Chapitre 6: Synthèse des observateurs d'état

Chapitre 03 observateur d'état

Observateur d'ordre complet :

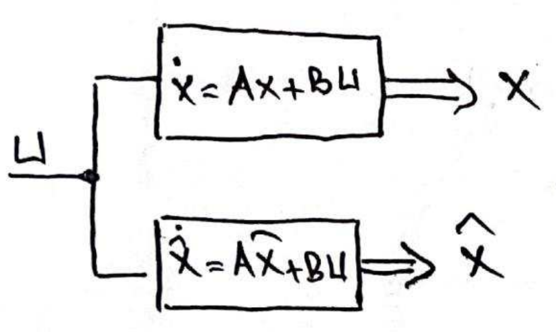
La loi de commande $u=-Kx$, suppose la connaissance de x ce qui est inévident, il est physiquement impossible de mesuré tout les états comme par exemple dans un réacteur nécléaire il est impossible d'accéder à tout les grandeurs donc pour résoudre ce problème nous devons construire un estimateur ou observateur qui va estimer le vecteur d'état x à partir de l'entrée et de la sortie du systéme. L'estimer de x sera noté par $\hat{x}$, $u=-K\hat{x}$

Soit le systéme

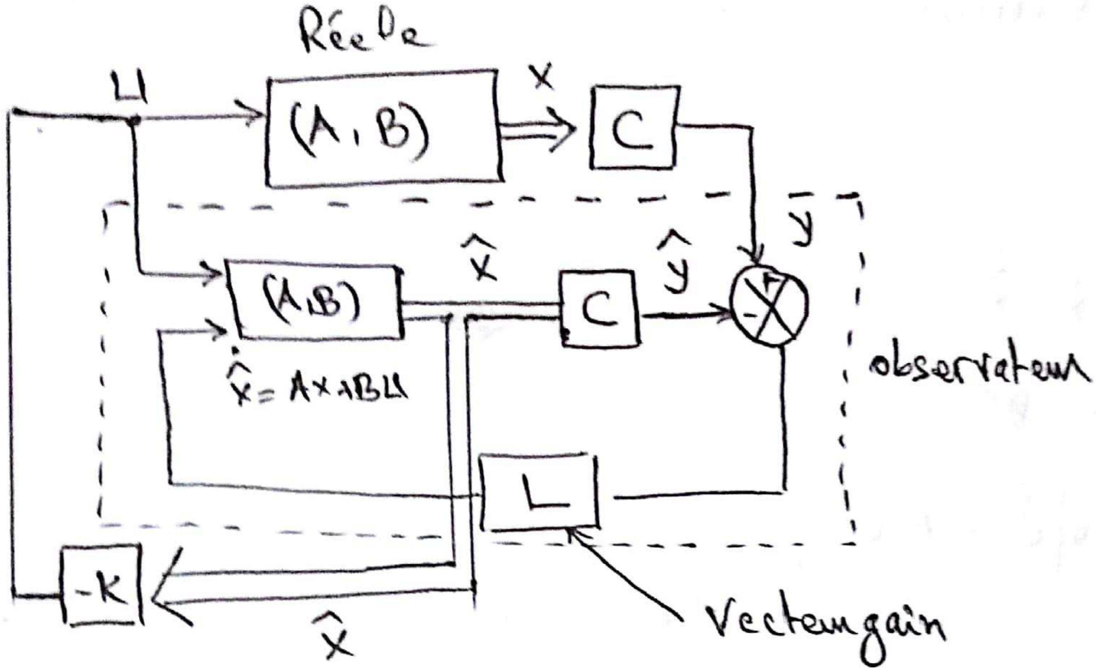
$$\dot{x}=Ax+Bu$$

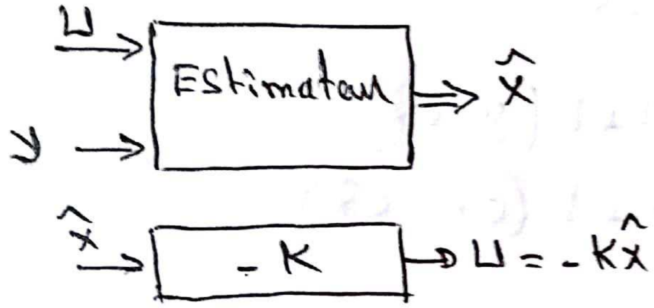
x : non mesurable $\rightsquigarrow \hat{x}$

$$\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu \rightarrow \text{modèle}$$



$$\hat{x}-x=e\neq 0$$





Considerons le retour (reaction) de la différence entre la sortie mesuré y et l'estimer $\hat{y}$ avec se retour nous allons corrigé continuellement le modèle avec se signal d'erreur.

