الفصل الثاني

الاتجاهات البلورية و الشبكة المعكوسة

المرجع الاساسي لهذه المحاضرة سلسلة محاضرات الجيلالي في الفيزياء-فيزياء الحالة الصلبة (الفصل الاول)- الدكتور محمد أحمد الجلالي-قسم الفيزياء-كلية العلوم- جامعة الطائف و موقع جامعة كامبرج على الرابط التالي:

http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/miller_indices/index.php

الأهداف :

تهدف هذه المحاضرة إلى:

- فهم فكرة المستوي البلوري
- القدرة على تعيين معاملات ميلر
- القدرة على رسم المستوي البلوري عند معرفة معاملات ميلر
- إدراك معرفة المستويات البلورية ومعاملاتها تساعدنا في فهم مفاهيم أخرى عن علم المواد
- فهم مفهوم الشبكة المعكوسة

قبل أن تبدأ يجب عليك:

أن تكون متفهما لفكرة الشبكة، خلية الوحدة، المحور البلوري، النظام البلوري، وشبكات برافي ، الإتجاهات والمستويات في الرياضيات.

1-مقدمة

إن الخواص الفيزيائية للبلورات ليست واحدة عموما، بالنسبة لجميع الاتجاهات في البلورة بمعنى أن البلورة متباينة المناحي (Anisotropic). لذلك يجب إحداث طريقة لتعيين الإتجاهات و

لتحديد (تسمية) المستويات في البلورات. ان هذه الطريقة تعتمد أساسا على أسلوب تحديد المحاور. و لقد جرت العادة على إختيار المحاور البلورية (x,y,z) (بحيث أن مبدأها منطبق على إحدى العقد) منطبقة مع (أو موازية إلى) أحرف الخلية الأولية سواءا كانت أساسية أو غير أساسية.

2-معاملات ميلر

تعتبر معاملات ميلر طريقة رياضية وصفية لتوجه المستوي البلوري أو مجموعة المستويات البلورية ضمن الشبكة البلورية. المتعلقة بخلية الوحدة والتي ابتكرها العالم ميلر William Hallowes Miller. هذه المعاملات مفيدة لفهم العديد من الظواهر في علم المواد وخصوصا البلورات المفردة وشكل البنية المكروية microstructure من خلال حيود أشعة اكس، والعيوب البلورية وحركتها التي تحدد الخواص الميكانيكية للمادة.

- لوصف الحالة الفيزيائية للبلورات يجب تحديد مواضع واتجاه المستويات البلورية التي تتحدد من اجل أي مستوي بلوري بواسطة ثلاثة عقد ليست على استقامة واحدة يتحدد من خلالها إحداثيات المستوي البلوري شرط وقوع العقد على المحاور البلورية.
- يمكننا تحديد ما سبق بأن نختار جملة محاور إحداثية تنطبق وتتفق في الاتجاه مع أضلاع الخلية البدائية بحيث يقع مبدأ هذه المحاور على إحدى عقد الشبكة البلورية حيث تتقاطع أضلاع الخلية البدائية.
- إذا كانت النقاط A, B, C إحداثيتها A(3,0,0), B(0,2,0), C(0,0,1) تمثل العقد الثلاثة فإنها سوف تحدد مستويا بلوريا ما (انظر الشكل) هذا المستوي يمكن أن يعين بواسطة الأعداد الثلاثة (3,2,1)

- من وجهة نظر البنية البلورية يمكن تحديد وضع المستوي البلوري واتجاهه بواسطة اصطلاح يستعمل لوصف المستويات البلورية و الاتجاهات في البلورة يسمى بمعاملات ميلر و هي مفيدة جدا في اصطلاح الشبكة المقلوبة أو ماتسمى أيضا الشبكة المعكوسة كما سنرى فيما بعد، تعين معاملات ميلر كما يلي:

1- نحدد تقاطع المستوي البلوري مع المحاور الثلاثة (x,y,z) ونعبر عن إحداثياتها كأعداد بواسطة أطوال المتجهات الأولية للشبكة البلورية $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$.

2- نأخذ مقلوب تلك الأعداد ثم نوجد المقامات بأصغر الأعداد الصحيحة بشرط أن يكون القاسم المشترك الأكبر بينها (أي نختزلها حسب القاعدة إلى أعداد صحيحة) حيث الرموز بين قوسين (hkl) هي الإحداثيات الجديدة وفق قواعد ميلر.

