta S)_{source}$$

Or, la source a cédé au métal une quantité de chaleur :

$$Q = mc_p (T_1 - T_0)$$

La variation de l'entropie de l'univers est alors :

$$(\Delta S)_{univers} = mc_p \ln \frac{T_1}{T_0} - \frac{Q}{T_1} = mc_p \left(\ln \frac{T_1}{T_0} - \frac{T_1 - T_0}{T_1} \right)$$

$$(\Delta S)_{univers} = 880 \times (0,2176 - 0,1957) = 19,3 J / K$$

On remarque que $(\Delta S)_{univers} > 0$, ce qui était à prévoir puisque la transformation est irréversible.

Exercice 2 :

1. L'état d'équilibre du gaz correspond à $T = T_0$.

Pour la transformation isochore : $dQ = c_v dT$ et $dS_{gaz} = dQ/T$ on imagine un refroidissement réversible du gaz. On obtient ainsi pour le gaz, le thermostat et l'ensemble :

$$\Delta S_{gaz} = \int dS_{gaz} = \int_{T_1}^{T_0} \frac{n.c_v dT}{T} = c_v \ln(T_0/T_1) = -1,177 J.K^{-1}$$

$$\Delta S_{therm} = \frac{Q}{T_0} = \frac{c_v(T_1 - T_0)}{T_0} = 1,234 J.K^{-1}$$

$$\Delta S_{univ} = \Delta S_{gaz} + \Delta S_{therm} = 0,057 J.K^{-1}$$

On remarque que $\Delta S_{univ} > 0$ ce qui correspond bien à une évolution adiabatique irréversible de l'ensemble.

2. Cette fois, on peut directement appliquer $dS = dQ/T$ à la transformation envisagée.

Pour une transformation isotherme d'un gaz parfait : $dU = 0$; par conséquent, si la transformation est adiabatique : $dQ_e = W = PdV$. On obtient ainsi :

$$\Delta S_{gaz} = -R \ln 2 = -5,77 J.K^{-1}$$

$$\Delta S_{therm} = R \ln 2 = 5,77 J.K^{-1}$$

$$\Delta S_{univer} = \Delta S_{gaz} + \Delta S_{therm} = 0$$

Exercice 3 :

1. L'application du premier principe à un gaz parfait idéal subissant une transformation adiabatique conduit à :

$$nc_v(T_1 - T_0) = -P_e(V_1 - V_0) = -nRT_1 + nRT_0(P_e/P_0)$$

$$\text{D'où : } T_1 = T_0 \frac{c_p + R \left(\frac{P_e}{P_0} - 1 \right)}{c_p} = 262,73 K$$

2. La variation d'entropie d'un système constitué par un gaz parfait idéal est :

$$\Delta S_{0 \rightarrow 1} = n \left(c_p \ln \frac{T_1}{T_0} - R \ln \frac{P_1}{P_0} \right) = 39,67 J.K^{-1}$$

La transformation étant adiabatique, $\Delta S_{0 \rightarrow 1} = S^P > 0$ conformément au second principe de la thermodynamique appliqué à une transformation irréversible.

Exercice 4 :

1) L'application du premier principe de la thermodynamique donne :

$$\Delta U = W + Q = nC_v \Delta T = 0 \text{ (Puisque les températures initiale et finale du gaz sont identiques)}$$

$$\text{C'est-à-dire: } Q = -W = \int_{V_1}^{V_2} P_{ext} dV = \int_{V_1}^{V_2} P_2 dV = P_2 \int_{V_1}^{V_2} dV = P_2 \cdot (V_2 - V_1) = P_2 \cdot V_2 \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$\text{Donc : } Q = nRT_{ext} \left(1 - \frac{P_2}{P_1}\right)$$

2) Sur un chemin réversible menant de 1 à 2, nous avons :

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q_{rév}}{T} = - \int_1^2 \frac{\delta W_{rév}}{T} = \int_1^2 \frac{PdV}{T} = nR \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = nR \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) < 0$$

3) L'entropie S_{froide} gagnée par l'air ambiant est :

$$S_{froide} = \frac{Q_{brusq}}{T_{ext}} \text{ (car l'air est un thermostat, doù } S_{froide} = -nR \cdot \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$$

4) Nous avons $\Delta S \neq S_{froide} \Rightarrow$ la transformation n'est pas réversible.

Exercice 5 :

1. Pour calculer ΔS_{fer} il faut tout simplement trouver une transformation réversible ou qui amène le morceau de fer de l'état 1 (P, V, T₂) à l'état 2 (P, V, T₁).

$$\text{Donc : } \Delta S_{fer} = \int_1^2 \frac{\delta Q_{révers}}{T} = \int_{T_2}^{T_1} mC_{fer} \frac{dT}{T}$$

$$\text{d'où } \Delta S_{fer} = mC_{fer} \times \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = 100 \cdot 10^{-3} \times 0,46 \cdot 10^3 \times \ln \left(\frac{280}{350} \right) = -10,3 [J / K]$$

2. Pour voir le type de la transformation, il faut calculer l'entropie échangé S^r :

$$\text{Sur la transformation réelle on a : } S_{fer}^r = \int_1^2 \frac{\delta Q_{réelle}}{T_{ext}} = \frac{mC_{fer} (T_1 - T_2)}{T_1}$$

Et puisque $\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) \neq \frac{(T_1 - T_2)}{T_1}$, donc $\Delta S_{fer} \neq S_{fer}^r$ alors la transformation est non réversible.