Calcule le vecteur gain L :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y})$$
$$= A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$$

$L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix}$: Vecteur gain d'observat

$y - \hat{y}$: Erreur d'estimation.

L sera choisi de telle sorte la dynamique de l'erreur sera satissfaite

Dynamique de l'erreur

B.O

$\dot{X} = AX + BU$

$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BU$

$e = X - \hat{X} \Rightarrow \dot{e} = \dot{X} - \dot{\hat{X}}$

$\dot{e} = AX + \cancel{BU} - A\hat{X} - \cancel{BU}$

$\dot{e} = A(X - \hat{X}) \Rightarrow \boxed{\dot{e} = Ae}$

BF

$e = X - \hat{X} \Rightarrow \dot{e} = \dot{X} - \dot{\hat{X}}$

en BF: $\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BU + L(y - C\hat{X})$

$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BU + L(CX - C\hat{X})$

$\cancel{\dot{e} = AX - A\hat{X}}$

$\dot{e} = AX + \cancel{BU} - A\hat{X} - \cancel{BU} - LCX + LC\hat{X}$

$\dot{e} = (A - LC)X - (A - LC)\hat{X}$

$\dot{e} = (A - LC)(X - \hat{X}) \Rightarrow \dot{e} = (A - LC)e$

$\Rightarrow \dot{e} = \hat{A}e$

il faut que $\det\{SI - (A - LC)\} = 0$

$= (S - P_1)(S - P_2) \cdots (S - P_n)$

$P_1, P_2, P_3, \cdots P_n$ Pole desiré (Imposé)

Si L peut être choisie comme nous voulons de tel sorte que $\{A-LC\}$ peut avoir des valeurs propres stable se qui implique que l'erreur tendra vers 0 cela veut dire que $\hat{x}$ va Converger ver x.

<u>Remarque</u> :

le calcul de la matrice L est obtenue ont comparm $\det\{SI-(A-LC)\}$ avec l'équation caracteristique desiré $(S-P_1)(S-P_2)\cdots(S-P_n)$ donc par identification $l_1, l_2, \dots l_n$ peuvent être calculés.

<u>Exemple</u> :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

Hyp : x est non accessible $\rightsquigarrow$ estimer $\hat{x}$

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(cx - c\hat{x})$$

$$\dot{e} = (A-LC)e$$

$$A-LC = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -8 & -15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 & 0 \\ l_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A-LC=\begin{bmatrix}-l_1 & 1\\ -8-l_2 & -15\end{bmatrix}$$

$$\lambda I-(A-LC)=\begin{bmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-l_1 & 1\\ -8-l_2 & -15\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\lambda+l_1 & -1\\ 8+l_2 & \lambda+15\end{bmatrix}$$

$$|\lambda I-(A-LC)|=\lambda^2+3\lambda+2=\lambda^2+(15+l_1)\lambda+15l_1+l_2+8$$

$$\begin{cases}15+l_1=3 \Rightarrow \boxed{l_1=-12}\\ 15l_1+l_2+8=2 \Rightarrow \boxed{l_2=186}\end{cases}$$

Le procédé:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=-8x_1-15x_2+u\end{cases}$$