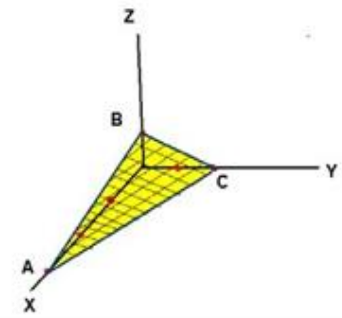
في الشكل لدينا التقاطعات x=3a, y=2b, z=1c و منه x/a=3, y/b=2, z/c=1 و بالتالي فإن مقلوب الأعداد هو $1/3,\ 1/2,\ 1/1$ وبتوحيد المقامات حيث المقام المشترك (6) نجد $1/3,\ 3/6,\ 6/6$ ومنه فان الأعداد 2 و 3 و 6 هي معاملات ميلر ونكتب h=2,k=3,l=6 وبشكل مختصر(236). انظر الأشكال المختلفة حيث يتبين عليها معاملات ميلر.

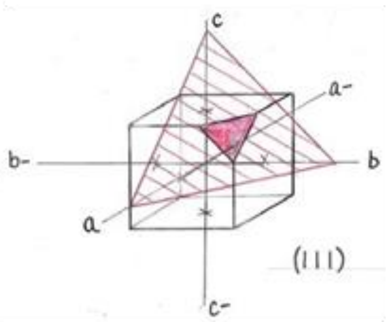
و بديهي أن أي مستويات موازية لهذا المستوي في الشبيكة و تقطع المحاور الثلاثة في مضاعفات أجزاء المستوي الأول يكون لها نفس الإحداثيات.

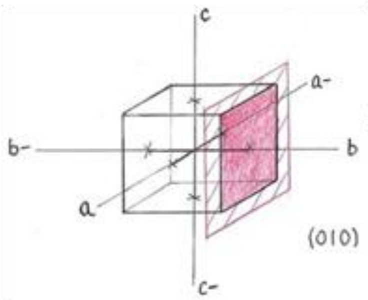
ملاحظات :

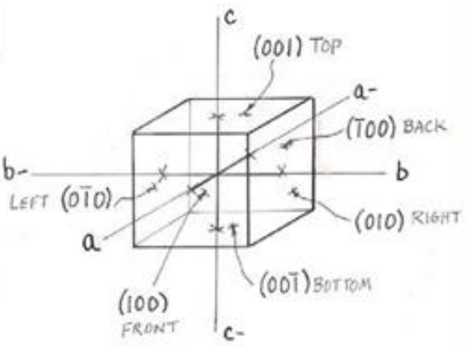
- إذا قطع المستوي محور معين من جهته السالبة مثلا المحور x عندئذ يكون معامل ميلر المرافق له سالبا، أي أن h سالب و إشارة السالب توضع فوق المعامل بشكل خط كما تبين الأشكال أدناه ويكتب $(\bar{h})$.

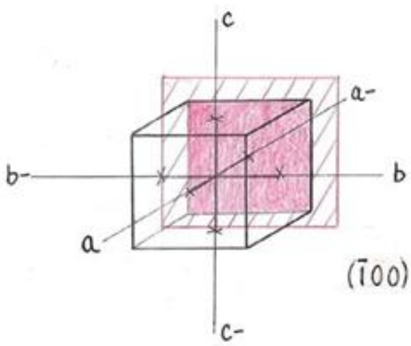
- إذا وازى المستوي محور معين(أي يقطعه في اللانهاية) عندئذ يؤول معامل ميلر المرافق له إلى الصفر كما تبين الأشكال أدناه.
- يرمز لعائلة (مجموعة) المستويات المتكافئة بالتماثل, على سبيل الاختصار هكذا $\{hkl\}$ ففي البلورة المكعبة تضم عائلة المستويات $\{001\}$ كل أوجه المكعب $(\bar{1}00),(0\bar{1}0),(00\bar{1}),(100),(010),(001)$ ، أي أنها جميعا تحمل نفس إحداثيات ميلر بترتيب مختلف.

