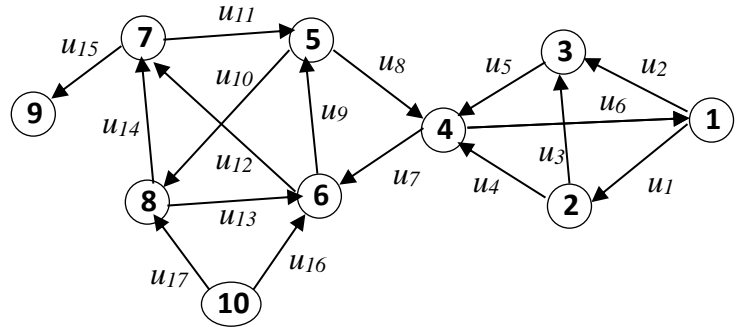


TRAVAUX DERIGES - SÉRIE N° 01 CORRIGÉ

Exercice 01

1. Ordre du graphe : $n = |X| = 10$

Taille du graphe : $m = |U| = 17$



2. Représentation du graphe en utilisant :

a) Une matrice d'adjacence (sommet-sommet)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0

b) Une matrice d'incidence (sommet – arcs)

	u ₁	u ₂	u ₃	u ₄	u ₅	u ₆	u ₇	u ₈	u ₉	u ₁₀	u ₁₁	u ₁₂	u ₁₃	u ₁₄	u ₁₅	u ₁₆	u ₁₇
1	+1	+1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	-1	-1	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	-1	-1	+1	+1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	+1	-1	+1	-1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	-1	0	+1	0	0	+1	-1	0	0	-1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	-1	0	-1	+1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	+1	+1	0	0	-1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	+1

3. $\Gamma^+(6) = \{5, 7\}$, $\Gamma^-(4) = \{2, 3, 5\}$, $\Gamma(5) = \{4, 6, 7, 8\}$.

4. $d^+(8) = 2$, $d^-(2) = 1$, $d(6) = 5$.

5. $\Gamma^+(4) = \{u_6, u_7\}$, $\Gamma(6) = \{u_7, u_{13}, u_{16}\}$, $I(8) = \{u_{10}, u_{13}, u_{14}, u_{17}\}$.

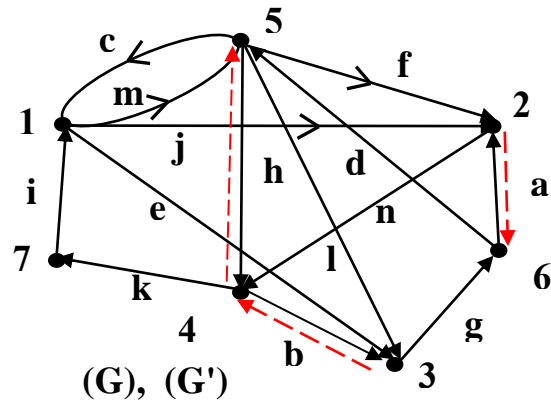
6. Trouver un chemin entre les sommets 4 et 6, est-il simple ? Est-il élémentaire ?
 C1 = (4, 6) chemin simple et élémentaire
 C2 = (4, 6, 7, 5, 8, 6) chemin simple mais non élémentaire.
7. Donner une composante simplement connexe
 CSC 1 = {1, 2, 3, 4} ; CSC 2 = {5, 6, 7, 8, 9, 10}
8. Donner une composante fortement connexe
 CFC 1 = {1, 2, 3, 4} ; CFC 2 = {4, 5, 6, 7, 8}

Exercice 02

On a le graphe $G(X,U)$ avec :

$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n\}$



1 - Parmi les n-uples ci-dessous on spécifie: les chemins, les chemins simples, les chemins élémentaires :

- (g, d, f, i): n'est pas un chemin (parcours non continu)
- (h, b, e, j): n'est pas un chemin (parcours non continu)
- (b, g, d, c, e, g, a): un chemin, n'est pas simple, n'est pas élémentaire
- (i, e, g, d, c, j): un chemin simple et élémentaire
- (k, i, e, g, d): un chemin simple et élémentaire

2 – Oui, les deux chemins (5, 1, 3, 6, 5, 2) et (c, e, g, d, f) sont identiques

3 - Le chemin (4, 7, 1, 3, 6, 5, 4, 3, 6, 5, 4) est un circuit, mais qui n'est pas simple, ni élémentaire?

4- Le chemin (3, 6, 2, 4, 7, 1, 5, 4, 3) : est un circuit, simple, non élémentaire.

Le chemin (5, 4, 7, 1, 3, 6, 5) : est un circuit, simple et élémentaire.