$y=x_1$ $\qquad u=-32x_1+2x_2$

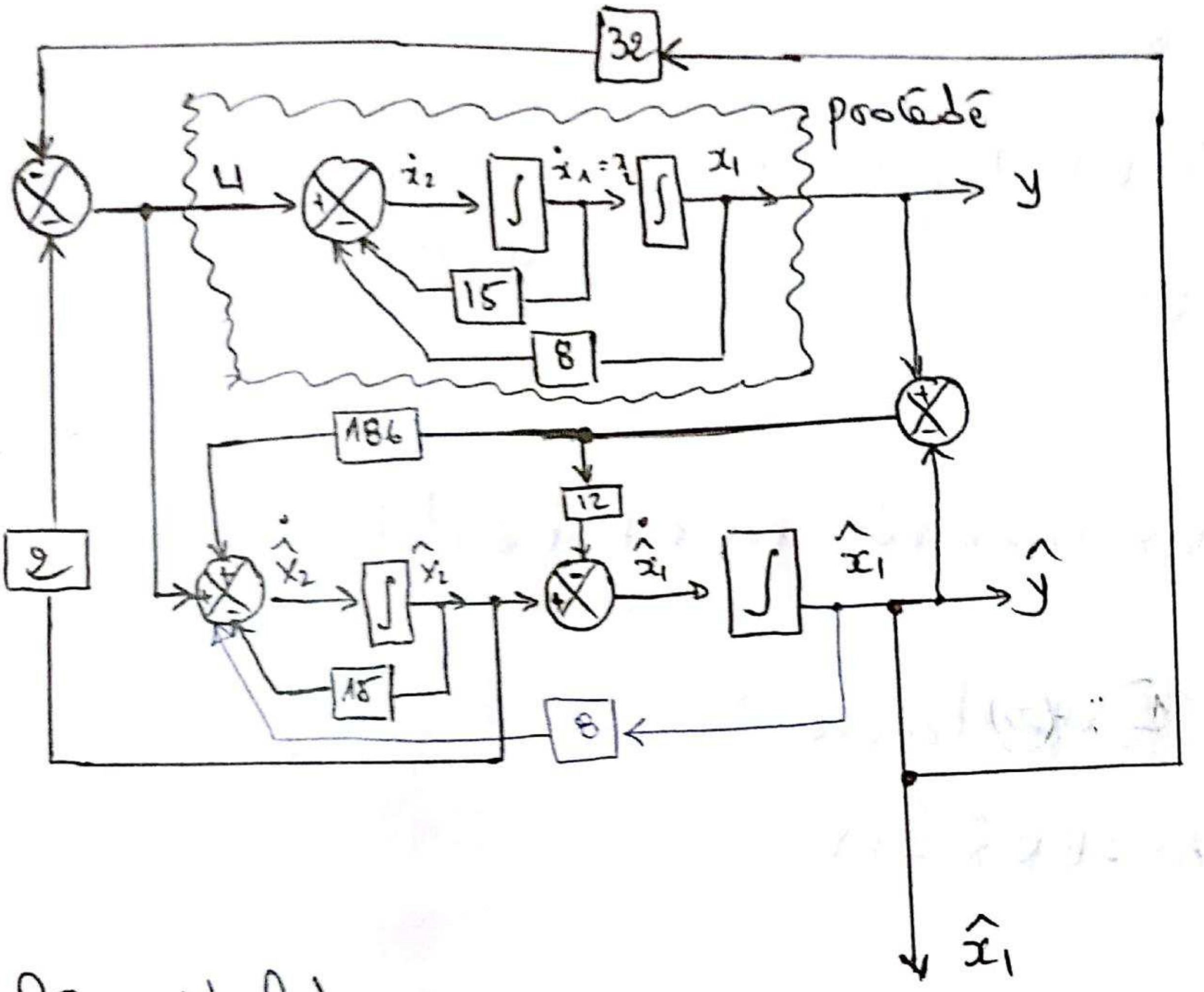
L'observateur:

$$\dot{\hat{x}}_1=\hat{x}_2-12(y-\hat{y})$$

$$\dot{\hat{x}}_2=-8\hat{x}_1-15\hat{x}_2+u+186(y-\hat{y})$$

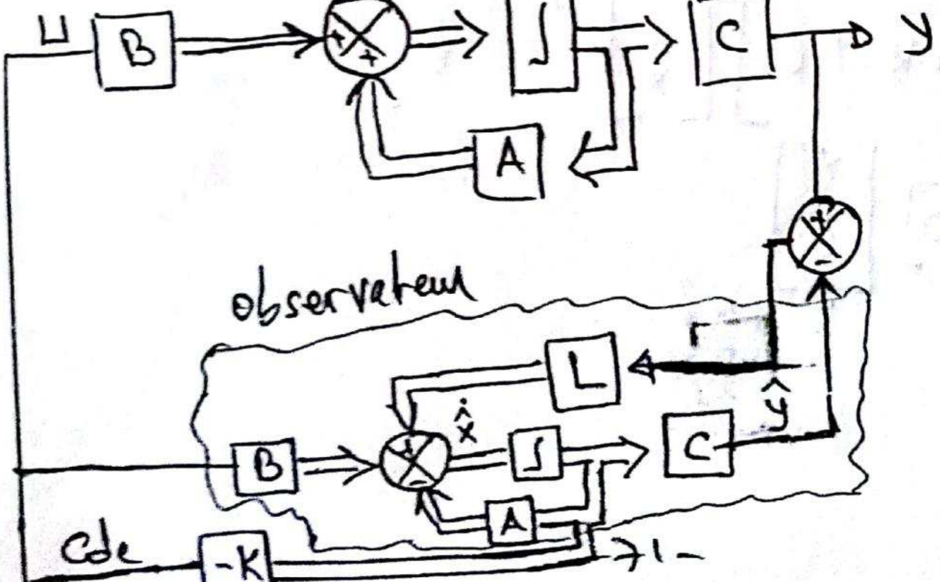
$y=x_1$

Procédé + obs + commande :