1. Puisque le système (fer+eau) n'échange pas d'énergie thermique ou mécanique avec l'extérieur, le 1^{er} principe donne : $\Delta U = W_{fer+eau} + Q_{fer+eau} = 0$, or $W_{fer+eau} = 0$ car l'eau et le fer ne déforment pas, d'où $Q_{fer+eau} = Q_{fer} + Q_{eau} = 0$ et donc on a bien $Q_{fer} = -Q_{eau}$.

D'une autre parte, le second principe de la thermodynamique appliqué à ce système indique que $\Delta S_{fer} - S_{fer}^r = \Delta S_{fer} - \frac{Q_{fer}}{T_1} = S_{fer}^P > 0$, or $\Delta S_{fer} < 0$, et donc pour que l'inégalité soit possible on a nécessairement $Q_{fer} < 0$: le fer perd de la chaleur (on dit que la chaleur va toujours spontanément d'un corps chaud vers un corps froid).

En fin : $Q_{fer} = -Q_{eau} < 0$.

Exercice 6 :

1. Le système n'échange pas d'énergie thermique et mécanique avec l'extérieur (système isolé). Le première principe s'écrit donc: $\Delta E_{tot} = \Delta U = W_{A+B} + Q_{A+B} = 0$ où $W_{A+B} = 0$ (puisque les morceaux ne se déforment pas). Donc $Q_{A+B} = Q_A + Q_B = 0 \Rightarrow Q_A = -Q_B$.

2.

$$Q_A = m_1 \cdot C_1 \cdot (T_f - T_1) \text{ et } Q_B = m_2 \cdot C_2 \cdot (T_f - T_2) \text{ où } Q_A = -Q_B \Rightarrow m_1 \cdot C_1 \cdot (T_f - T_1) = -m_2 \cdot C_2 \cdot (T_f - T_2)$$

On peut déduire donc :

$$T_f = \frac{m_1 \cdot C_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot C_2 \cdot T_2}{m_1 \cdot C_1 + C_2 \cdot T_2} = \frac{100 \cdot 10^{-3} \times 460 \times 273 + 100 \cdot 10^{-3} \times 385 \times 373}{100 \cdot 10^{-3} \times 460 + 100 \cdot 10^{-3} \times 385} = 318,5K (= 45,5^\circ C)$$

Donc, c'est le métal qui possède la plus forte capacité thermique (à masses égales) qui "tire" vers lui la température finale de l'ensemble.

3. Vu ce qu'on a dit avant il vaut mieux prendre de l'aluminium car sa capacité thermique est plus élevée : donc sa température va moins varier que celle du morceau de zinc...bien sûr c'est plus cher que le zinc !!! Noter que les dissipateurs thermiques sont souvent de l'aluminium justement.
- 4.

$$\Delta S_B = \int_{T_2}^{T_f} \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_2}^{T_f} \frac{m_2 \times C_2 \times dT}{T} = m_2 \times C_2 \times \int_{T_2}^{T_f} \frac{dT}{T} = m_2 \times C_2 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) = 100 \cdot 10^{-3} \times 385 \times \ln\left(\frac{318,5}{373}\right)$$

$$\Delta S_B = -6,07J / K$$

Donc il y a perte d'entropie.

5. Il suffit de calculer ΔS_{A+B} et voir que $\Delta S_{A+B} \neq 0$ car (A+B) est isolé.

On a $\Delta S_{A+B} = \Delta S_A + \Delta S_B \Rightarrow$ il faut calculer ΔS_A .

De même qu'à la question 4 on démontre que l'on a $\Delta S_A = m_1 \times C_1 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right)$, d'où

$$\Delta S_{A+B} = m_1 \times C_1 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + m_2 \times C_2 \times \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) = 1,01 J / K$$

On a donc la transformation qui est irréversible.

Exercice 7 : La variation d'entropie élémentaire, à pression constante, d'une mole de gaz est :

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{MC_p dT}{T} ; \text{ or } C_p = a + bT ; \text{ on en déduit}$$
$$dS = M \left(a \frac{dT}{T} + b dT \right)$$

La variation d'entropie du gaz, lorsque la température passe de T_1 à T_2 , est donc, en intégrant :

$$\Delta S = M \left[a \ln \frac{T_2}{T_1} + b(T_2 - T_1) \right]$$

Application numérique : Masse molaire de l'azote $N_2 = 28g$; donc :

$$\Delta S = 28(1,04 \ln 2 + 1,1 \cdot 10^{-5} \cdot 300) = 20,19 J / K$$