Exercice 1 :

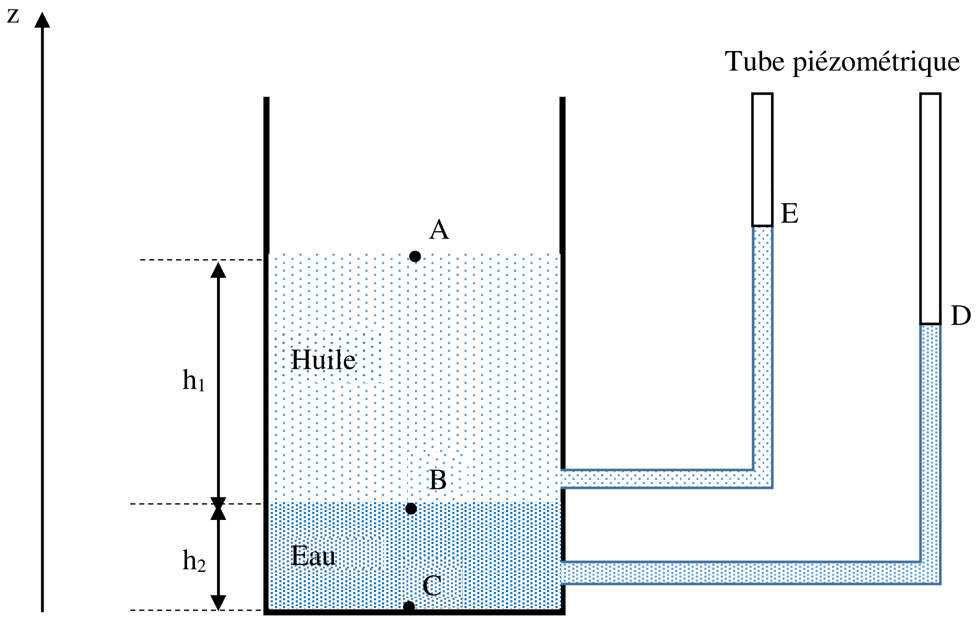
Que vaut la pression atmosphérique en Pascal quand le baromètre à mercure indique 742 mm.

Solution 1 :

Exercice 2 :

La figure ci-dessous représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles :

- de l'huile de masse volumique $\rho_1 = 850\ kg/m^3$ sur une hauteur $h_1 = 6$ m,
- de l'eau de masse volumique $\rho_1 = 1000\ kg/m^3$ sur une hauteur $h_2 = 5$ m.



On désigne par :

- A un point de la surface libre de l'huile,
- B un point sur l'interface entre les deux liquides,
- C un point appartenant au fond du réservoir
- D et E les points représentants les niveaux dans les tubes piézométriques,
- $(O, \vec{z})$ est un axe vertical tel que $z_C = 0$

Appliquer la relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH) entre les points :

1) B et A. En déduire la pression P_B (en bar) au point B.
2) A et E. En déduire le niveau de l'huile z_E dans le tube piézométrique.
3) C et B. En déduire la pression P_C (en bar) au point C.
4) C et D. En déduire le niveau de l'eau z_D dans le tube piézométrique.

Solution 1 :

1) RFH entre B et A : $P_B - P_A = \rho_1 \times g \times (z_A - z_B)$ Or $P_A = P_{atm}$ et $z_A - z_B = h_1$

Donc $P_B = P_{atm} + \rho \times g \times h$

Analyse numérique : $P_B = 10^5 + 850 \times 9{,}81 \times 6 = 150031$ Pa = 1,5 bar

2) RFH entre A et E : $P_A - P_E = \rho_1 \times g \times (z_E - z_A)$ or $P_A = P_E = P_{atm}$

Donc $z_E = z_A = h_1 + h_2$

Analyse numérique : $z_E = 6 + 5 = 11$ m.