Récapitulation :

(1) procedé + observateur + commande :



Représentation d'état procédé +obs + Reg :

1 $$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ y = CX \end{cases}$$ procédé

2 $$\begin{cases} \dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BU + L(CX - C\hat{X}) \\ y = C\hat{X} \end{cases}$$ observateur

3 $U = -K\hat{X}$ Commande par retour d'etat

3 dans 1 et 2 trouve

$$\begin{cases} \dot{X} = AX - BK\hat{X} + BV \\ \dot{\hat{X}} = LCX + (A - BK - LC)\hat{X} + BV \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\hat{X}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BK \\ LC & A-BK-LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \hat{X} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} V$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \hat{X} \end{bmatrix}$$

observateur d'ordre reduit :

nous avons vue précedamant que la Conception d'un observateur concerne l'estimation de tous le vecteur d'etat sachant (u, y) si par exemple nous voulons mesurē seulement quelque variable d'etat dans ce cas nous allons utilisē un observateur d'ordre reduit. l'avantage de cette observateur est qu'il réduit la complexitē des systèmes. il diminue également le nombre d'intégration. pour realisē cette estimateur nous allons partitionner le vecteur d'etat on deux partie une Partie qui contient les états mesurable et une autre partie qui contient les états estimés (non mesurable).

$$X = \begin{bmatrix} x_a \\ \hline x_b \end{bmatrix} \begin{array}{l} \to \text{mesurable} \\ \\ \to \text{non mesurable} \end{array}$$

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \hline \dot{x}_b \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} A_{aa} & A_{ab} \\ \hline A_{ba} & A_{bb} \end{array}\right] \begin{bmatrix} x_a \\ \hline x_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ \hline B_b \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ \hline x_b \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\dot{x}_b = A_{bb} x_b + \underbrace{A_{ba} x_a + B_b u}_{\text{Entré Connue} = u'}$$

$$\boxed{\dot{x}_b = A_{bb} x_b + u'}$$

$$\dot{x}_a = A_{aa} x_a + A_{ab} x_b + B_a u$$

$$\boxed{\underbrace{\dot{x}_a - A_{aa} x_a - B_a u}_{\text{Connue}} = A_{ab} x_b}$$

donc :

Eq d'état : $\dot{x}_b = A_{bb} x_b + A_{ba} x_a + B_b u$

Eq de sortie : $\underbrace{\dot{y} - A_{aa} y - B_a u}_{y} = \underbrace{A_{ab} x_b}_{CX}$

nous allons observer x_b :

$$\dot{\hat{x}}_b = A_{bb} \hat{x}_b + A_{ba} y + B_b u + L(y - A_{ab} \hat{x}_b)$$

$$\dot{\hat{x}}_b = A_{bb} \hat{x}_b + A_{ba} y + B_b u + L(\dot{y} - A_{aa} y - B_a u - A_{ab} \hat{x}_b)$$

$$e = x_b - \hat{x}_b \longrightarrow 0$$

$$\dot{e} = \dot{x}_b - \dot{\hat{x}}_b = A_{bb} x_b + A_{ba} y + B_b u - A_{bb} \hat{x}_b - A_{ba} y - B_b u$$
$$- L(A_{ab} x_b - A_{ab} \hat{x}_b)$$

$$\dot{e} = (A_{bb} - L A_{ab}) x_b - (A_{bb} - L A_{ab}) \hat{x}_b$$

$$\boxed{\dot{e} = (A_{bb} - L A_{ab}) e}$$

$e \longrightarrow 0$

$\det\left[\lambda I - (A_{bb} - L A_{ab})\right] = 0$ soit stable

Pole Imposé $\Rightarrow$ Calcule L

$$\dot{\hat{x}}_b = A_{bb} \hat{x}_b + A_{ba} y + B_b u + L \dot{y} - L A_{aa} y - L B_a u - L A_{ab} \hat{x}_b$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{\hat{x}}_b = (A_{bb} - L A_{ab}) \hat{x}_b + (A_{ba} - L A_{aa}) y + (B_b - L B_a) u + L \dot{y}}$$

