
Modulations numériques

2.1. Introduction

La modulation numérique est la représentation de l'information numérique en termes de formes d'onde analogiques pouvant être transmises sur des canaux physiques.

2.2. ASK (Amplitude Shift Keying)

La fréquence et la phase sont des constantes et l'amplitude prend M valeurs.

La forme générale de l'ASK est :

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_i}{T}} \cos(w_0 t + \varphi) \quad \begin{cases} 0 \leq t \leq T \\ i = 1, \dots, M \end{cases}$$

L'amplitude est de la forme générale $\sqrt{\frac{2E_i}{T}}$:

$$s(t) = A \cos wt$$

A est la valeur maximale :

$$A = \sqrt{2} A_{eff}, (A_{eff} : \text{La valeur efficace})$$

$$s(t) = \sqrt{2A_{eff}^2} \cos wt, (A_{eff}^2 = P : \text{La puissance moyenne})$$

$$s(t) = \sqrt{2P} \cos wt, (P[\text{watts}] = \frac{E[\text{joule}]}{T[\text{s}]})$$

$$s(t) = \sqrt{2 \frac{E}{T}} \cos wt$$

B-ASK (Binary ASK)

Dans ce cas, l'amplitude peut prendre deux valeurs : $\sqrt{\frac{2E}{T}}$ et 0. Elle est appelée OOK (On Off Keying).

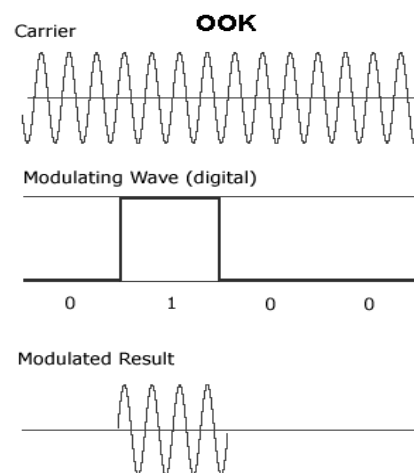


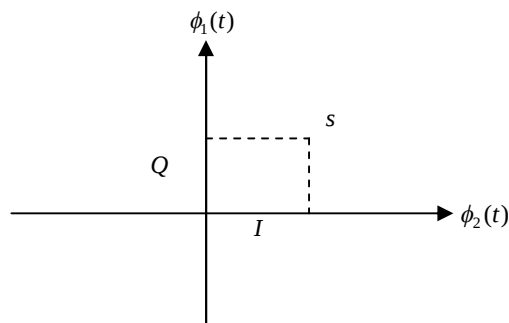
Diagramme de constellation

La constellation est la représentation dans le plan complexe de tous les points associés aux symboles modulés.

On a :

$$s(t) = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos(\omega t) \cos(\varphi) - A \sin(\omega t) \sin(\varphi) \\ = I \cos(\omega t) - Q \sin(\omega t)$$

Donc on a deux fonctions de base : $\phi_1(t) = \cos(\omega t)$ et $\phi_2(t) = \sin(\omega t)$



La caractéristique importante d'une constellation est la distance euclidienne minimale entre deux points de la constellation d_{min} .

$$d_{min} = \min_{k \neq j} d_{kj} \text{ avec } d_{kj}^2 = |c_k - c_j|^2$$

L'erreur :



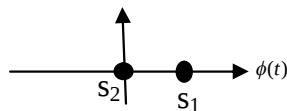
$P_e \gg$



$P_e \ll$

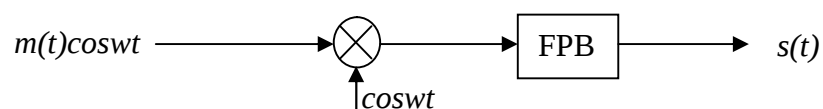


Constellation de la OOK:



Démodulation ASK

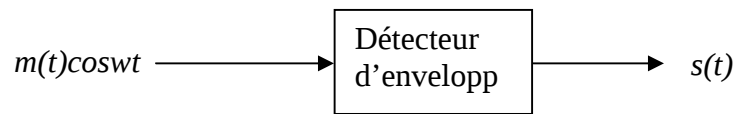
Démodulation cohérente (synchrone)



