Chapitre 4

Dynamique des fluides incompressibles réels

1 Introduction

L’écoulement d’un fluide réel est plus complexe que celui d’un fluide idéal. En effet, il existe des forces de frottement, dues à la viscosité du fluide, qui s’exercent entre les particules de fluide et les parois, ainsi qu’entre les particules elles-mêmes. Pour résoudre un problème d’écoulement d’un fluide réel, on fait appel à des résultats expérimentaux, en particulier ceux de l’ingénieur et physicien britannique Osborne Reynolds.

Une méthode simplifiée de calcul des pertes de charge basée sur ces résultats expérimentaux est proposée. Elle est indispensable pour le dimensionnement des diverses installations hydrauliques (de pompage, de turbines, de machines hydrauliques et thermiques dans lesquelles est véhiculé un fluide réel…etc.)

2 Fluide réel

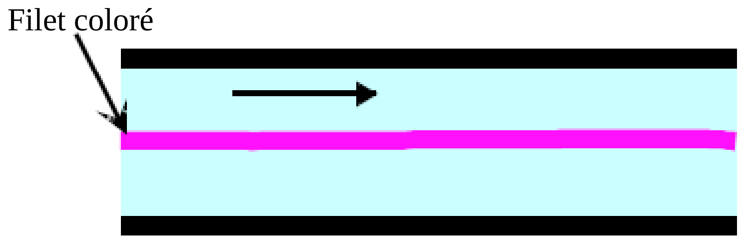
Un fluide est dit réel si, pendant son mouvement, les forces de contact ne sont pas perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquelles elles s’exercent (elles possèdent donc des composantes tangentielles qui s’opposent au glissement des couches fluides les unes sur les autres). Cette résistance est caractérisée par la viscosité.

3 Régimes d'écoulement – Nombre de Reynolds-

Les expériences réalisées par Reynolds en1883 lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : régime laminaire et régime turbulent :

- *Régime laminaire :*

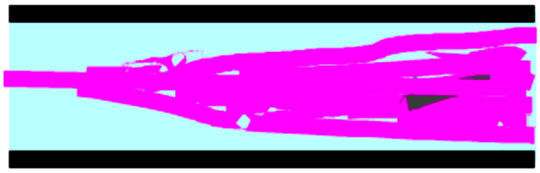
Les filets fluides sont des lignes régulières, sensiblement parallèles entre elles.



- *Régime turbulent :*

Les filets fluides s'enchevêtrent, s'enroulent sur eux-mêmes.


Vue instantanée


Vue en pose

Des études plus fines ont montré qu'il existe encore une subdivision entre :

- les écoulements turbulents lisses et

- les écoulements turbulents rugueux.

La limite entre ces différents types d'écoulements est évidemment difficile à appréhender.

En utilisant divers fluides à viscosités différentes, en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds donné par l'expression suivante:

$$R_e = \frac{Vd}{\vartheta}$$

- V : Vitesse moyenne d'écoulement à travers la section considérée en (m/s)

- d : Diamètre de la conduite ou largeur de la veine fluide en (m).

- ν : Viscosité cinématique du fluide (m^2/s).

Résultats empirique à titre indicatif :

Si $R_e < 2000$ l'écoulement est laminaire

Si $R_e > 2000$ l'écoulement est turbulent :