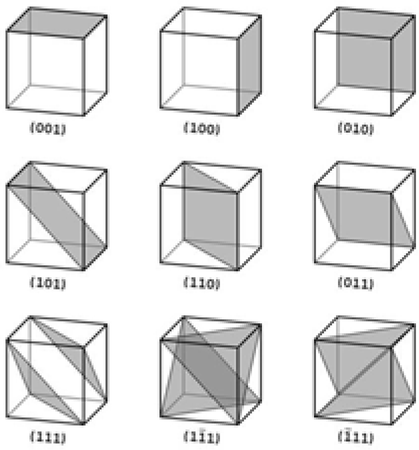


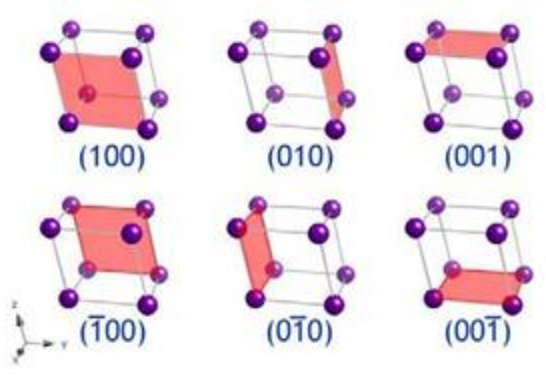


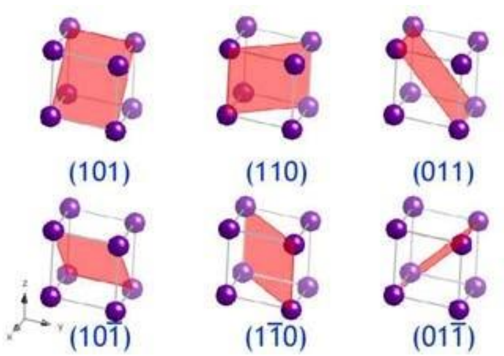












ملاحظة: الاشكال أعلاه متواجدة في الموقع أدناه مع وجود فيديو أيضا:

http ://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/miller_indices/lattice_examples.php

تتلخص طريقة تمثيل معاملات ميلر كمايلي :

– نحدد قيم التقاطعات (a,b,c) مع المحاور الثلاثة (x,y,z)

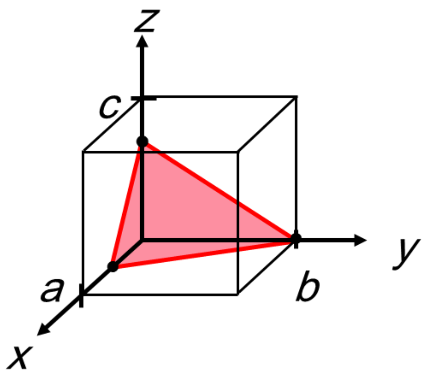
– نأخذ مقلوب القيم . 1/a,1/b,1/c

–نوجد مقام مشترك d يحقق شرط القاسم المشترك الأكبر.

– نجد القيم الجديدة h=d/a, k=d/b, l=d/c ونضعها داخل قوسين صغيرين من دون وضع اشارة الفاصلة بين قيم المعاملات كالاتي (hkl) ليمثل المستوي المرسوم.

مثال:

1–نأخذ التقاطعات على المحاورالثلاثة



x=1/2a

y=1/1 b

z=3/4c

2–نأخذ مقلوب التقاطعات

(1/1/2,1/1, 1/3/4)=(2,1,4/3)

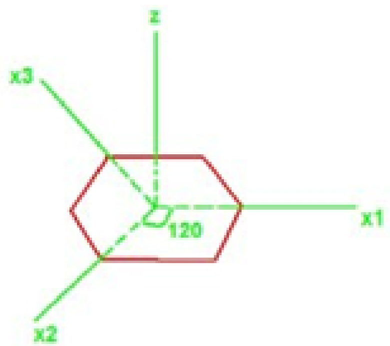
3–نضربها في أصغر عامل مشترك للمقام وهو 3 فنحصل على معاملات ميلر للمستوي **(hkl)=(634)**.

ملاحظة: يمكن تعيين المسافة d بين المستويات المتجاورة ذات المعامل (hkl) وهي المسافة العمودية بين أي سطحيين متتالين من مجموعة سطوح متوازية في بلورة مكعبة طول ضلع خليتها الاولية a وفق العلاقة:

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

3–معاملات ميلر للبلورات السداسية

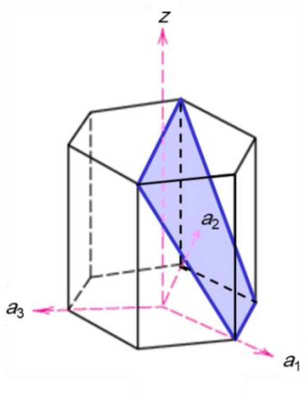
توصف المستويات البلورية للبلورات السداسية بأربعة معاملات بدلا من ثلاثة و هي (hkil) و تسمى قرائن ميلر–برافي. إن طريقة تحديد هذه المعاملات هي نفسها طريقة تعيين قرائن ميلر و لكن على أساس المحاور الاربعة الموضحة في الشكل أدناه. بحيث أن الزوايا بين المحاور x1,x2,x3 تقع في مستوي واحد و تشكل فيما بينها زاوية قدرها °120 ، أما المحور z فهو عمودي على المستوي السابق.