Après inversion des arcs : a, b, h, d, on aura :

5 - (b, k, i, m, f, a): un chemin hamiltonien (chemin élémentaire qui passe par tous les sommets du graphe)

(j, n, h, c, m, l, b, k, i, e, g, d, f, a) : un chemin eulerien

6 – On peut exprimer les deux chemins précédents par les suites de sommets ci-après :

(b, k, i, m, f, a) \iff (3, 4, 7, 1, 5, 2, 6),

(j, n, h, c, m, l, b, k, i, e, g, d, f, a) \iff (1,2,4, 5, 1, 5, 3, 4, 7, 1, 3, 6, 5, 2, 6).

7 – Oui, le circuit (k, i, j, a, d, l, b) est un circuit hamiltonien

son équivalent en suite de sommets est : (4, 7, 1, 2, 6, 5, 3, 4)

Exercice 03

Soit $G(X,U)$ un graphe orienté

1 – Un sommet source : $\{1\}$, il y a aussi : $\{4, 6\}$,

Un sommet puits : $\{8\}$, il y a aussi : $\{4, 6\}$

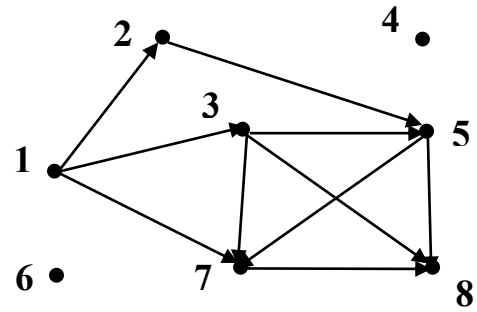
des sommets isolés

2 - $d^+(4) = 0$, $\Gamma^+(4) = \emptyset$, $d(1) = 3$, $\Gamma(1) = \{2, 3, 7\}$

$d^-(6) = 0$, $\Gamma^-(6) = \{2, 3, 7\}$, $\Gamma^-(7) = \{1, 3, 5\}$, $d(3) = 4$

3 – L'ordre et la taille du graphe G .

Ordre $n = |X| = 8$, Taille $m = |U| = 10$



4 – Un chemin simple entre 1 et 8 : $(1, 3, 8)$, $(1, 7, 8)$, $(1, 2, 5, 7, 8)$

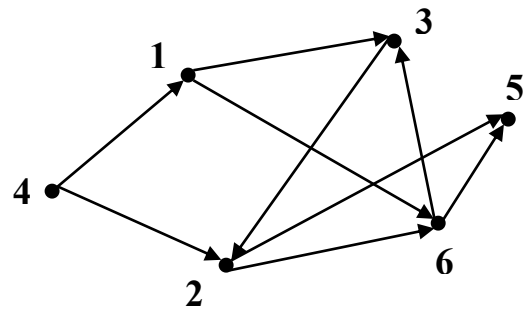
5 – Une chaîne entre 2 et 7 : $(2, 1, 7)$, $(2, 5, 3, 1, 7)$

Exercice 04

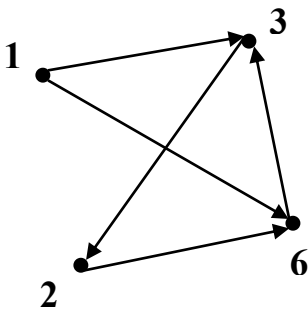
Soit le graphe $G(X, U)$ suivant :

Avec : $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

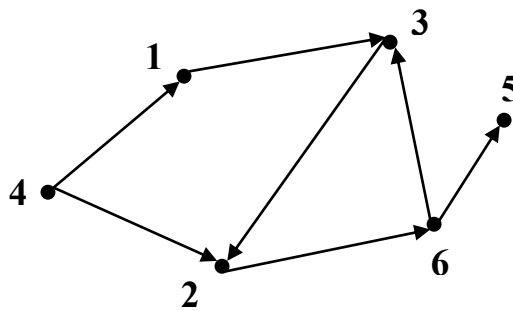
$U = \{(4,2), (2,6), (1,3), (6,5), (1,6), (6,3),$
 $(2,5), (3,2), (4,1)\}$



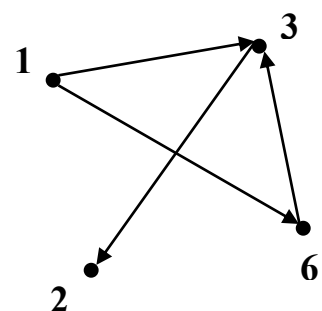
Lequel des graphes ci-après est un : sous graphe, un graphe partiel, un sous graphe partiel ?



(G1)



(G2)



(G3)

(G1) : un sous graphe de G (on a retenu quelques sommets et quelques arcs)

(G2) : un graphe partiel de G (on a pris tous les sommets, mais quelques arcs)

(G3) : un sous graphe partiel de G (un graphe partiel du sous graphe G1)