- Lisse si $2000 < Re < 100000$

- Rugueux si $Re > 100000$

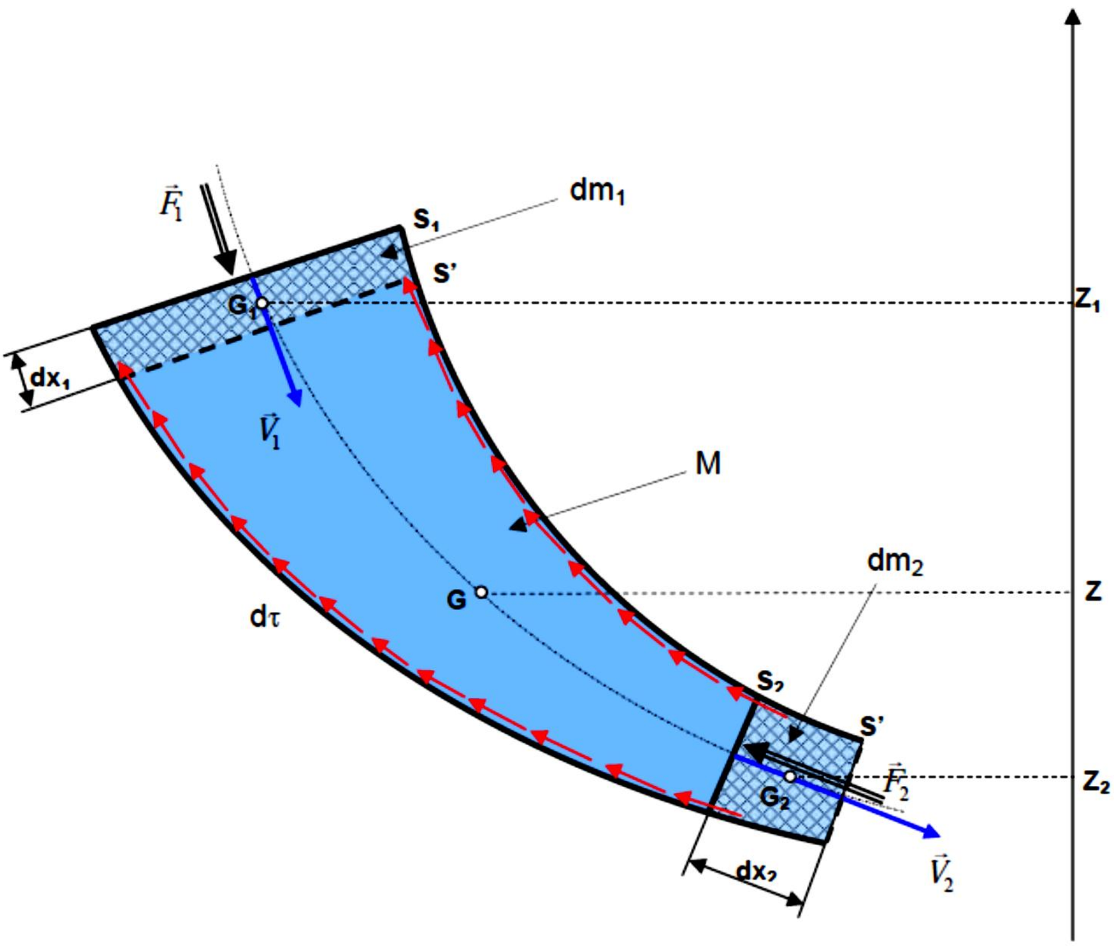
4 Pertes de charges

4.1 Définition

Considérons un écoulement entre deux points (1) et (2) d'un fluide réel dans une conduite, tel qu'entre les points (1) et (2) il n'y ait pas de machine hydraulique. Reprenons le schéma de la veine fluide du paragraphe 4 du chapitre 3 avec les mêmes notations et les hypothèses suivantes:

- Le fluide est réel et incompressible : cela suppose l'existence de forces élémentaire de frottement visqueux $d\tau$ qui contribue dans l'équation de bilan par un travail négatif et donner naissance à des pertes de charges.

- L'écoulement est permanent.



On considère un axe $\vec{Z}$ vertical dirigé vers le haut. On désigne par Z_1, Z_2 et Z respectivement les altitudes des centres de gravité des masses dm_1, dm_2 et M.

On désigne par F_1 et F_2 respectivement les normes des forces de pression du fluide agissant au niveau des sections S_1 et S_2.

