

## 1.1 Définition du milieu continu

On regroupe sous le terme fluide les gaz et les liquides. En plus de, la mobilité des molécules, et par conséquent le caractère fluide, dépend de l'intensité respective des forces d'interaction entre elles : agitation thermique contre forces de cohésion (Van der Waals notamment). Avant de définir le mot fluide, il admet donc de faire la séparation entre solide, liquide et gaz.

Un fluide apparaît donc comme un milieu continu (lorsqu'il est observé à l'échelle macroscopique) et sans rigidité (il peut facilement se déformer, même sous l'action de forces faibles).

C'est un milieu matériel :

- Continu; ses propriétés varient d'une façon continue, propriétés considérées comme caractéristiques non d'un point sans volume mais d'une particule, volume de fluide extrêmement petit autour d'un point géométrique ; par exemple, on affecte à chaque point P, pour chaque instant t, une masse volumique  $\rho$  représentative de la population des molécules intérieures au volume  $dV$  de la particule ;
- déformable (il n'a pas de forme propre) ; les molécules peuvent facilement glisser les unes sur les autres ; cette mobilité fait que le fluide prendra la forme du récipient qui le contient ;
- qui peut s'écouler ; mais tout fluide peut s'écouler plus ou moins facilement d'un récipient à un autre ou dans une conduite : des forces de frottements qui s'opposent au glissement des particules de fluide les unes contre les autres peuvent apparaître car tout fluide réel a une viscosité.

L'état fluide englobe deux des trois états de la matière : le liquide et le gaz. Les liquides et gaz habituellement étudiés sont isotropes, c'est-à-dire que leurs propriétés sont identiques dans toutes les directions de l'espace.

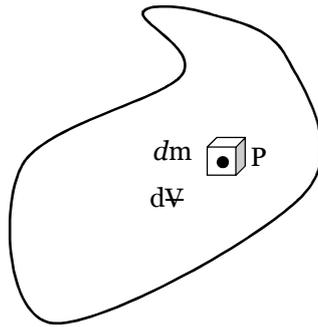
## 1.2 Caractéristique du milieu fluide

Dans le système international, les dimensions mécaniques fondamentales sont : la longueur, la masse et le temps, les unités fondamentales correspondantes sont : le mètre (m), le kilogramme (kg) et la seconde (s). en conséquence, l'unité de volume est le mètre cube ( $m^3$ ), l'unité d'accélération le mètre par seconde carré ( $m/s^2$ ), l'unité de masse volumique  $\rho$  le kilogramme par mètre cube ( $kg/m^3$ ).

### 1.2.1 Masse volumique

Considérons un milieu continu fluide à l'intérieur d'un volume  $V$ , et soit  $dV$  un volume élémentaire défini autour d'un point P du volume  $V$ . Désignons par  $dm$  la masse de fluide

contenue dans le volume  $dV$ .



Le rapport  $\rho = dm/dV$  représente la masse volumique moyenne du fluide contenu dans le volume  $dV$ .

On définit la masse volumique au point  $M$  par :

$$\rho = \lim_{dV \rightarrow 0} \frac{dm}{dV}$$

La masse  $m$  du fluide contenue dans le volume  $V$  est alors :

$$m = \iiint \rho(P) dV$$

La densité d'un liquide est définie par :  $d = \rho_{\text{fluide}} / \rho_{\text{eau}}$  (sans unité).

Eau (le standard liquide)	1 000 kg/m <sup>3</sup>
Huile	914 kg/m <sup>3</sup>
Mercure	13 400 kg/m <sup>3</sup>
Air (le standard gazeux)	1,2 kg/m <sup>3</sup>

Les liquides sont caractérisés par une masse volumique relativement importante ;  $\rho_{\text{gaz}} \ll \rho_{\text{liquide}}$

Pour les gaz, la masse volumique dépend de la température et de la pression. Pour un gaz parfait,

l'équation d'état donne  $\rho = \frac{p}{rT}$ , où  $r$  est la constante massique des gaz parfaits ( $r = \frac{R}{M}$  avec  $R = 8,314 \text{ Jmole}^{-1}\text{K}^{-1}$  et  $M$  masse molaire du gaz).