والمستوي الذي يقطع المحور x1 بالمقدار a/h و المحور x2 بالمقدار a/k فإنه سيقطع المحور x3 بالمقدار a/h+k– أي أن :

$$-(h+k)=i$$

مثال:



1–نأخذ التقاطعات على المحاور الأربعة

$a_1=1$

$a_2=\infty$

$a_3=-1$

$a_4=1$

2-نأخذ مقلوب التقاطعات

$(1,1/\infty, -1,1)=(1,0,-1\ ;1)$

3-فنحصل على معاملات ميلر-برافي للمستوي $(hkil) = (10\bar{1}1)$.

4-الإتجاهات البلورية

يحدد إتجاه الشعاع البلوري الذي تقع بدايته في مبدأ المحاور (المنطبق على عقدة من عقد الشبكة) بإحداثيات أول عقدة يمر بها. و الطريقة المتبعة في تحديد إتجاه الشعاع هي بتعيين القرائن التي من حاصل ضرب المعامل الأصغر لمساقط الشعاع على المحاور البلورية و تسمى بقرائن فيس مع العلم أن مساقط الشعاع هي إحداثيات أول عقدة يمر بها. و يرمز لقائن الشعاع بالرمز $\vec{p} = [uvw]$.أي أن مساقطه على المحاور البلورية x, y, z متناسبة على التوالي مع wc,vb,ua:

$$\vec{p} = ua\hat{x} + vb\hat{y} + wc\hat{z}$$

حيث:

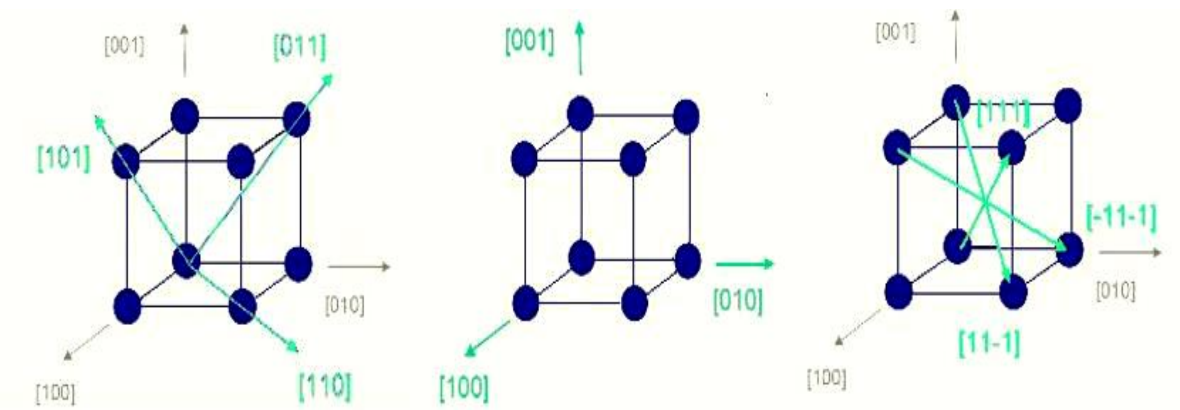
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ وحدة أشعة المحاور البلورية التي لايشترط فيها أن تكون متعامدة و لكنها منطبقة على أحرف الخلية الأولية أو الأساسية.

فإذا تعامد الشعاع مع محور بلوري معين فإن معامل فيس المرافق له يساوي صفرا (مثلا المحور **x** هو **[100]**). و اذا كان مسقط الشعاع على محور معين سالب يكون معامل فيس المرفق له سالبا (مثلا المحور **y** السالب هو $[0\bar{1}0]$). مع التذكير أنه يمكن نقل الشعاع نقلا موازيا لنفسه ليمر من مركز المحاور المختار الواقع عند رأس من رؤوس الخلية الأولية فللأشعة المتوازية نفس قرائن فيس، كما يمكن نقل مركزالمحاور لتنطبق على مبدأ الشعاع.