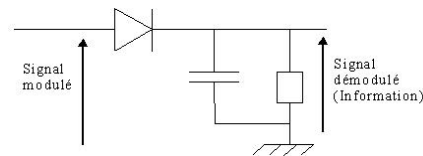
Inconvénient : coûteuse (oscillateur)

-il faut connaître la phase et la fréquence de la porteuse

Démodulation non cohérente (asynchrone)



Détecteur d'enveloppe :



Avantage : n'est pas coûteuse

Inconvénient : n'est pas performante pour des SNR faible (présence de bruit)

Bande passante ASK :

$$B = (1 + \alpha)R$$

$$B = (1 + \alpha) \frac{D}{n}$$

$$D = nR$$

Où α est un facteur de filtrage (Roll off) $\alpha \in [0,1]$

Si $\alpha=0$: $B_{\min} = R$

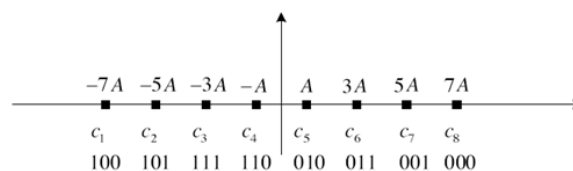
Si $\alpha=1$: $B_{\max} = 2R$

M-ASK:

Dans ce cas L'ensemble des M symboles est :

$$\mathcal{C} = \{-(M-1), -(M-3), \dots, -1, 1, \dots, (M-3), (M-1)\}A$$

Exemple : 8-ASK



Message	Corresponding symbol
100	$-7A$
101	$-5A$
111	$-3A$
110	$-A$
010	A
011	$3A$
001	$5A$
000	$7A$

Avantages et inconvénients de l'ASK

Avantages :

-La simplicité.

-Le faible coût.

-Dans les communications optiques, On ne sait moduler ni la fréquence ni la phase car les longueurs d'onde sont comprises entre 800 et 1500 nm donc des fréquences de l'ordre de 300 THz. T est l'abréviation pour tera 10^{12} , dans ce cas on sait moduler que la puissance optique émise il s'agit donc d'une modulation d'amplitude du courant direct circulant dans les diodes émettrices.

Inconvénients :

-Les performances en termes d'efficacité spectrale et taux d'erreur sont moins importantes que celles des autres modulations numériques.

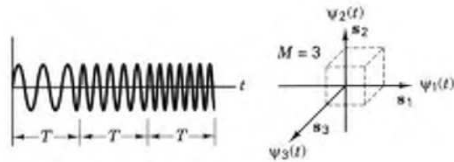
2.3. FSK : frequency-shift keying

FSK est une forme de modulation à amplitude et phase constants similaire à la modulation de fréquences standard (FM) et une fréquence qui varie suivant le signal information.

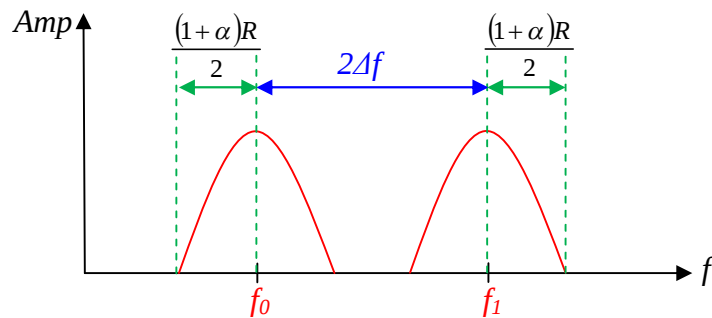
La forme générale du FSK est :

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(w_i t + \varphi) \quad \begin{cases} 0 \leq t \leq T \\ i = 1, \dots, M \end{cases}$$

Par exemple pour M=3 on obtient :



Bande passante de FSK :

