

**PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC OF ALGERIA**  
**MINISTRY OF HIGHER EDUCATION AND SCIENTIFIC RESEARCH**  
**MOHAMED BOUDIAF UNIVERSITY OF M'SILA**

**Technology Faculty**  
**Department of Mechanical Engineering**  
**Licence (Hydraulique L2)**  
**University year : 2020/2021**  
**Module : Numerical Methods. ( Math 05 )**

**SERIES OF DIRECTED WORKS N°01**

**Exercice N°01 :**

Pour mesurer l'épaisseur d'un cylindre creux,  
vous mesurez le diamètre intérieur  $D_1$  et le diamètre extérieur  $D_2$   
et vous trouvez  $D_1 = 19.5 \pm 0.1$  mm et  $D_2 = 26.7 \pm 0.1$  mm.

1) Donnez le résultat de la mesure et sa précision (incertitude relative).

.....

**Exercice N°02 :**

Estimez l'erreur dans l'évaluation de  $f(x) = e^{10x^2} \cos(x)$  si on sait que  $x$  est égale à 2 à  $\pm 10^{-6}$  près.

.....

**Exercice N°03:**

On a :  $x = 2.5 \pm 0.01$ ;  $y = 1.2 \pm 0.02$ ;  $z = 3.2 \pm 0.03$ ;  $t = 5.1 \pm 0.01$ .

1) Vérifier que tous les chiffres de  $x, y, z$  et  $t$  sont exacts ?

2) On pose :  $S = x^2 + y^2 + z^2 + t^2$

Déterminer les résultats finaux de S ?

.....

**Exercice N°04:**

Séparer les racines de l'équation  $x^3 - 3x + 1 = 0$  dans l'intervalle  $[-3, 3]$ .

.....

**Exercice N°05:**

On considère l'équation  $F(x) = x^2 e^x - 1 = 0$

1- Trouver un intervalle  $I = [a, b]$  de longueur 1 contenant la racine  $\alpha$  de  $F(x)$ .

2- Après avoir vérifié l'applicabilité de la méthode de Dichotomie sur cet intervalle, calculer les cinq premiers itérés.

3- Calculer le nombre d'itération qu'il faut pour avoir la solution avec une précision  $\varepsilon = 10^{-4}$

.....

**Exercice N°06:**

Soit  $f$  une fonction définie sur  $[0, 1]$  par:  $f(x) = x(1 + e^x) - e^x$

1- Montrer que  $f(x) = 0$  a une unique solution  $\alpha$  dans  $[0, 1]$ .

2- On vous propose d'appliquer la méthode de point fixe pour résoudre  $f(x) = 0$  basée sur la fonction suivante:

$$g(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}, x \in [0, 1]$$

a- Comment la fonction  $g$  est-elle obtenue ?

b- Proposer une itération de point fixe pour l'équation  $f(x) = 0$ .

c- Montrer que cette itération converge vers la solution  $\alpha$ .

d- Déterminer le nombre d'itérations nécessaires pour calculer une solution approchée avec une précision  $\varepsilon = 10^{-10}$

e- Calculer les cinq premières itérations.

3- Ecrire la méthode de Newton pour cette équation en précisant un bon choix de l'initialisation  $x_0$ .

.....

**Exercice N°07\*:**

(a) Obtenir tous les points fixes de la fonction

$$g(x) = \lambda x(1 - x)$$

où  $\lambda$  est un paramètre.

(b) Déterminer pour chaque point fixe trouvé en (a) les valeurs de  $\lambda$  pour lesquelles ces points fixes sont attractifs.

(c) Déterminer pour chaque point fixe trouvé en (a) la valeur de  $\lambda$  pour laquelle la convergence de la méthode des points fixes sera quadratique.

.....

**Exercice N°08 \*:**

Construire un algorithme, basé sur la méthode de Newton, qui vous permettra de calculer (ne faites pas ces calculs) le maximum de la fonction  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  (il faut noter qu'un algorithme n'est pas un programme Matlab).

.....

**Exercice N°09\*:**

A l'aide de la méthode de Newton, montrer comment on obtient l'algorithme

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{N}{x_n} \right)$$

pour le calcul de  $\sqrt{N}$ .

(b) Obtenir un algorithme similaire pour calculer  $\sqrt[3]{N}$ .

.....

**Module manager : Aichouche Samiha.**