

# Chapitre

# 4

## *Onde de choc normale*

### 4.1 Concept et analyse

Une onde de choc correspond à une zone d'écoulement de très faible épaisseur, inférieure à 1 mm, qui fait la transition entre l'amont où la vitesse est supersonique et l'aval où elle est subsonique. Dans le même espace, la pression est en très forte augmentation. Ainsi, les particules du fluide lors de leur traversée de l'onde de choc subissent une décélération extrêmement forte qui peut atteindre  $10^9$  à  $10^{10}$  m/s<sup>2</sup>, soit environ un milliard de  $g$ . C'est cet impact violent, produisant un véritable choc sur les particules, qui est à l'origine du nom donné à cette zone de transition.

Il existe des ondes de choc droites (ou planes) et des ondes de choc obliques. Cet article étant réservé aux écoulements monodimensionnels, seules les ondes de choc droites, perpendiculaires à la ligne moyenne d'écoulement du gaz sont traitées. Elles séparent le milieu 1 où l'écoulement est supersonique du milieu 2 où l'écoulement est subsonique (figure 4-1).

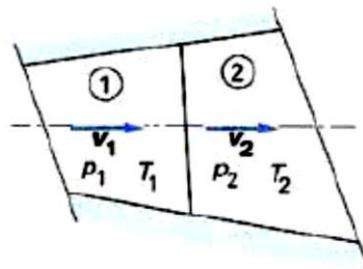


Fig. 4-1 : Schématisation d'une onde de choc droite.

Les ondes de choc se remarquent par exemple après une explosion, l'éjection des gaz brûlés à travers une tuyère d'échappement ou quand un avion ou un projectile vole à une vitesse supersonique.

#### 4.1.1 Intersections d'une ligne de Fanno et d'une ligne de Rayleigh

Si l'on porte sur le même diagramme de Mollier une ligne de Fanno et une ligne de Rayleigh correspondant à la même valeur du flux massique  $G = \rho \cdot V$ , on constate qu'elles s'intersectent en deux points, l'un correspondant à un écoulement supersonique et l'autre à un écoulement subsonique. On en conclut qu'un passage spontané de l'état 1 à l'état 2, sans échange de chaleur et sans frottement, est possible.

Un tel changement brusque (discontinuité) est une onde de choc. On constate qu'il s'agit d'une onde de compression puisque  $P_2 > P_1$ . Corollairement, la vitesse diminue.

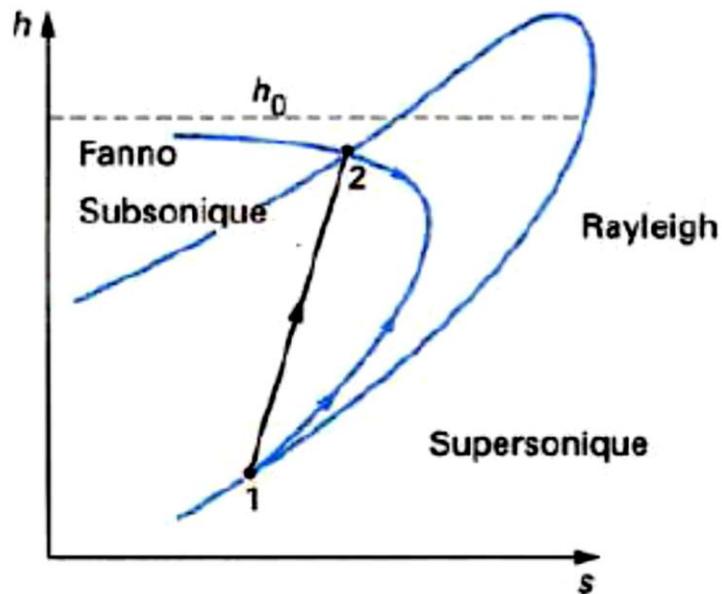
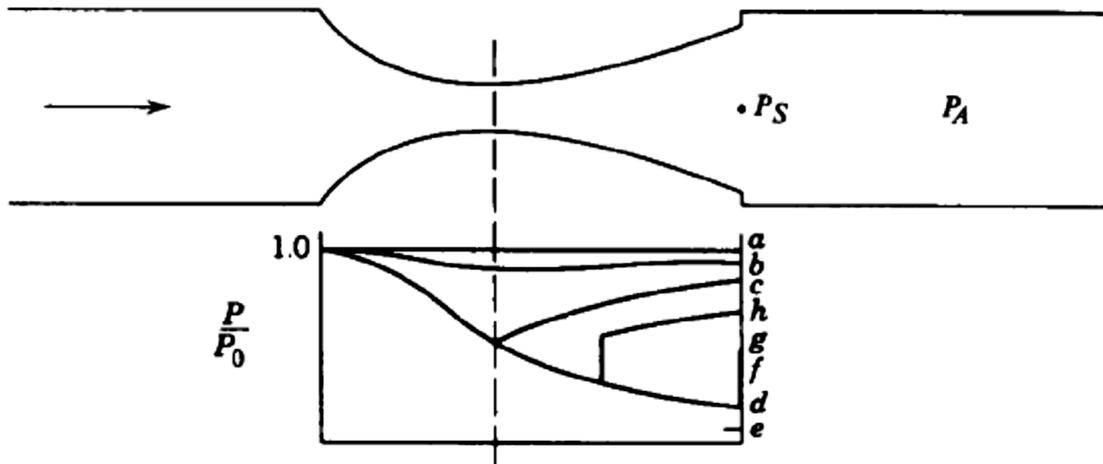