ملاحظات

- المعاملات **[uvw]** أعداد صحيحة ليس لها عامل مشترك أكبر من الواحد
- الأشعة المتكافئة هي الأشعة التي تنطبق على بعضها عند إجراء عملية تناظرية خاصة، والمصطلح التالي $< uvw >$يسمى بعائلة الأشعة المتكافئة. فالعائلة $< 100 >$ تضم المستويات:

$$< 100 >= [100], [010], [001], [\bar{1}00], [0\bar{1}0], [00\bar{1}]$$



- نذكر أنه عندما يقع الشعاع [uvw] في المستوي (hkl) أو يوازيه تتحقق المعادلة التالية:

$$hu+kv+lw=0$$

و تستعمل هذه المعادلة لمعرفة خط تقاطع مستويين $(h_1k_1l_1)$ و $(h_2k_2l_2)$ فخط التقاطع [uvw] يحقق المعادلتين الآتيتين:

$h_1u+k_1v+l_1w=0$ و $h_2u+k_2v+l_2w=0$ والتي تحل بطريقة المتصالب.

5-الشبكة المعكوسة

تعتمد فكرة الشبكة المعكوسة على نظريات الانعراج في البلورات، و نظرية التوصيل الكهربائي و التوزيع الالكتروني في البلورات...الخ . و أساس فكرة الشبكة المعكوسة مبني على خاصية تناظرها الانسحابي و الذي يمثل الاساس العام الذي تتمتع به كل الشبكات البلورية و هو ما نعبر عنه بالدورية في الفضاء. هذه الدورية تشمل التوزيع الالكتروني أو التوزيع الذري أو توزيع الجهد الكهروستلتيكي داخل البلورة... الخ. لذلك فلاعطاء النموذج الفيزيائي للتركيب البلوري يجب إعطاء دالة فضائية $f(\vec{r})$ تتغير دوريا داخل البلورة أو الشبكة البلورية. و هذه الدالة هي أية خاصية فيزيائية دورية في فضاء البلورة و لتكن التوزيع الذري. ان خاصية التوزيع الدوري الذري او التناظر الانسحابي تتلخص و توصف بشعاع الانسحاب $\vec{R}$ الذي يحدد موقع كل عقد

شبكة برافي للبلورة المدروسة. و شروط التناظر الانسحابي للدالة $f(\vec{r})$ يتلخص في كونها دورية في الفضاء بدور ينطبق مع دور شبكة برافي ، أي أن:

$$f(\vec{r}) = f(\vec{r} + \vec{R})$$

و هذه المعادلة تصح لجميع نقاط الفضاء $\vec{r}$ و لجميع أشعة الانسحاب $\vec{R}$

و طبقا لنظرية فورييه الفضائية فإن أية دالة دورية في الفضاء يمكن أن تصاغ بالصيغة التالية:

$$f(\vec{r}) = \sum_k f_k e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

حيث $i\vec{k}^{\rightarrow}$ هي معادلة موجة مستوية شعاعها $\vec{k}$. بصورة عامة تختلف دورية الموجة عن دورية شبكة برافي للبلورة. ولكي تطبق الدوريتان معا يجب أن يساوي $\vec{k}$ الى قيمة محدودة $\vec{G}$ ، معنى هذا أن الدالة المدروسة $f(\vec{r})$ هي دالة دورية داخل البلورة تصف التوزيع الذري أو العقدي. اذن نأخذ مفكوك الدالة $f(\vec{r})$:

$$f(\vec{r}) = \sum_G f_G e^{i\vec{G}\vec{r}}$$

و بتطابق الدوريتان يجب ان تتحقق المعادلة

$$f(\vec{r}) = f(\vec{r} + \vec{R})$$

حيث نجد ان

$$f(\vec{r} + \vec{R}) = \sum_G f_G e^{i\vec{G}(\vec{r}+\vec{R})} = \sum_G f_G e^{i\vec{G}\vec{r}}$$

و يتم الجمع على كل الاشعة $\vec{G}$ ومنه نجد أن $e^{i\vec{G}\vec{R}} = 1$: وهذه المعادلة صحيحة لكل الاشعة $\vec{R}$ و الاشعة $\vec{G}$.