3) RFH entre C et B : $P_C - P_B = \rho_2 \times g \times (z_B - z_C)$ or $z_B - z_C = h_2$

Donc $P_C = P_B + \rho_2 \times g \times h_2$

Analyse numérique : $P_C = 150031 + 1000 \times 9{,}81 \times 5 = 199081$ Pa = 2 bar

4) RFH entre C et D : $P_C - P_D = \rho_2 \times g \times (z_D - z_C)$ or $P_D = P_{atm}$ et $z_C = 0$

5) Donc $z_D = \frac{P_C - P_{atm}}{\rho_2 \cdot g}81$

Analyse numérique :

$$z_D = \frac{199081 - 10^5}{1000 \times 9{,}81}$$

Exercice 3 :

Soit un tube en U fermé à une extrémité qui contient deux liquides non miscibles.

Entre les surfaces :

- (1) et (2) il s'agit de l'essence de masse volumique ρessence=700 kg/m^3.
- (2) et (3), il s'agit du mercure de masse volumique ρmercure=13600 kg/m^3.

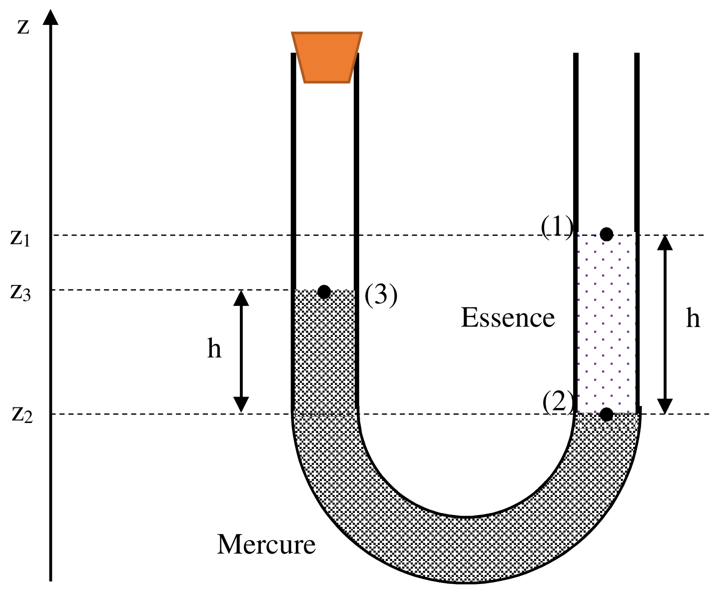
La pression au-dessus de la surface libre (1) est $P_1 = P_{atm} = 1$ bar.

L'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}8$ m/s^2.

La branche fermée emprisonne un gaz à une pression P_3 qu'on cherche à calculer.

1) En appliquant la RFH (Relation Fondamentale de l'Hydrostatique) pour l'essence, calculer la pression P2 (en mbar) au niveau de la surface de séparation (2) sachant que $h = (z_1 - z_2) = 728$ mm.

2) De même, pour le mercure, calculer la pression P_3 (en mbar) au niveau de la surface (3) sachant que $h' = (z_3 - z_2) = 15$ mm.



Solution 3 :

1) RFH pour l'essence : $P_2 - P_1 = \rho_{essence} \times g \times (z_1 - z_2)$

$P2 = P1 + \rho_{essence} \times g \times h$

Application numérique :

$P_2 = 10^5 + 700 \times 9{,}81 \times 0{,}728 = 1{,}05 \times 10^5$ pa = 1050 mbars

2) RFH pour le mercure : $P_2 - P_3 = \rho_{mercure} \times g \times (z_3 - z_2)$

$P_3 = P_2 - \rho_{mercure} \times g \times h'$

Application numérique :

$P_3 = 1050 \times 10^3 + 13600 \times 9{,}81 \times 0{,}15 = 1{,}30 \times 10^5$ pa = 1030 mbars

Exercice 4 :