Fig. 4-2 : diagramme de Mollier une ligne de Fanno et une ligne de Rayleigh

#### 4.1.2 Écoulement avec choc dans une tuyère de Laval

Supposons qu'une onde de choc normale survienne dans le divergent en un endroit donné. Les relations de Rankine-Hugoniot permettent de calculer les conditions derrière le choc,



en particulier la pression et le nombre de Mach. L'écoulement étant subsonique derrière le choc, il décélère dans le reste du divergent, et l'on peut calculer son évolution par la théorie des écoulements isentropiques en tuyère. On constate que la pression de sortie est inférieure à celle du cas c (cas h).

En effet, si la transformation à travers le choc était isentropique, la pression derrière le choc serait identique à celle de la courbe c. Comme il y a une chute de pression d'arrêt à travers le choc, la pression derrière le choc est inférieure, et par conséquent toute la distribution de pression en aval est sous celle du cas c.

Comme la chute de pression totale augmente avec le nombre de Mach  $M_1$  en amont du choc, il en résulte que la pression de sortie diminue à mesure que le choc se déplace vers la sortie de la tuyère. Pour une pression de sortie donnée, la position du choc n'est pas connue a priori. On doit la déterminer par itérations. Le cas extrême est celui où le choc se trouve dans la section de sortie, qui correspond au cas g de la figure précédente.

On peut donc calculer à présent l'écoulement en tuyère pour des pressions aval comprises entre les cas a et g. Pour une pression inférieure à celle du cas g, l'augmentation de pression entre la pression adaptée  $P_d$  et la pression aval ne peut se produire qu'à l'extérieur de la tuyère.

#### 4.2 Résumé des équations de base

L'analyse des ondes de choc se base sur le concept d'une onde fixe de pression (figure 4-3).

Les états amont et aval de l'onde de choc sont désignés par les indices 1 et 2 respectivement.

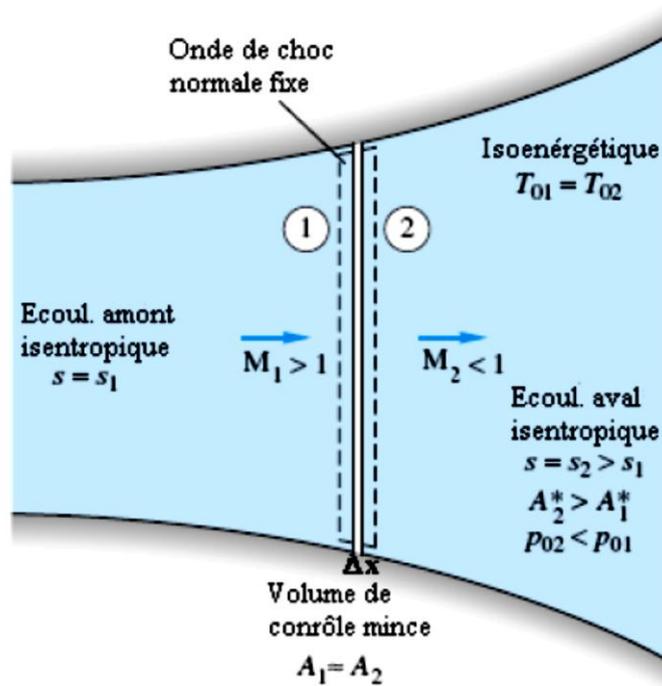


Fig. 4-3: Ecoulement à travers d'une onde de choc normale fixe.

L'épaisseur d'une onde de choc  $\Delta x$  est tellement petite (approximativement des microns), qu'elle soit supposée n'ayant aucun changement de section (dans une conduite à section variable), donc  $A_1 \approx A_2$  et l'équation de continuité s'écrit :

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 = C^{st} \quad (4.1a)$$

L'équation de quantité de mouvement est :

$$P_1 - P_2 = \rho_2 V_2^2 - \rho_1 V_1^2 \quad (4.1b)$$

L'équation de l'énergie :

$$h_1 + \frac{1}{2} V_1^2 = h_2 + \frac{1}{2} V_2^2 = h_0 = C^{st} \quad (4.1c)$$

Les relations d'un gaz parfait :

$$\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} \quad (4.1d)$$

$$\text{Et : } h = C_p T ; \gamma = C^{st} \quad (4.1e)$$

En supposant que les conditions en amont ( $P_1, V_1, \rho_1, h_1, T_1$ ) sont connues, les équations précédentes présentent 5 relations algébriques à 5 inconnues ( $P_2, V_2, \rho_2, h_2, T_2$ ).