Diagramme de simulation

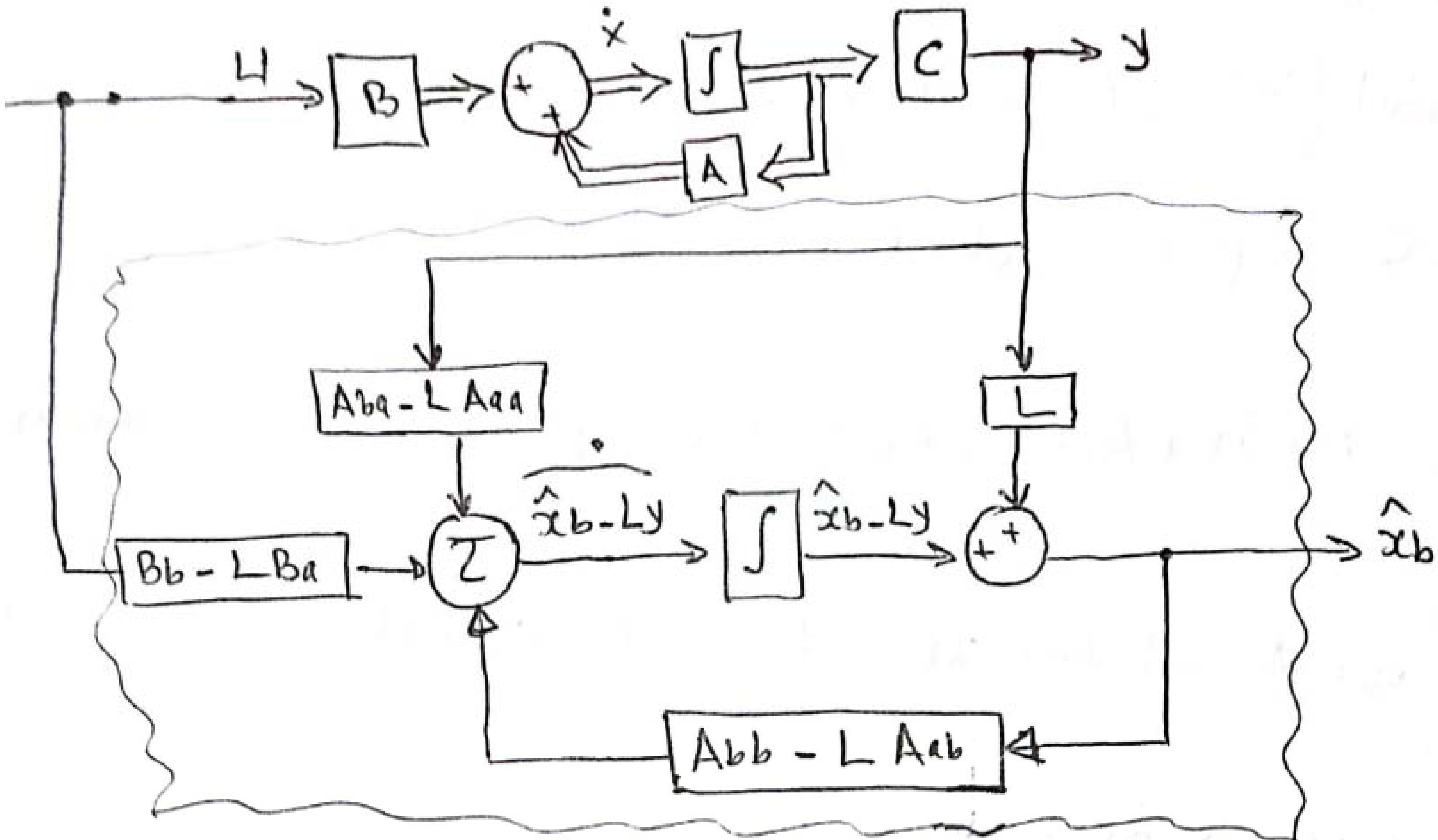
Existance d'1 bloc derivateur pour résoudre le problème

$\rightarrow$ changement de variable.

$$\dot{\hat{x}}_b - L \dot{y} = (A_{bb} - L A_{ab}) \hat{x}_b + (A_{ba} - L A_{aa}) y + (B_b - L B_a) u$$

$$\dot{\hat{x}}_b - L \dot{y} = \dot{x}_c \Rightarrow \overset{\bullet}{\overbrace{\hat{x}_b - L y}} = \dot{x}_c \Rightarrow x_c = \hat{x}_b - L y$$

$$\boxed{\dot{x}_c = (A_{bb} - L A_{ab}) \hat{x}_b + (A_{ba} - L A_{aa}) y + (B_b - L B_a) u}$$



observateur