A l'instant *t* le fluide de masse (dm_1 + M) est compris entre S_1 et S_2. Son énergie mécanique est :

$$E_m = E_{pot} + E_{cin} = (dm_1.g.Z_1 + MgZ) + \frac{1}{2}dm_1V_1^2 + \int_{S_1}^{S_2}\frac{dm.V^2}{2}$$

A l'instant t'=(t+dt) le fluide de masse (M+dm_2) est compris entre S'_1 et S'_2. Son énergie mécanique est :

$$E'_m = E'_{pot} + E'_{cin} = (MgZ + dm_2.g.Z_2) + \int_{S'_1}^{S_2}\frac{dm.V^2}{2} + \frac{1}{2}dm_2V_2^2$$

On applique le théorème de l'énergie mécanique au fluide entre t et t' : « La variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces extérieures ». On prendra en considération cette fois ci le travail des forces de frottement visqueux $d\tau$.

$$E'_m - E_m = W_{force\ de\ pression} + \sum W_{d\tau} = F_1dx_1 - F_2dx_2 + \sum W_{d\tau}$$

$$\Leftrightarrow E'_m - E_m = P_1S_1dx_1 - P_2S_2dx_2 + \sum W_{d\tau}$$

En simplifiant on obtient :

$$dm_2.g.Z_2 + \frac{1}{2}dm_2V_2^2 - dm_1.g.Z_1 - \frac{1}{2}dm_1V_1^2 = \frac{P_1}{\rho_1}.dm_1 - \frac{P_2}{\rho_2}.dm_2 + \sum W_{d\tau}$$

Par conservation de la masse : $dm_1 = dm_2 = dm$ et puisque le fluide est incompressible : $\rho_1 = \rho_2 = \rho$. On obtient l'équation de Bernoulli :

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = \frac{\sum W_{d\tau}}{dm}$$

On définit la perte de charge entre les points (1) et (2) par $J_{12} = \frac{\sum W_{d\tau}}{dm}$ qui est la perte d'énergie par frottement visqueux par unité de masse qui passe.

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = J_{12} \qquad (4)$$

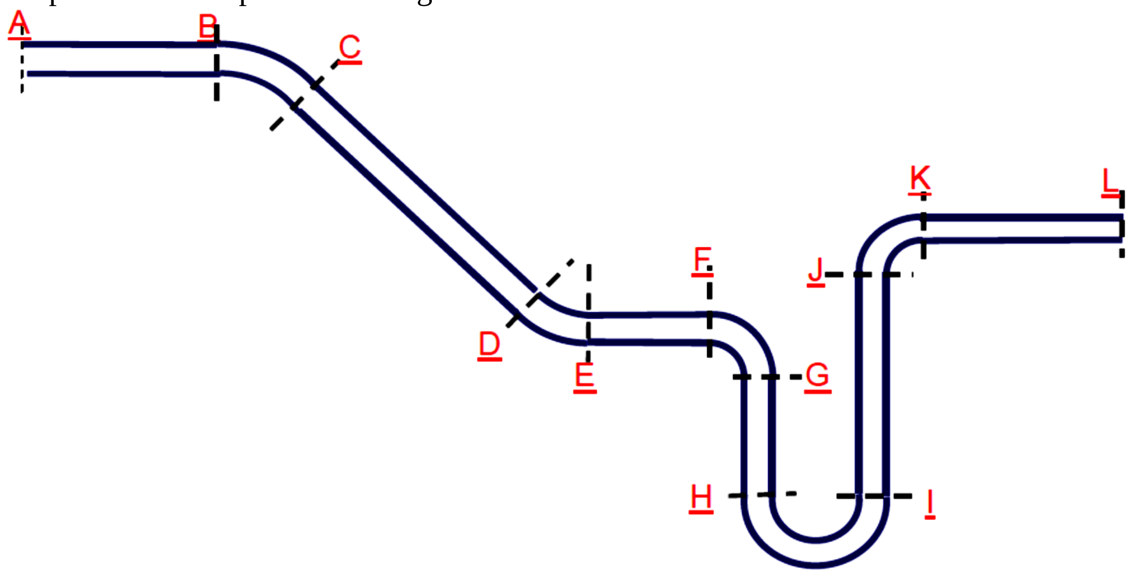
L'unité de chaque terme de la relation (4) est le joule par kilogramme (J/kg)