Les termes carrés de la vitesse nous révèlent l'existence de deux solutions, la correcte parmi elle est déterminée d'après le second principe de la thermodynamique, qui exige  $S_2 > S_1$ .

En éliminant les vitesses  $V_1$  et  $V_2$  des équations (4.1a) à (4.1c), on obtient la relation de Rankine-Hugoniot :

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(P_2 - P_1) \left( \frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_1} \right) \quad (4.2)$$

Mais puisque pour un gaz parfait :  $h = C_p T = \frac{\gamma P}{(\gamma-1)\rho}$ , l'équation (4.2) se réécrit :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left( \frac{P_2}{P_1} \right)}{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} + \left( \frac{P_2}{P_1} \right)} = \frac{V_1}{V_2} \quad (4.3)$$

Ou bien :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 - \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)}{\left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) - \frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \quad (4.4)$$

Aussi pour un gaz parfait :  $\frac{\rho_1 V_1^2}{P_1} = \frac{\gamma V_1^2}{(\gamma R T_1)} = \gamma M_1^2$ , et l'équation (4.4) sera :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{\gamma+1} [2 \gamma M_1^2 - (\gamma - 1)] \quad (4.5)$$

De cette dernière équation on peut remarquer que pour un  $\gamma$  quelconque ;  $P_2 > P_1$  seulement si  $M_1 > 1.0$ . Ainsi pour un écoulement avec onde de choc normale, le nombre de Mach amont doit être supersonique pour satisfaire le second principe de la thermodynamique.

Aussi pour le gaz parfait on a l'identité  $V^2 = \gamma \frac{P}{\rho} M^2$ , et on peut réécrire l'équation (4.1b) comme :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \quad (4.6)$$

Et le nombre de Mach en aval sera après combinaisons des équations (4.5) et (4.6) :

$$M_2^2 = \frac{(\gamma-1)M_1^2 + 2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)} \quad (4.7)$$

Mais comme  $M_1$  doit être supersonique, cette équation prédit pour tout  $\gamma > 1$  que  $M_2$  doit être subsonique. Ainsi une onde de choc normale décélère un écoulement presque d'une façon discontinue des conditions supersoniques aux conditions subsoniques.

D'autres manipulations des équations (4.1) donnent des relations additionnelles décrivant les changements des propriétés à travers d'une onde de choc normale au sein d'un gaz parfait :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2 + 2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = [2 + (\gamma - 1)M_1^2] \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2 M_1^2} \quad (4.8)$$

$$T_{01} = T_{02}$$

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} = \left[ \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left[ \frac{\gamma + 1}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

D'un intérêt plus considérable, est le fait que la section critique (au col sonique)  $A^*$  d'une tuyère augmente à travers une onde de choc normale.

$$\frac{A_2^*}{A_1^*} = \frac{M_2}{M_1} \left[ \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_2^2} \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \quad (4.9)$$

En conclusion, dans les ondes de choc les températures totales (de stagnation) restent les mêmes, mais les pressions et les densités totales diminuent avec le même ratio, c.-à-d. l'écoulement à travers le choc est adiabatique mais non-isentropique. Ainsi les principes fondamentaux gouvernant les écoulements aux ondes de choc peuvent être récapitulés comme suit :

1. L'écoulement en amont est supersonique, et celui en aval est subsonique.
2. Pour les gaz parfaits (aussi que pour les fluides réels), seulement les ondes de compression peuvent exister.
3. l'entropie augmente à travers le choc.
4. Les ondes de choc faibles sont presque isentropiques.

L'analyse des ondes de choc normales fixes s'applique également aux ondes de choc en mouvement.

#### 4.2.1 Equation de Prandtl

En considérons l'équation de l'énergie (4.1c), on a pour un gaz parfait :

$$\frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_1 + \frac{1}{2} V_1^2 = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_2 + \frac{1}{2} V_2^2 = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_0$$

Introduisons la vitesse du son critique :  $a^{*2} = \frac{2\gamma R T_0}{\gamma + 1}$  :

$$\begin{cases} \frac{\gamma}{\gamma - 1} P_1 + \frac{1}{2} \rho_1 V_1^2 = \frac{\rho_1}{2} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} a^{*2} \\ \frac{\gamma}{\gamma - 1} P_2 + \frac{1}{2} \rho_2 V_2^2 = \frac{\rho_2}{2} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} a^{*2} \end{cases}$$

Soustrayons ces deux équations, on obtient :

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} (P_1 - P_2) + \frac{1}{2} (\rho_1 V_1^2 - \rho_2 V_2^2) = \frac{(\rho_1 - \rho_2)}{2} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} a^{*2}$$

Mais, d'après l'équation de quantité de mouvement (4.1b):

$$(\rho_1 V_1^2 - \rho_2 V_2^2) = (\rho_2 - \rho_1) a^{*2}$$

Finalement, en utilisant l'équation de continuité (4.1a) :

$$V_1 V_2 = a^{*2} \quad (4.10)$$

Cette équation dite de Prandtl permet de calculer la vitesse en aval de l'onde de choc normale, en connaissant les conditions en amont du choc.