يسمى هذا الاخير الشعاع الاساسي للشبكة المعكوسة و لمعرفة طبيعة ندرس المعادلة $e^{i\vec{G}\vec{R}} = 1$ لذلك فإن $\vec{G}\vec{R} = 2\pi m$

حيث mعدد صحيح و مجموعة الاشعة $\vec{R}$ تشكل شبكة ثلاثية الأبعاد، فإن مجموعة الاشعة $\vec{G}$ تشكل أيضا شبكة ثلاثية الأبعاد و لكن وحداتها هي مقلوب وحدات الطول (m^{-1}). و من هنا جاء إسم الشبكة المعكوسة (المقلوبة).

و عليه فإن دراسة البلورات فيزيائيا تقتضي أن نعرف شبكة معكوسة في فضاء مقلوب إضافة إلى الشبكة العادية (الحقيقية) في الفضاء العادي. و لو أخذنا بلورة عادية من الفضاء $\vec{R}$ و أشعة انسحابها الأساسية $\vec{a_1}$ و $\vec{a_2}$ و $\vec{a_3}$ فإن فضاء $\vec{G}$ يمكن أن يحدد بالأشعة $\vec{b_1}$ و $\vec{b_2}$ و $\vec{b_3}$ بحيث أن:

$$\vec{b_i}.\vec{a_j} = 2\pi\delta_{ij}$$

حيث δ_{ij} هو رمز دلتا-كرونيكر:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$$

و يظهر من هذا التعريف بأن الشعاع $\vec{b_1}$ يكون متعامدا مع كل من $\vec{a_2}$ و $\vec{a_3}$ و كذلك $\vec{b_2}$ يكون متعامدا مع كل من $\vec{a_1}$ و $\vec{a_3}$ و $\vec{b_3}$ يكون متعامدا مع كل من $\vec{a_2}$ و $\vec{a_1}$. نحصل على أشعة الشبكة المعكوسة بدلالة أشعة الشبكة العادية:

$$\overrightarrow{b_1} = 2\pi\,\frac{\overrightarrow{a_2}\wedge\overrightarrow{a_3}}{V},\quad \overrightarrow{b_2} = 2\pi\,\frac{\overrightarrow{a_3}\wedge\overrightarrow{a_1}}{V},\quad \overrightarrow{b_3} = 2\pi\,\frac{\overrightarrow{a_1}\wedge\overrightarrow{a_2}}{V}$$

حيث $V = |\overrightarrow{a_1}.(\overrightarrow{a_2}\wedge\overrightarrow{a_3})|$ حجم الخلية الأساسية في الفضاء الحقيقي. و على أساس أشعة الاساس $\overrightarrow{b_j} = (j = 1.2.3)$ يمكن كتابة شعاع الشبكة المعكوسة :

$$\overrightarrow{G} = g_1\overrightarrow{b_1} + g_2\overrightarrow{b_2} + g_3\overrightarrow{b_3}$$

وعلى هذا الاساس و بإستخدام تعريف الشعاع $\vec{R}$ نجد أن:

$$\overrightarrow{G}\vec{R} = 2\pi(g_1n_1 + g_2n_2 + g_3n_3) = 2\pi m$$

حيث mعدد صحيح.

6-خواص الشبكة المعكوسة

أ- الشبكة المعكوسة هي شبكة رافي، طالما تستنتج الشبكة المعكوسة من شبكة برافي (المباشرة) للبلورات، لذلك نتوقع أن الشبكة المعكوسة هي أيضا شبكة برافي، أي أن:

(1)- الاشعة $\overrightarrow{G}$ المبنية على أشعة الأساس $\overrightarrow{b_1}$ و $\overrightarrow{b_2}$ و $\overrightarrow{b_3}$ و الارقام الصحيحة g_1, g_2, g_3 تحدد كل عقد الشبكة المعكوسة.

(2)- عقد الشبكة المعكوسة متماثلة تماما من ناحية مايحيط بكل منها من عقد بالعدد والتوزيع الفضائي. فالشبكة المعكوسة متناظرة إنسحابيا.

ب-شعاع الشبكة المعكوسة $\overrightarrow{G}$ المحدد بالارقام الصحيحة h, k, l يكون عموديا دائما على حملة المستويات المتوازية (hkl).