En divisant par g la relation (4) devient homogène à des longueurs en mètre :

$$\frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\varpi} + Z_2 = \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\varpi} + Z_1 + \frac{J_{12}}{g}$$

La perte de charge J_{12} peut être due à une perte de charge linéaire et une perte de charge singulière : $J_{12} = J_s + J_L$

Par exemple, dans le circuit représenté dans la figure ci-dessous, les tronçons BC, DE, FG, HI et JK sont des coudes de différents angles, donc elles présentent des pertes de charge singulières. Les tronçons AB, CD, EF, GH, IJ et KL sont des conduites rectilignes, donc elles présentent des pertes de charge linéaires.



4.2 Pertes de charge singulières

Quand la conduite subit de brusque variation de section ou de direction, il se produit des pertes de charges dites singulières, elles sont généralement mesurable et font partie des caractéristiques de l'installation. On les exprime par : $J_s = -K_s \frac{V^2}{2}$

Où s : indice de l'accident de forme de la conduite.

K_s : Coefficient (sans unité) de pertes de charge. Il dépend de la nature et de la géométrie de l'accident de forme.

Les valeurs de K_s sont données par les constructeurs dans leurs catalogues.

4.3 Pertes de charges linéaires :

Les pertes de charges linéaires, sont des pertes de charge réparties régulièrement le long des conduites. En chaque point d'un écoulement permanent, les caractéristiques de l'écoulement sont bien définies et ne dépendent pas du temps.

Les pertes de charge linéaires sont proportionnelles à la longueur L de la conduite, inversement proportionnelles à son diamètre d, proportionnelle au carré de la vitesse débitante V du fluide.

$J_L = -\lambda.\frac{V^2}{2}\left(\frac{L}{D}\right)$ Où

- V : vitesse moyenne d'écoulement dans la conduite (m/s)
- L : longueur de la conduite (m)
- d : diamètre de la conduite (m)
- λ : coefficient de perte de charge linéaire. Il dépend du régime d'écoulement et notamment du nombre de Reynolds e Re.

Dans un régime d'écoulement laminaire : $R_e < 2000 \quad \lambda = \frac{64}{R_e}$(Formule de Poiseuille)

Dans un régime d'écoulement turbulent lisse : $2000 < R_e < 10^5$

$\lambda = 0.316 R_e^{-0.25}$(Formule de Blasius)

Dans un régime d'écoulement turbulent rugueux : $R_e > 10^5$

$\lambda = 0.79\sqrt{\frac{\varepsilon}{D}}$ (Formule de Blench)

Avec :
- ε : rugosité de la surface interne de la conduite (mm)
- d : diamètre intérieur de la conduite (mm)

Parfois, on lit la valeur de λ sur un abaque établie par Moody.

5 Théorème de Bernoulli appliqué à un fluide réel

Considérons un écoulement entre deux points (1) et (2) d'un fluide réel dans une conduite. On suppose éventuellement, qu'il existe entre (1) et (2) des machines hydrauliques.

On note :

J_{12} : Somme de toutes les pertes de charge, singulière et linéaires entre les sections (1) et (2).

P_n : Puissance mécanique échangé entre le fluide et les machines éventuellement placées entre (1) et (2).

Le Théorème de Bernoulli prend la forme générale suivante :

$$\frac{1}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right) + \frac{1}{\rho}(P_2 - P_1) + g(Z_2 - Z_1) = J_{12} + \frac{\mathcal{P}_n}{q_m}$$

Références

[1] **Riadh ben hamouda.** Notions de mécanique des fluides, cours et exercices corrigés. Centre de Publication Universitaire. 2008.

[2] **Christophe Ancey.** Notes de cours, Mecanique des fluides. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Version 9.2. 2014

[3] A. **Ammari** .Hydraulique Générale

[4] **Sakir Amiroudine**. **Jean-Luc Battaglia.** Mécanique des fluides. Dunod, Paris, 2011, ISBN 978-2-10-056922-9