#### 4.2.2 Changement d'entropie à travers un choc

La variation de l'entropie à travers le choc peut être calculée selon la relation du gaz parfait :

$$\frac{s_2 - s_1}{R} = \frac{\Delta s}{R} = \ln \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right] \quad (4.11)$$

En supposant que l'intensité de l'onde de choc  $\frac{P_2}{P_1}$  est connue, on peut calculer le rapport des densités de l'équation (4.3) et par suite calculer le changement d'entropie  $\Delta s$ .

#### 4.2.3 Application à la détermination de la position de l'onde de choc dans le divergent d'une tuyère de Laval

La position de l'onde de choc, ainsi que les valeurs des vitesses, températures et pressions de part et d'autre de l'onde de choc peuvent être déterminées à partir d'un ensemble d'équations données ci-dessus et d'autres qui découlent directement des théories des écoulements en tuyère. Ainsi, le débit étant critique, on peut l'exprimer de diverses manières :

- ✓ régime critique au col

$$\dot{M}_* = \rho_0 \sqrt{2C_p T_0} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} S_c \quad (4.12)$$

- ✓ utilisation des conditions amont 1 et aval 2 de l'onde de choc

$$\begin{aligned} \dot{M} &= \rho_0 \sqrt{2C_p T_0} \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{1 - \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}}} S_{oc} \\ &= \rho'_0 \sqrt{2C_p T_0} \left( \frac{P_2}{P'_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{1 - \left( \frac{P_2}{P'_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}}} S_{oc} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Où  $S_{oc}$  est l'aire de la section de la tuyère où se produit l'onde de choc (figure 4-4),  $P'_0$  et  $\rho'_0 = \frac{P'_0}{r T_0}$  les conditions génératrices de l'écoulement à l'aval de l'onde de choc. De cette équation, on déduit une relation entre les pressions amont et aval de l'onde de choc :

$$\left( \frac{P_2}{P'_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{1 - \left( \frac{P_2}{P'_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}}} = \frac{P_0}{P'_0} \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{1 - \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}}} \quad (4.14)$$

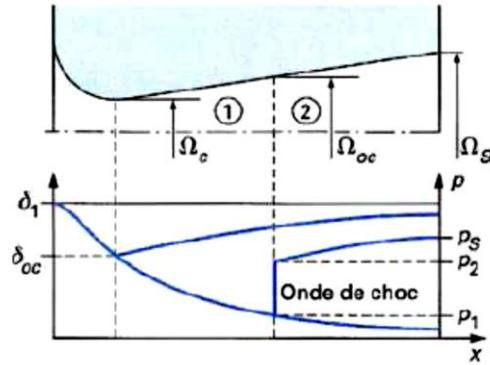


Fig. 4-4 : Schématisation de l'évolution de la pression dans une tuyère de Laval en écoulement mixte dans le divergent

La valeur de la pression génératrice  $P'_0$  de l'écoulement aval de l'onde de choc est déduite d'une troisième formulation de débit :

$$\dot{M}_* = \frac{P'_0}{r T_0} \sqrt{2 C_p T_0} \left( \frac{P_s}{P'_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{1 - \left( \frac{P_s}{P'_0} \right)^a} S_s \quad (4.15)$$

La détermination des caractéristiques de l'écoulement à l'amont 1 et à l'aval 2 de l'onde de choc et la position de celle-ci, à partir des conditions amont  $\rho_0, T_0$  de l'écoulement, des sections au col  $S_c$  et à la sortie  $S_s$  de la pression de sortie  $P_s$  et de la nature du gaz ( $\gamma, C_p$ ),

TABLE I : Ecoulement à onde de choc normale d'un gaz parfait ( $\gamma=1.4$ ).

