

TD N°6-2

Exercice 1

Soit le système numérique $h(k)$ suivant :

$$h(k) = e^{-b.k.T} . u(k) \text{ avec } b > 0 ; T : \text{période d'échantillonnage.}$$

- ✓ L'entrée de ce système donné par : $r(k) = u(k) - u(k - 3)$.
- ✓ Trouver la sortie $s(k)$ du système $h(k)$.

Exercice 2

- ✓ Déterminer les transformées en Z des séquences suivantes :

$$a) x(k) = k^2 . u(k), \quad b) x(k) = e^{-k\alpha T} . u(k), \quad c) x(k) = k . a^k . u(k), \quad d) x(k) = \sin(kT . \omega) . u(k)$$

Exercice 3

- ✓ Déterminer les transformées en Z inverse des fonctions suivantes :

$$a) X(Z) = \frac{1}{(1 - Z^{-1})(1 - 0.5Z^{-1})} ; |Z| > 1, \quad b) X(Z) = \frac{Z + 1}{(Z - 2)Z^2} ; |Z| > 2, \quad c) X(Z) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}Z^{-1}} ; |Z| < \frac{1}{2}$$

Exercice 4

Soit le système discret :

$$x(k) - a . x(k - 1) = u(k)$$

- ✓ Déterminer sa fonction de transfert.
- ✓ Déterminer le TZ⁻¹.
- ✓ Calculer la valeur initiale et finale avec 2 méthodes.

Exercice 5

Soit le signal $x(t) = t . e^{-\alpha t} . u(t)$

- ✓ Calculer la TZ de cette fonction.

Exercice 6

On considère un signal $s(k)$ dont la transformée en z est donnée par la fraction rationnelle :

$$S_1(Z) = \frac{0.1.Z^2 + 0.1.Z}{Z^3 - 2.6.Z^2 + 2.2.Z - 0.6}; \quad S_2(Z) = \frac{1}{1 - aZ^{-1}}$$

- ✓ Ecrire $S_1(Z)$ sous forme polynomiale, $S_1(Z) = X_0 + X_1.Z^{-1} + X_2.Z^{-2} + \dots etc$.
- ✓ Trouver $s_2(k)$ par 2 méthodes.

Exercice 7

- ✓ Montrez les résultats suivants qui correspondent aux transformées en z des « signaux sinusoidaux amortis ».

$$TZ[e^{-\alpha nT} \sin(\omega kT)] = \frac{e^{-\alpha T} \sin(\omega T).Z}{Z^2 - 2e^{-\alpha T} \cos(\omega T).Z + e^{-2\alpha T}}; \quad TZ[e^{-\alpha nT} \cos(\omega kT)] = \frac{Z^2 - 2e^{-\alpha T} \cos(\omega T).Z}{Z^2 - 2e^{-\alpha T} \cos(\omega T).Z + e^{-2\alpha T}}$$