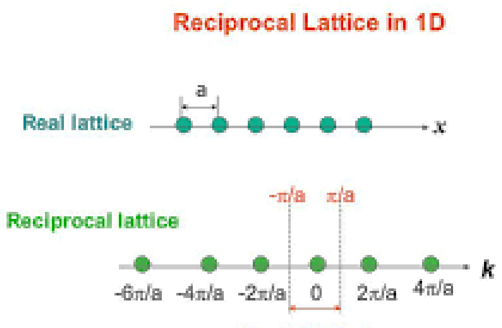
ج- ان قيمة الشعاع $\overrightarrow{G}(hkl)$ تتناسب عكسيا مع الفاصلة بين المستويات البلورية المتوازية (hkl) العمودية عليه.

د- حجم الخلية الاساسية للشبكة المعكوسة متناسب عكسيا مع حجم الخلية الاولية الاساسية للشبكة المباشرة $V_R = \frac{(2\pi)^3}{V}$ ، حيث $V = |\overrightarrow{a_1}.(\overrightarrow{a_2} \wedge \overrightarrow{a_3})|$ حجم الخلية الأساسية في الفضاء الحقيقي.

هـ- منطقة بريليون الأولى:

ان الاشعة $\overrightarrow{b_1}$ و $\overrightarrow{b_2}$ و $\overrightarrow{b_3}$ تحدد في الفضاء $\overrightarrow{G}$ أو فضاء الشبكة المعكوسة متوازي سطوح يمثل الخلية الاساسية للشبكة المعكوسة. و لكنه في أغلب الاحيان يتم التعامل مع خلية أساسية أخرى هي خلية فيكر-زايتس في فضاء الشبكة المعكوسة. و تسمى هذه الخلية بمنطقة بريليون الاولى. و طريقة تصميم هذه المنطقة تشبه تماما طريقة تصميم خلية فيكنر-زايتس للشبكة المباشرة. فنصل أية عقدة من عقد الشبكة الشبكة المعكوسة مع كل العقد المجاورة لها بمستقيمان، و من ثم نقيم على هذه المستقيمات و من منتصفاتها مستويات. أن أصغر متعدد سطوح متكون من هذه المستويات يمثل منطقة بريليون الاولى. و المستويات المذكورة أعلاه لانهائية لذلك فإنها تشكل فيما بينها مناطق أخرى تسمى بريليون الثانية و الثالثة و الرابعة ....الخ.

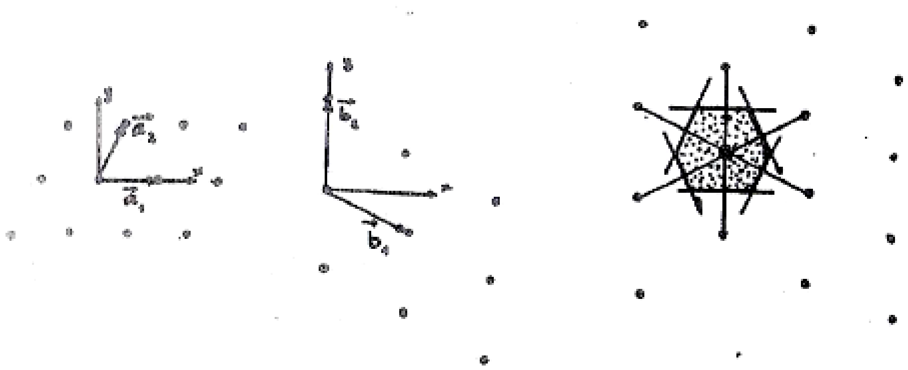
و الشكل أدناه يبين شبكة خطية شعاعها $\vec{a}$ و شبكة معكوسة شعاعها الاساسي $\vec{b}$ ذو الطول $\frac{2\pi}{a}$. أصغر شعاعين أساسين للشبكة المعكوسة اعتبارا من عقدة ما هما b+ و b- و الخطين العموديين عليها من المنتصف يمثلان حدود منطقة بريليون الاولى حيث تكون قيمة G عند هذه الحدود $\pm\frac{\pi}{a}$.



أما في الشبكة المائلة المستوية ببعدين شعاعاها الاساسيان $\overrightarrow{a_1} = a\vec{\imath}$ و $\overrightarrow{a_2} = \frac{a}{2}\vec{\imath} + a\vec{\jmath}$ حيث $\vec{\imath},\vec{\jmath}$ هما وحدتا الاشعة الكارتيزية فيمثلها الشكل أدناه. و لحساب الشبكة المعكوسة نفرض أن $\overrightarrow{a_3} = a\vec{k}$ عموديا على مستوي الرسم.