$M_1$	$M_2$	$p_2/p_1$	$\rho_2/\rho_1$	$T_2/T_1$	$p_{02}/p_{01}$	$A_2^*/A_1^*$	$\frac{\Delta s}{R}$
$M_1 \sin \sigma$	$M_2 \sin(\sigma - \delta)$		$V_1/V_2$				
			$V_{n1}/V_{n2}$				
1.00	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.000
1.02	0.9805	1.0471	1.0334	1.0132	1.0000	1.0000	0.000
1.04	0.9620	1.0952	1.0671	1.0263	0.9999	1.0001	0.000
1.06	0.9444	1.1442	1.1009	1.0393	0.9998	1.0002	0.000
1.08	0.9277	1.1941	1.1349	1.0522	0.9994	1.0006	0.001
1.10	0.9118	1.2450	1.1691	1.0649	0.9989	1.0011	0.001
1.12	0.8966	1.2968	1.2034	1.0776	0.9982	1.0018	0.002
1.14	0.8820	1.3495	1.2378	1.0903	0.9973	1.0027	0.003
1.16	0.8682	1.4032	1.2723	1.1029	0.9961	1.0040	0.004
1.18	0.8549	1.4578	1.3069	1.1154	0.9946	1.0055	0.005
1.20	0.8422	1.5133	1.3416	1.1280	0.9928	1.0073	0.007
1.22	0.8300	1.5698	1.3764	1.1405	0.9907	1.0094	0.009
1.24	0.8183	1.6272	1.4112	1.1531	0.9884	1.0118	0.012
1.26	0.8071	1.6855	1.4460	1.1657	0.9857	1.0145	0.014
1.28	0.7963	1.7448	1.4808	1.1783	0.9827	1.0176	0.017
1.30	0.7860	1.8050	1.5157	1.1909	0.9794	1.0211	0.021
1.32	0.7760	1.8661	1.5505	1.2035	0.9758	1.0249	0.025
1.34	0.7664	1.9282	1.5854	1.2162	0.9718	1.0290	0.029
1.36	0.7572	1.9912	1.6202	1.2290	0.9676	1.0335	0.033
1.38	0.7483	2.0551	1.6549	1.2418	0.9630	1.0384	0.038
1.40	0.7397	2.1200	1.6897	1.2547	0.9582	1.0436	0.043
1.42	0.7314	2.1858	1.7243	1.2676	0.9531	1.0492	0.048
1.44	0.7235	2.2525	1.7589	1.2807	0.9476	1.0552	0.054
1.46	0.7157	2.3202	1.7934	1.2938	0.9420	1.0616	0.060
1.48	0.7083	2.3888	1.8278	1.3069	0.9360	1.0684	0.066
1.50	0.7011	2.4583	1.8621	1.3202	0.9298	1.0755	0.073
1.52	0.6941	2.5288	1.8963	1.3336	0.9233	1.0830	0.080
1.54	0.6874	2.6002	1.9303	1.3470	0.9166	1.0910	0.087
1.56	0.6809	2.6725	1.9643	1.3606	0.9097	1.0993	0.095
1.58	0.6746	2.7458	1.9981	1.3742	0.9026	1.1080	0.103
1.60	0.6684	2.8200	2.0317	1.3880	0.8952	1.1171	0.111
1.62	0.6625	2.8951	2.0653	1.4018	0.8877	1.1266	0.119
1.64	0.6568	2.9712	2.0986	1.4158	0.8799	1.1365	0.128
1.66	0.6512	3.0482	2.1318	1.4299	0.8720	1.1468	0.137
1.68	0.6458	3.1261	2.1649	1.4440	0.8639	1.1575	0.146
1.70	0.6405	3.2050	2.1977	1.4583	0.8557	1.1686	0.156
1.72	0.6355	3.2848	2.2304	1.4727	0.8474	1.1801	0.166
1.74	0.6305	3.3655	2.2629	1.4873	0.8389	1.1921	0.176
1.76	0.6257	3.4472	2.2952	1.5019	0.8302	1.2045	0.186
1.78	0.6210	3.5298	2.3273	1.5167	0.8215	1.2173	0.197
1.80	0.6165	3.6133	2.3592	1.5316	0.8127	1.2305	0.207
1.82	0.6121	3.6978	2.3909	1.5466	0.8038	1.2441	0.218
1.84	0.6078	3.7832	2.4224	1.5617	0.7948	1.2582	0.230
1.86	0.6036	3.8695	2.4537	1.5770	0.7857	1.2728	0.241
1.88	0.5996	3.9568	2.4848	1.5924	0.7765	1.2877	0.253
1.90	0.5956	4.0450	2.5157	1.6079	0.7674	1.3032	0.265
1.92	0.5918	4.1341	2.5463	1.6236	0.7581	1.3191	0.277
1.94	0.5880	4.2242	2.5767	1.6394	0.7488	1.3354	0.289

TABLE I (Suite): Ecoulement à onde de choc normale d'un gaz parfait ( $\gamma = 1.4$ ).