### 1.2.2 Compressibilité

La propriété physique qui permet de faire la différence entre un liquide et un gaz est la compressibilité. Un liquide est un fluide occupant un volume déterminé, ou du moins ce volume ne peut varier que très peu, et seulement sous l'action de fortes variations de pression ou de température. Un gaz, au contraire, occupe toujours le volume maximal qui lui est offert : c'est un fluide essentiellement compressible (ou expansible).

Définition de la compressibilité

La compressibilité traduit la diminution de volume en réponse à un accroissement de pression. Pour quantifier cet effet on introduit le coefficient de compressibilité isotherme défini par :

### 1.2.3 Poids spécifique

Le poids spécifique est défini comme le poids par unité de volume. Dans le système international, ses unités ses unités sont de  $[N/m^3]$ . Pour fluide homogène

$$\varpi = mg / \mathcal{V} = \rho g$$

Ainsi que pour un fluide inhomogène :

$$\varpi = \varpi(x, y, z, t) = g \frac{dm}{d\mathcal{V}} = \rho g$$

En tous les cas,  $\mathcal{V} = 1/\rho$ . Ses unités dans le système international sont  $[m^3/kg]$ .

### 1.2.4 Pression

La pression en un point est définie comme la valeur absolue de la force par unité de surface sur une petite surface qui passe par ce point et dans le système international son unité est le Pascal ( $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} / \text{m}^2$ ).

Cette force est normale à la surface. Cette expression définit le scalaire  $p$  défini comme la pression. Pour un milieu de surface finie :

$$p = \frac{F}{S}$$

### 1.2.5 Compressibilité

La compressibilité est le caractère de variation de volume de fluide avec une variation de pression ( $dp$ ), le volume de fluide subit une diminution de volume ( $d\mathcal{V}$ ). L'augmentation de pression entraîne une diminution de volume.

Le coefficient de compressibilité est :

$$\beta = - \frac{d\mathcal{V}/\mathcal{V}}{dp} = - \frac{d\mathcal{V}}{dp\mathcal{V}}$$

$\beta$ : Coefficient de compressibilité ( $m^2/N$ )

$\mathcal{V}$  : volume de fluide ( $m^3$ )

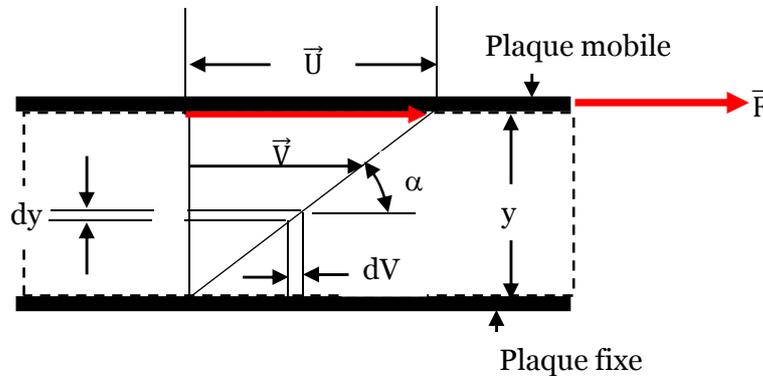
$d\mathcal{V}$  : variation de volume ( $m^3$ )

$dp$  : variation de pression ( $N/m^2$ )

### 1.2.6 Viscosité

La viscosité d'un fluide est la propriété qui exprime sa résistance à une force tangentielle. La viscosité est due principalement à l'interaction entre les molécules du fluide ci-dessous, considérons deux grandes plaques parallèles à une faible distance à une faible distance l'une de l'autre  $y$ , l'espace entre les plaques étant rempli d'un fluide donné.

Pour que la plaque supérieure garde une vitesse constante  $U$ , il faut lui appliquer une force constante  $F$ . Il existe donc une interaction visqueuse entre la plaque et le fluide, qui se manifeste sous forme de traînée sur la première et de la force de cisaillement sur le fluide. Le fluide au contact de la plaque fixe aura une vitesse nulle.



L'expérience montre que la force de cisaillement  $F$  est proportionnelle à la surface  $S$  de la plaque, à la vitesse  $U$  et inversement proportionnelle à la distance  $y$ .

