

## Annexe B : Table des Principales Transformées de Laplace et leurs propriétés

<b>Table des Transformées de Laplace</b>	
$f(t) \quad (t \geq 0)$	$F(p) = \mathcal{L}\{ f(t) \}$
Impulsion unitaire $\delta(t)$	1
Echelon unitaire $u(t)$	$\frac{1}{p}$
$t$	$\frac{1}{p^2}$
$t^n$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{p+a}$
$te^{-at}$	$\frac{1}{(p+a)^2}$
$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{p(p+a)}$
$e^{-at} - e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(p+a)(p+b)}$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos(\omega t)$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$t \cdot \sin(\omega t)$	$\frac{2p\omega}{(p^2 + \omega^2)^2}$
$t \cdot \cos(\omega t)$	$\frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$
$e^{-at} \cdot \sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \cdot \cos(\omega t)$	$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$

(n : entier positif)

<b>Propriétés des Transformées de Laplace</b>	
$f(t) \quad (t \geq 0)$	$F(p) = \mathcal{L}\{ f(t) \}$
$f(t)$	$\int_0^\infty e^{-pt} f(t) dt$
$\lambda_1 f_1(t) + \lambda_2 f_2(t)$	$\lambda_1 F_1(p) + \lambda_2 F_2(p)$
$\frac{df(t)}{dt}$	$pF(p) - f(0)$
$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$	$p^2 F(p) - pf(0) - \dot{f}(0)$
$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$p^n F(p) - \sum_{r=n+1}^{r=2n} p^{2n-r} \cdot \frac{d^{(r-n-1)}}{dt^{(r-n-1)}} f(0)$
$\int_0^t \int_0^t \dots \int_0^t f(t).dt^n$ (avec conditions initiales nulles)	$\frac{F(p)}{p^n}$
$f(kt)$	$\frac{1}{k} \cdot F\left(\frac{p}{k}\right)$
$f\left(\frac{t}{k}\right)$	$k \cdot F(kp)$
$e^{-at} f(t)$	$F(p+a)$
$f(t-\tau)$ pour $(t \geq \tau)$	$e^{-p\tau} \cdot F(p)$
$\int_0^t f_1(t-\tau) \cdot f_2(\tau) d\tau$	$F_1(p) \cdot F_2(p)$
$t \cdot f(t)$	$-\frac{d}{dp} F(p)$
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>f(t)</math> fonction périodique de période T.</li> <li>▪ <math>f_1(t)</math> fonction définie sur la 1<sup>ère</sup> période de <math>f(t)</math>.</li> </ul>	
$F(p) = \frac{F_1(p)}{1 - e^{-pT}}$	
$f(0^+) = \lim_{p \rightarrow \infty} \{pF(p)\}$	$f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \{pF(p)\}$
<i>Si les limites existent</i>	