$M_1$	$M_2$	$p_2 / p_1$	$\rho_2 / \rho_1$	$T_2 / T_1$	$p_{02} / p_{01}$	$A_2^* / A_1^*$	$\frac{\Delta s}{R}$
$M_1 \sin \sigma$	$M_2 \sin(\sigma - \delta)$		$V_1 / V_2$ $V_{n1} / V_{n2}$				
1.96	0.5844	4.3152	2.6069	1.6553	0.7395	1.3522	0.302
1.98	0.5808	4.4071	2.6369	1.6713	0.7302	1.3695	0.314
2.00	0.5774	4.5000	2.6667	1.6875	0.7209	1.3872	0.327
2.02	0.5740	4.5938	2.6962	1.7038	0.7115	1.4054	0.340
2.04	0.5707	4.6885	2.7255	1.7203	0.7022	1.4241	0.354
2.06	0.5675	4.7842	2.7545	1.7369	0.6928	1.4433	0.367
2.08	0.5643	4.8808	2.7833	1.7536	0.6835	1.4630	0.381
2.10	0.5613	4.9783	2.8119	1.7704	0.6742	1.4832	0.394
2.12	0.5583	5.0768	2.8402	1.7875	0.6649	1.5039	0.408
2.14	0.5554	5.1762	2.8683	1.8046	0.6557	1.5252	0.422
2.16	0.5525	5.2765	2.8962	1.8219	0.6464	1.5469	0.436
2.18	0.5498	5.3778	2.9238	1.8393	0.6373	1.5692	0.451
2.20	0.5471	5.4800	2.9512	1.8569	0.6281	1.5920	0.465
2.22	0.5444	5.5831	2.9784	1.8746	0.6191	1.6154	0.480
2.24	0.5418	5.6872	3.0053	1.8924	0.6100	1.6393	0.494
2.26	0.5393	5.7922	3.0319	1.9104	0.6011	1.6638	0.509
2.28	0.5368	5.8981	3.0584	1.9285	0.5921	1.6888	0.524
2.30	0.5344	6.0050	3.0845	1.9468	0.5833	1.7144	0.539
2.32	0.5321	6.1128	3.1105	1.9652	0.5745	1.7406	0.554
2.34	0.5297	6.2215	3.1362	1.9838	0.5658	1.7674	0.569
2.36	0.5275	6.3312	3.1617	2.0025	0.5572	1.7948	0.585
2.38	0.5253	6.4418	3.1869	2.0213	0.5486	1.8227	0.600
2.40	0.5231	6.5533	3.2119	2.0403	0.5401	1.8514	0.616
2.42	0.5210	6.6658	3.2367	2.0595	0.5317	1.8806	0.632
2.44	0.5189	6.7792	3.2612	2.0788	0.5234	1.9105	0.647
2.46	0.5169	6.8935	3.2855	2.0982	0.5152	1.9410	0.663
2.48	0.5149	7.0088	3.3095	2.1178	0.5071	1.9721	0.679
2.50	0.5130	7.1250	3.3333	2.1375	0.4990	2.0039	0.695
2.52	0.5111	7.2421	3.3569	2.1574	0.4911	2.0364	0.711
2.54	0.5092	7.3602	3.3803	2.1774	0.4832	2.0696	0.727
2.56	0.5074	7.4792	3.4034	2.1976	0.4754	2.1035	0.744
2.58	0.5056	7.5991	3.4263	2.2179	0.4677	2.1380	0.760
2.60	0.5039	7.7200	3.4490	2.2383	0.4601	2.1733	0.776
2.62	0.5022	7.8418	3.4714	2.2590	0.4526	2.2093	0.793
2.64	0.5005	7.9645	3.4936	2.2797	0.4452	2.2461	0.809
2.66	0.4988	8.0882	3.5156	2.3006	0.4379	2.2835	0.826
2.68	0.4972	8.2128	3.5374	2.3217	0.4307	2.3218	0.842
2.70	0.4956	8.3383	3.5590	2.3429	0.4236	2.3608	0.859
2.72	0.4941	8.4648	3.5803	2.3642	0.4166	2.4005	0.876
2.74	0.4926	8.5922	3.6015	2.3858	0.4097	2.4411	0.892
2.76	0.4911	8.7205	3.6224	2.4074	0.4028	2.4825	0.909
2.78	0.4896	8.8498	3.6431	2.4292	0.3961	2.5246	0.926
2.80	0.4882	8.9800	3.6635	2.4512	0.3895	2.5676	0.943
2.82	0.4868	9.1111	3.6838	2.4733	0.3829	2.6115	0.960
2.84	0.4854	9.2432	3.7039	2.4955	0.3765	2.6561	0.977
2.86	0.4840	9.3762	3.7238	2.5179	0.3701	2.7017	0.994
2.88	0.4827	9.5101	3.7434	2.5405	0.3639	2.7481	1.011
2.90	0.4814	9.6450	3.7629	2.5632	0.3577	2.7954	1.028
2.92	0.4801	9.7808	3.7821	2.5861	0.3517	2.8436	1.045
2.94	0.4788	9.9175	3.8012	2.6091	0.3457	2.8927	1.062
2.96	0.4776	10.0552	3.8200	2.6322	0.3398	2.9427	1.079
2.98	0.4764	10.1938	3.8387	2.6555	0.3340	2.9937	1.096

TABLE I (Suite): Ecoulement à onde de choc normale d'un gaz parfait ( $\gamma = 1.4$ ).