A partir des triangles semblables, on a la relation  $\tan \alpha = U/y = dV/dy$ , donc :

La force  $F$  est proportionnelle à :

$$\frac{AU}{y} = A \frac{dV}{dy}$$

Où :  $\frac{F}{A} = \tau$  est proportionnel à  $\frac{dV}{dy}$

$\tau$  est la contrainte de cisaillement. Si on introduit la constante de proportionnalité  $\mu$  appelée viscosité dynamique, on a :

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy}$$

soit :  $\mu = \frac{\tau}{dV/dy}$

Il en résulte que l'unité de viscosité dynamique  $\mu$  est le (Pa.s). Les fluides soumis à la relation ci-dessus sont appelés fluides newtoniens.

On définit le coefficient de viscosité cinématique par :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{\varpi/g} = \frac{\mu g}{\varpi}$$

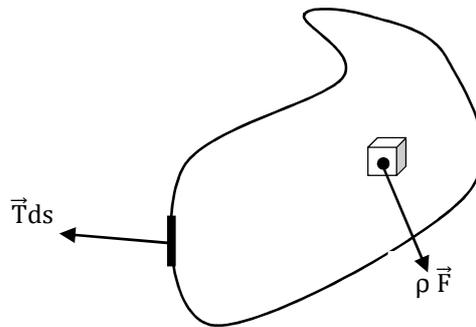
D'après l'équation ci-dessus,  $\nu$  s'exprime en  $m^2s^{-1}$ .

Remarque : la viscosité des liquides décroît avec la croissance de la température mais n'est pas affectée de manière appréciable par les variations de pression.

Puisque la masse spécifique des gaz varie avec la pression (à température constante), la viscosité cinématique est inversement proportionnelle à la pression.

### 1.3 Forces de volume et force des surfaces appliqués à un domaine fluide

L'un des buts de la mécanique étant de définir la position ou le mouvement des particules matérielles sous l'action des forces qui les sollicitent, il faut donc définir le genre de forces que nous aurons à considérer en mécanique des fluides.

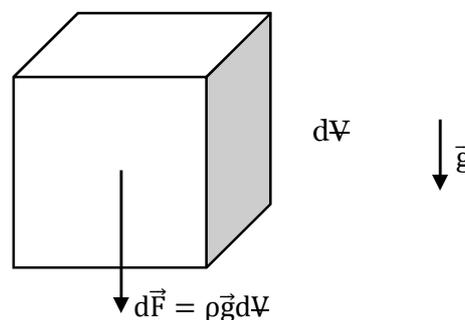


#### 1.3.1 Force de volume : force de pesanteur

Les champs de force (de pesanteur, magnétique, électrique, etc.) exercent sur les particules fluides des actions à distance qui sont proportionnelles aux volumes des particules. Ce sont les forces de volume. Considérons un petit volume élémentaire  $dV$  et soit  $dF$  la force élémentaire qui s'exerce sur  $dV$ . On désigne par force volumique  $f$  (ou densité de force par unité de volume) la limite, si elle existe, de la quantité :

$$f = \lim_{dV \rightarrow 0} \frac{dF}{dV}$$

La densité des forces exercées par la gravité sur un milieu continu est l'un des exemples les plus classiques. C'est celle qui interviendra dans nos problèmes<sup>1</sup>.



<sup>1</sup> L'intensité  $g$  de la pesanteur varie avec l'altitude  $z$  du lieu et sa latitude terrestre. Elle varie entre 9,78 à l'équateur et 9,83  $m/s^2$  aux pôles. À l'altitude zéro (niveau de la mer) et la latitude de 45°, elle vaut  $g = 9,807$  N/kg. Pour les applications numériques, nous prendrons  $g = 9,81$  N/kg (ou  $m/s^2$ ).

La densité des forces exercées par la gravité sur un milieu continu est l'un des exemples les plus classiques. C'est celle qui interviendra dans nos problèmes

$$d\vec{F} = \rho \vec{g} dV$$

Par conséquent, la densité volumique de force à laquelle est soumis le fluide est  $f = \rho \times g$

### **1.3.2 Forces de surface : force de pression et force de frottement**

La force élémentaire  $d\vec{F}$  qui s'exerce sur  $dS$  est proportionnelle à  $dS$ :

$$d\vec{F} = \vec{T}(\vec{n}, x, y, z, t) \times dS$$