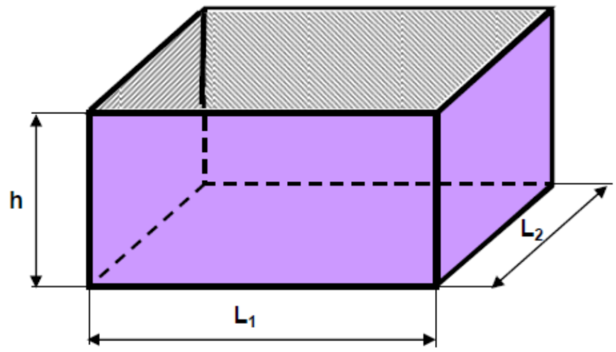
Un réservoir de forme parallélépipédique ayant les dimensions suivantes :

- hauteur h = 3m,
- longueur L_1= 8 m,
- largeur L_2 = 6 m.

est complètement remplie d'huile de masse volumique $\rho = 900$ kg /m^3.

1) Calculer le module de la résultante des forces de pression sur chaque surface du réservoir (les quatre faces latérale et le fond).

2) Déterminer pour les surfaces latérales la position du point d'application (centre de poussée).



Solution 4 :

1) $R = P_G \times S$

Sur les parois latérales :

$$R_1 = \rho \times g \times \frac{h}{2} \times h \times L_1 = \varpi \times \frac{h}{2} \times h \times L_1 = 0{,}5 \times 900 \times 9{,}81 \times 3^2 \times 8 = 317844 \text{ N}$$

$$R_2 = \rho \times g \times \frac{h}{2} \times h \times L_2 = \varpi \times \frac{h}{2} \times h \times L_2 = 0{,}5 \times 900 \times 9{,}81 \times 3^2 \times 6 = 238383 \text{ N}$$

Sur le fond du réservoir :

$$R_3 = \rho \times g \times h \times L_1 \times L_2 = \varpi \times \times h \times L_1 \times L_2 = 900 \times 9{,}81 \times 3 \times 6 \times 8 = 1271376 \text{ N}$$

2) Les points d'application sont a $\frac{h}{2} = 1$ m du fond pour les faces latérales.

Exercice 5 :

On considère un récipient en forme de parallélépipède de largeur b = 2 m, ouvert à l'air libre et rempli jusqu'à une hauteur h = 1,5 m avec du mercure de masse volumique $\rho = 13600$ kg/m^3.

On désigne par :

- G le centre de gravité de la surface mouille S.
- $(G,\vec{X},\vec{Y},\vec{Z})$ un R.O.D. où $\vec{X}$ est orthogonal à S et $\vec{Y}$ est vertical.

On donne l'accélération de la pesanteur g = 9,81 m/s^2.

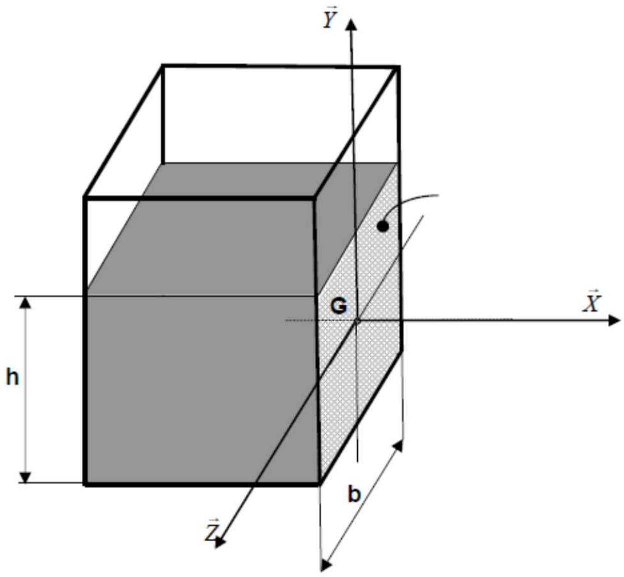
1) En appliquant la relation fondamentale de hydrostatique (RFH) entre un point M de la surface libre et le point G, calculer la pression P_G.

2) Déterminer l'intensité de la résultante $\vec{R}$ des forces de pression agissant sur S.

3) Calculer le moment quadratique $I_{(G,Z)}$ de la surface S.

4) Calculer la position Y_0 du centre de poussée.