$M_1$	$M_2$	$p_2 / p_1$	$\rho_2 / \rho_1$	$T_2 / T_1$	$p_{02} / p_{01}$	$A_2^* / A_1^*$	$\frac{\Delta s}{R}$
$M_1 \sin \sigma$	$M_2 \sin(\sigma - \delta)$		$V_1 / V_2$				
			$V_{n1} / V_{n2}$				
3.00	0.4752	10.3333	3.8571	2.6790	0.3283	3.0456	1.114
3.02	0.4740	10.4738	3.8754	2.7026	0.3227	3.0985	1.131
3.04	0.4729	10.6152	3.8935	2.7264	0.3172	3.1523	1.148
3.06	0.4717	10.7575	3.9114	2.7503	0.3118	3.2072	1.165
3.08	0.4706	10.9008	3.9291	2.7744	0.3065	3.2630	1.183
3.10	0.4695	11.0450	3.9466	2.7986	0.3012	3.3199	1.200
3.12	0.4685	11.1901	3.9639	2.8230	0.2960	3.3778	1.217
3.14	0.4674	11.3362	3.9811	2.8475	0.2910	3.4368	1.235
3.16	0.4664	11.4832	3.9981	2.8722	0.2860	3.4969	1.252
3.18	0.4654	11.6311	4.0149	2.8970	0.2811	3.5580	1.269
3.20	0.4643	11.7800	4.0315	2.9220	0.2762	3.6202	1.287
3.22	0.4634	11.9298	4.0479	2.9471	0.2715	3.6835	1.304
3.24	0.4624	12.0805	4.0642	2.9724	0.2668	3.7480	1.321
3.26	0.4614	12.2322	4.0803	2.9979	0.2622	3.8136	1.339
3.28	0.4605	12.3848	4.0963	3.0234	0.2577	3.8803	1.356
3.30	0.4596	12.5383	4.1120	3.0492	0.2533	3.9483	1.373
3.32	0.4587	12.6928	4.1276	3.0751	0.2489	4.0174	1.391
3.34	0.4578	12.8482	4.1431	3.1011	0.2446	4.0877	1.408
3.36	0.4569	13.0045	4.1583	3.1273	0.2404	4.1593	1.425
3.38	0.4560	13.1618	4.1734	3.1537	0.2363	4.2321	1.443
3.40	0.4552	13.3200	4.1884	3.1802	0.2322	4.3061	1.460
3.42	0.4544	13.4791	4.2032	3.2069	0.2282	4.3815	1.477
3.44	0.4535	13.6392	4.2178	3.2337	0.2243	4.4581	1.495
3.46	0.4527	13.8002	4.2323	3.2607	0.2205	4.5361	1.512
3.48	0.4519	13.9621	4.2467	3.2878	0.2167	4.6154	1.529
3.50	0.4512	14.1250	4.2609	3.3150	0.2129	4.6960	1.547
3.52	0.4504	14.2888	4.2749	3.3425	0.2093	4.7780	1.564
3.54	0.4496	14.4535	4.2888	3.3701	0.2057	4.8614	1.581
3.56	0.4489	14.6192	4.3026	3.3978	0.2022	4.9461	1.599
3.58	0.4481	14.7858	4.3162	3.4257	0.1987	5.0323	1.616
3.60	0.4474	14.9533	4.3296	3.4537	0.1953	5.1200	1.633
3.62	0.4467	15.1218	4.3429	3.4819	0.1920	5.2091	1.650
3.64	0.4460	15.2912	4.3561	3.5103	0.1887	5.2997	1.668
3.66	0.4453	15.4615	4.3692	3.5388	0.1855	5.3918	1.685
3.68	0.4446	15.6328	4.3821	3.5674	0.1823	5.4854	1.702
3.70	0.4439	15.8050	4.3949	3.5962	0.1792	5.5805	1.719
3.72	0.4433	15.9781	4.4075	3.6252	0.1761	5.6773	1.736
3.74	0.4426	16.1522	4.4200	3.6543	0.1731	5.7755	1.754
3.76	0.4420	16.3272	4.4324	3.6836	0.1702	5.8754	1.771
3.78	0.4414	16.5031	4.4447	3.7130	0.1673	5.9770	1.788
3.80	0.4407	16.6800	4.4568	3.7426	0.1645	6.0801	1.805
3.82	0.4401	16.8578	4.4688	3.7723	0.1617	6.1849	1.822
3.84	0.4395	17.0365	4.4807	3.8022	0.1589	6.2914	1.839
3.86	0.4389	17.2162	4.4924	3.8323	0.1563	6.3997	1.856
3.88	0.4383	17.3968	4.5041	3.8625	0.1536	6.5096	1.873
3.90	0.4377	17.5783	4.5156	3.8928	0.1510	6.6213	1.890
3.92	0.4372	17.7608	4.5270	3.9233	0.1485	6.7348	1.907
3.94	0.4366	17.9442	4.5383	3.9540	0.1460	6.8500	1.924
3.96	0.4360	18.1285	4.5494	3.9848	0.1435	6.9671	1.941
3.98	0.4355	18.3138	4.5605	4.0157	0.1411	7.0861	1.958
4.00	0.4350	18.5000	4.5714	4.0469	0.1388	7.2069	1.975
4.02	0.4344	18.6871	4.5823	4.0781	0.1364	7.3296	1.992

TABLE I (Suite): Ecoulement à onde de choc normale d'un gaz parfait ( $\gamma = 1.4$ ).