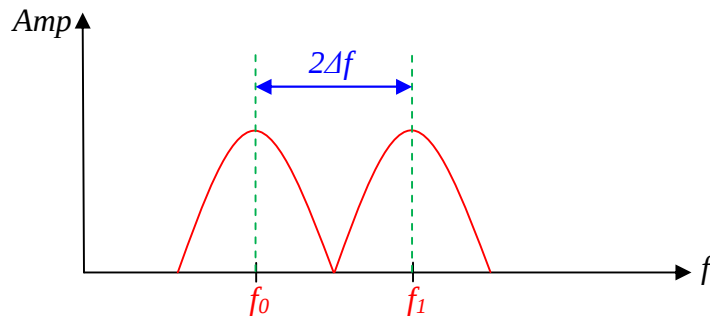


Δf : Excursion de fréquence

$$B = \frac{(1+\alpha)R}{2} + \frac{(1+\alpha)R}{2} + 2\Delta f$$

$$= (1+\alpha)R + 2\Delta f$$

Pour $B_{\min}$: $\alpha = 0$

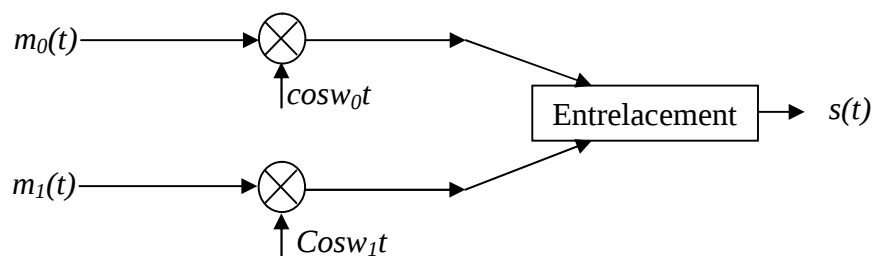


$$2\Delta f = \frac{(1+\alpha)R}{2} + \frac{(1+\alpha)R}{2} = (1+\alpha)R = R$$

$$B_{\min} = R + R = 2R$$

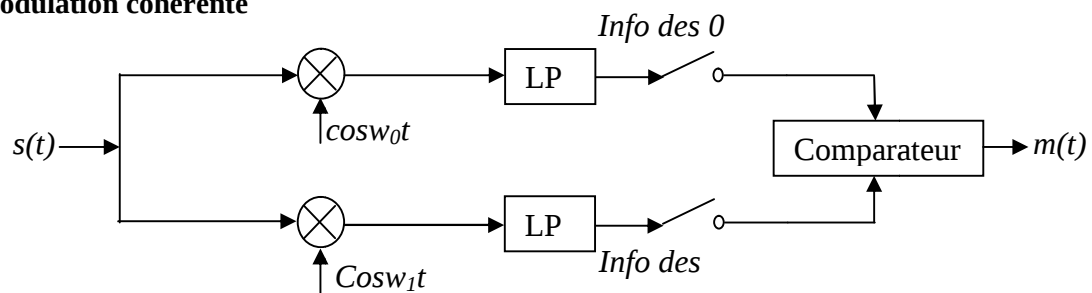
(Remarque : $B_{\min}$ de FSK égale à $B_{\max}$ de ASK)

Modulation FSK :

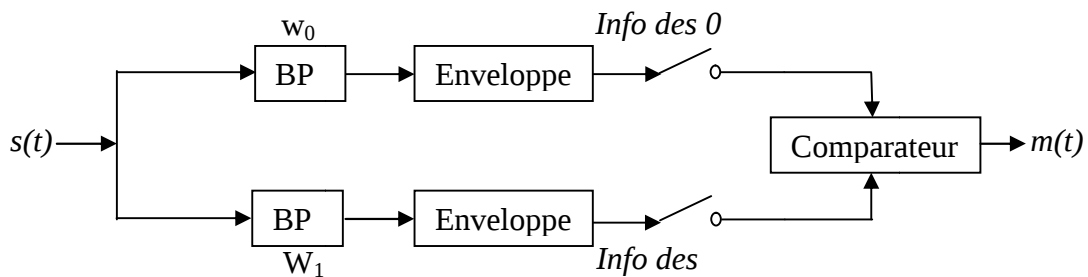


Démodulation FSK

Démodulation cohérente



Démodulation non cohérente

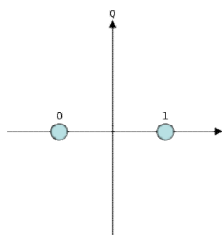


2.4. PSK (phase-shift keying)

PSK est une forme de modulation à amplitude et fréquence constants et la phase varie suivant l'amplitude du signal de message.