Solution 5 :



1) RFH entre G et M : $P_G - P_M = \rho \times g \times (Y_M - Y_G)$ or $Y_M = h/2$, $Y_G = 0$ et $P_M = P_{atm}$ donc

$P_G = P_{atm} + \rho \times g \times h/2$

Analyse numérique : $P_G = 10^5 + 13600 \times 9{,}81 \times 1{,}5/2 = 2 \times 10^5 = 2$ bar.

2) Intensité de la résultante : $R = P_G \times S = P_G \times b \times h$

Analyse numérique : $R = 2 \times 10^5 \times 2 \times 1{,}5 = 6 \times 10^5$ N

3) moment quadratique : $I_{(G,Z)} = \frac{2 \times 1{,}5^3}{12} = 0{,}5625 \text{ m}^4$

4) Position du centre de poussée : $Y_0 = \frac{\varpi \times I_{(G,Z)}}{R}$

Analyse numérique : $Y_0 = -\frac{13600 \times 9{,}81 \times 0{,}5625}{6 \times 10^5} = -0{,}125 \text{ m}$

Exercice 6 : (Atmosphère isotherme)

Déterminer le profil de pression P, de masse volumique ρ

en fonction de z pour une atmosphère isotherme.

Solution 6 :

Pour une atmosphère isotherme $T = C^{te}$. Par l'utilisation de l'équation d'état : $P = \rho \times r \times T$

$\Rightarrow P_0 = \rho\, r\, T_0$

$P = \rho\, r\, T$

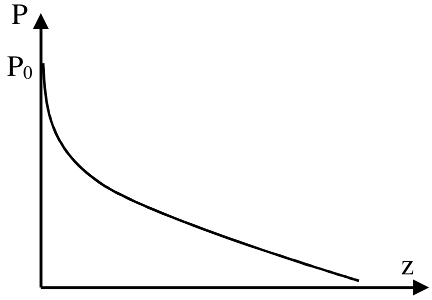
$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_0}{\rho_0} \Rightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{\rho_0}{P_0} \times P$$

$$dP + P\frac{\rho_0}{P_0} \times g \times dz \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0}{P_0} \times g \times dz \Rightarrow P = k \times \left[\exp\left(-\frac{\rho_0}{P_0} \times g\right) \times z\right]$$

Application numérique :

$$-\frac{\rho_0}{P_0}\times g = -\frac{1{,}293\times 9{,}81}{1{,}01325\times 10^5} \approx -\frac{1}{8000}\,\mathrm{m}$$

$$P = P_0 \times \exp\left(-\frac{z}{8000}\right)$$



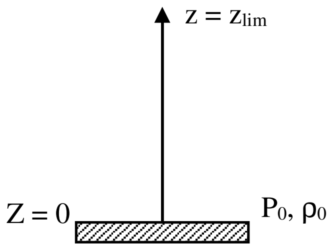
On a :

$$\rho = \frac{P}{P_0}\rho_0 \Rightarrow \rho = \rho_0 \times \exp\left(-\frac{z}{8000}\right)$$

Exercice 7 : (Atmosphère adiabatique)

Déterminer le profil de pression P, de masse volumique ρ en fonction de z pour une atmosphère adiabatique ainsi la limite de l'atmosphère z_{lim}. On donne $\gamma = 1{,}4$.

Solution 7 :



$$\frac{P}{\rho^\gamma} = C^{te}, \frac{P}{\rho^\gamma} = \frac{P_0}{\rho_0^\gamma}$$

$$P = P_0\left[1-\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)\times\frac{\rho_0 g}{P_0}\times z\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\rho = \rho_0\left[1-\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)\times\frac{\rho_0 g}{P_0}\times z\right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \Rightarrow T = T_0\left[1-\left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)\times\frac{\rho_0 g}{P_0}\times z\right]$$

$z_{lim} \rightarrow$ vide absolue

$$z_{lim} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{P_0}{\rho_0 g}$$

Application numérique : $\gamma = 1{,}4$, $z_{lim} = 28000$ m