إن حجم الخلية الاساسية يساوي $V = |\overrightarrow{a_1}.(\overrightarrow{a_2}\wedge\overrightarrow{a_3})| = a^3$ أما الاشعة الاساسية للشبكة المعكوسة هي:

$$\overrightarrow{b_1} = 2\pi\,\frac{\overrightarrow{a_2}\wedge\overrightarrow{a_3}}{V} = \frac{2\pi}{a}\left(\vec{\imath} - \frac{1}{2}\vec{\jmath}\right),\quad \overrightarrow{b_2} = 2\pi\,\frac{\overrightarrow{a_3}\wedge\overrightarrow{a_1}}{V} = \frac{2\pi}{a}\vec{\jmath}$$



- أ -　　- ب -　　- ج -

7-تحديد الشبكة المعكوسة في الشبكات المكعبة

المثال الاول: الشبكة المكعبة البسيطة: من السهل أن نجد بأن الشبكة المعكوسة للشبكة البسيطة هي أيضا مكعبة بسيطة حيث أن $\overrightarrow{a_1} = a\vec{\imath}$ و $\overrightarrow{a_2} = a\vec{\jmath}$ و $\overrightarrow{a_3} = a\vec{k}$ و بإستخدام تعريف الاشعة الاساسية للشبكة المعكوسة نحصل على:

$$\overrightarrow{b_3} = \frac{2\pi}{a}\vec{k} \text{ و } \overrightarrow{b_2} = \frac{2\pi}{a}\vec{\jmath} \text{ و } \overrightarrow{b_1} = \frac{2\pi}{a}\vec{\imath}$$

أي أن الشبكة المعكوسة مكعبة أيضا و طول ضلع المكعب فيها $\frac{2\pi}{a}$ و حجم الخلية الاولية مساوي الى $(\frac{2\pi}{a})^3$.

المثال الثاني: الشبكة المكعبة المركزة الجسم:

الاشعة الاساسية للشبكة المكعبة المركزة الجسم هي:

$\overrightarrow{a_1} = \frac{a}{2}(\vec{k}+\vec{\jmath}-\vec{\imath})$ ،$\overrightarrow{a_2} = \frac{a}{2}(\vec{k}+\vec{\imath}-\vec{\jmath})$ ،$\overrightarrow{a_3} = \frac{a}{2}(\vec{\imath}+\vec{\jmath}-\vec{k})$ و بإستخدام تعريف الاشعة الاساسية للشبكة المعكوسة نحصل على:

$$\overrightarrow{b_3} = \frac{2\pi}{a}(\vec{\imath}+\vec{\jmath}) \text{ و } \overrightarrow{b_2} = \frac{2\pi}{a}(\vec{\imath}+\vec{k}) \text{ و } \overrightarrow{b_1} = \frac{2\pi}{a}(\vec{\jmath}+\vec{k})$$

أي أن الشبكة المعكوسة للشبكة المكعبة المركزة الجسم bccهي شبكة مكعبة ممركزة الوجوه fcc و طول ضلع خليتها الاولية $\frac{4\pi}{a}$ و حجمها $2(\frac{2\pi}{a})^3$.

المثال الثالث: الشبكة المكعبة الممركزة الوجوه:

الاشعة الاساسية للشبكة المكعبة الممركزة الوجوه هي:

$\overrightarrow{a_1} = \frac{a}{2}(\vec{\imath}+\vec{\jmath})$ ،$\overrightarrow{a_2} = \frac{a}{2}(\vec{k}+\vec{\imath})$ ،$\overrightarrow{a_3} = \frac{a}{2}(\vec{\jmath}+\vec{k})$ و بإستخدام تعريف الاشعة الاساسية للشبكة المعكوسة نحصل على:

$$\overrightarrow{b_3} = \frac{2\pi}{a}(\vec{\imath} + \vec{\jmath} - \vec{k}) \text{ و } \overrightarrow{b_2} = \frac{2\pi}{a}(\vec{\imath} + \vec{k} - \vec{\jmath}) \text{ و } \overrightarrow{b_1} = \frac{2\pi}{a}(-\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k})$$

أي أن الشبكة المعكوسة للشبكة المكعبة الممركزة الوجوه fccهي شبكة مكعبة ممركزة الجسم bcc و طول ضلع خليتها الاولية $\frac{4\pi}{a}$ و حجمها $4(\frac{2\pi}{a})^3$.