B-PSK (Binary phase-shift keying)

B-PSK (parfois aussi appelé PRK: Phase Reversal Keying, où 2-PSK), dans ce cas la phase prend deux valeurs déphasées de π .



Q-PSK (Quadrature-phase shift keying)

Dans ce cas la phase de la porteuse prend les valeurs : $\pi/4$, $3\pi/4$, $5\pi/4$ et $7\pi/4$.

Le signal transmis est :

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left[2\pi f_c t + (2i-1)\frac{\pi}{4}\right] & 0 < t < T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Où :

$i=1,2,3,4$. et E est la puissance du signal transmis par symbole.

Chaque symbole est représenté sur deux bits : 00, 01, 10, 11

On peut réécrire $s_i(t)$ comme suit :

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_c t) \cos\left((2i-1)\frac{\pi}{4}\right) - \sin(2\pi f_c t) \sin\left((2i-1)\frac{\pi}{4}\right) \quad 0 < t < T$$

A partir de cette expression on observe que nous avons une base orthogonale de deux fonctions de bases :

$$\varphi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t)$$

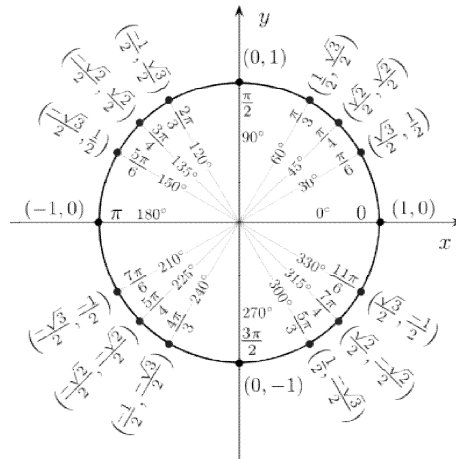
$$\varphi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t)$$

Donc on a 4 possibilités du signal transmis :

$$s_i = \begin{cases} \sqrt{E} \cos\left((2i-1)\frac{\pi}{4}\right) \\ \sqrt{E} \sin\left((2i-1)\frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

Avec $i=1,2,3,4$.

Les symboles d'entrée, les phases du signal et les coordonnées des points du message :



Cercle trigonométrique

$$\text{pour } i=1 : \begin{cases} \sqrt{E} \cos\left((2-1)\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{E} \sin\left((2-1)\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

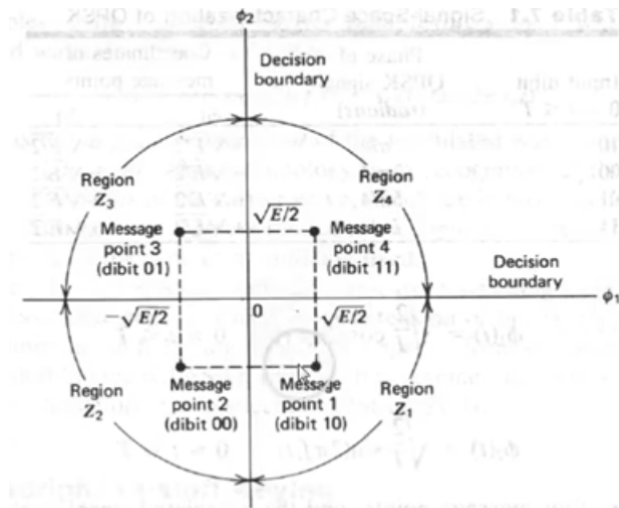
$$\text{pour } i=2 : \begin{cases} \sqrt{E} \cos\left((4-1)\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\sqrt{E} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{E} \sin\left((4-1)\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\text{pour } i=3 : \begin{cases} \sqrt{E} \cos\left((6-1)\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\sqrt{E} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{E} \sin\left((6-1)\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\sqrt{E} \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

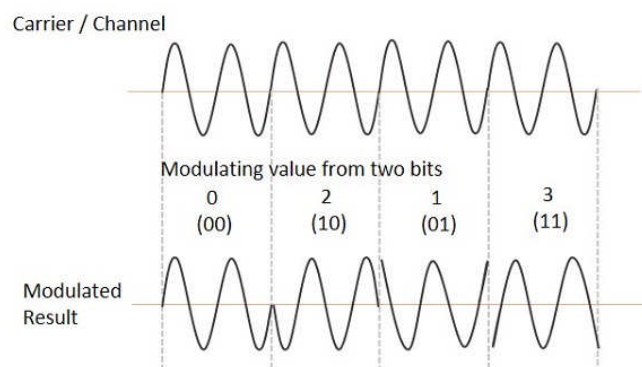
$$\text{pour } i=4 : \begin{cases} \sqrt{E} \cos\left((8-1)\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sqrt{E} \sin\left((8-1)\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{E} \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\sqrt{E} \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

10	$\pi/4$	$+\sqrt{E/2}$	$-\sqrt{E/2}$
00	$3\pi/4$	$-\sqrt{E/2}$	$-\sqrt{E/2}$
01	$5\pi/4$	$-\sqrt{E/2}$	$+\sqrt{E/2}$
11	$7\pi/4$	$+\sqrt{E/2}$	$+\sqrt{E/2}$

Le diagramme de constellation QPSK :



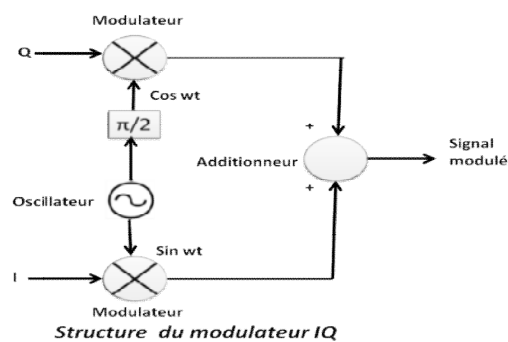
La forme d'onde QPSK



Modulateur/ Démodulateur IQ

Modulateur IQ:

Le modulateur est une combinaison de deux modulateurs recevant des porteuses en quadrature.



I désigne l'entrée des composants en phase et Q l'entrée des composants en quadrature.

La tension de sortie du modulateur IQ est:

$$V(t) = I \sin wt + Q \cos wt$$

Cette tension de sortie peut aussi s'écrire :

$$V(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$V(t) = A \cos \varphi \sin \omega t + A \sin \varphi \cos \omega t$$

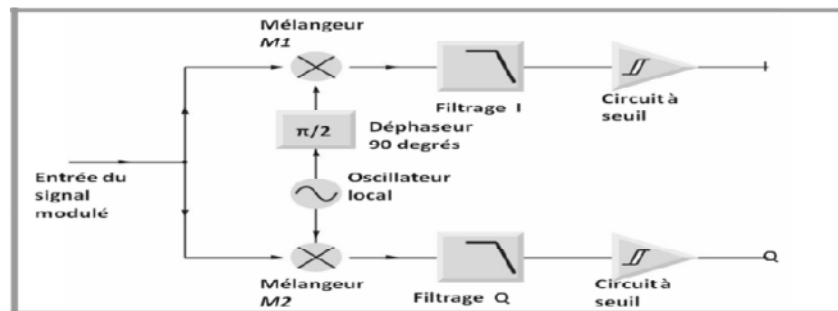
Avec :

$$I = A \cos \varphi, Q = A \sin \varphi$$

$$A = \sqrt{I^2 + Q^2} \quad \text{et} \quad \tan \varphi = \frac{Q}{I}$$

Les paramètres I et Q sont choisis permettent de réaliser simplement un modulateur de phase PSK ou un modulateur d'amplitude et de phase QAM.

Démodulateur IQ :



La démodulation est cohérente (on suppose que l'oscillateur local est synchronisé sur le signal émis).

Les mélangeurs M1 et M2 effectuent la multiplication entre le signal incident et le signal d'oscillateur local $\sin \omega t$ ou $\cos \omega t$.

En sortie des mélangeurs, des filtres éliminent les fréquences au double de la fréquence de l'oscillateur local et le signal est envoyé vers des circuits à seuil.

Remarque : Mais dans le cas de la modulation par déplacement de phase, nous ne pouvons pas avoir une détection non cohérente, car le terme "non cohérent" signifie ne pas avoir d'informations sur la phase de la porteuse.