$M_1$	$M_2$	$p_2 / p_1$	$\rho_2 / \rho_1$	$T_2 / T_1$	$p_{02} / p_{01}$	$A_2^* / A_1^*$	$\frac{\Delta s}{R}$
$M_1 \sin \sigma$	$M_2 \sin(\sigma - \delta)$		$V_1 / V_2$ $V_{n1} / V_{n2}$				
4.04	0.4339	18.8752	4.5930	4.1096	0.1342	7.4542	2.009
4.06	0.4334	19.0642	4.6036	4.1412	0.1319	7.5807	2.026
4.08	0.4329	19.2541	4.6141	4.1729	0.1297	7.7092	2.042
4.10	0.4324	19.4450	4.6245	4.2048	0.1276	7.8397	2.059
4.12	0.4319	19.6368	4.6348	4.2368	0.1254	7.9721	2.076
4.14	0.4314	19.8295	4.6450	4.2690	0.1234	8.1067	2.093
4.16	0.4309	20.0232	4.6550	4.3014	0.1213	8.2433	2.109
4.18	0.4304	20.2178	4.6650	4.3339	0.1193	8.3819	2.126
4.20	0.4299	20.4133	4.6749	4.3666	0.1173	8.5227	2.143
4.22	0.4295	20.6098	4.6847	4.3994	0.1154	8.6656	2.159
4.24	0.4290	20.8072	4.6944	4.4324	0.1135	8.8107	2.176
4.26	0.4286	21.0055	4.7040	4.4655	0.1116	8.9579	2.193
4.28	0.4281	21.2048	4.7135	4.4988	0.1098	9.1074	2.209
4.30	0.4277	21.4050	4.7229	4.5322	0.1080	9.2591	2.226
4.32	0.4272	21.6061	4.7322	4.5658	0.1062	9.4131	2.242
4.34	0.4268	21.8082	4.7414	4.5995	0.1045	9.5693	2.259
4.36	0.4264	22.0112	4.7505	4.6334	0.1028	9.7279	2.275
4.38	0.4260	22.2151	4.7595	4.6675	0.1011	9.8889	2.291
4.40	0.4255	22.4200	4.7685	4.7017	0.0995	10.0522	2.308
4.42	0.4251	22.6258	4.7773	4.7361	0.0979	10.2179	2.324
4.44	0.4247	22.8325	4.7861	4.7706	0.0963	10.3860	2.340
4.46	0.4243	23.0402	4.7948	4.8053	0.0947	10.5566	2.357
4.48	0.4239	23.2488	4.8034	4.8401	0.0932	10.7297	2.373
4.50	0.4236	23.4583	4.8119	4.8751	0.0917	10.9053	2.389
4.52	0.4232	23.6688	4.8203	4.9102	0.0902	11.0835	2.405
4.54	0.4228	23.8802	4.8287	4.9455	0.0888	11.2642	2.422
4.56	0.4224	24.0925	4.8369	4.9810	0.0874	11.4476	2.438
4.58	0.4220	24.3058	4.8451	5.0166	0.0860	11.6336	2.454
4.60	0.4217	24.5200	4.8532	5.0523	0.0846	11.8222	2.470
4.62	0.4213	24.7351	4.8612	5.0882	0.0832	12.0135	2.486
4.64	0.4210	24.9512	4.8692	5.1243	0.0819	12.2076	2.502
4.66	0.4206	25.1682	4.8771	5.1605	0.0806	12.4044	2.518
4.68	0.4203	25.3861	4.8849	5.1969	0.0793	12.6040	2.534
4.70	0.4199	25.6050	4.8926	5.2334	0.0781	12.8064	2.550
4.72	0.4196	25.8248	4.9002	5.2701	0.0769	13.0117	2.566
4.74	0.4192	26.0455	4.9078	5.3070	0.0756	13.2199	2.582
4.76	0.4189	26.2672	4.9153	5.3440	0.0745	13.4309	2.598
4.78	0.4186	26.4898	4.9227	5.3811	0.0733	13.6449	2.613
4.80	0.4183	26.7133	4.9301	5.4184	0.0721	13.8619	2.629
4.82	0.4179	26.9378	4.9374	5.4559	0.0710	14.0820	2.645
4.84	0.4176	27.1632	4.9446	5.4935	0.0699	14.3050	2.661
4.86	0.4173	27.3895	4.9518	5.5313	0.0688	14.5311	2.676
4.88	0.4170	27.6168	4.9589	5.5692	0.0677	14.7604	2.692
4.90	0.4167	27.8450	4.9659	5.6073	0.0667	14.9928	2.708
4.92	0.4164	28.0741	4.9728	5.6455	0.0657	15.2283	2.723
4.94	0.4161	28.3042	4.9797	5.6839	0.0647	15.4671	2.739
4.96	0.4158	28.5352	4.9865	5.7224	0.0637	15.7092	2.754
4.98	0.4155	28.7671	4.9933	5.7611	0.0627	15.9545	2.770
5.00	0.4152	29.0000	5.0000	5.8000	0.0617	16.2031	2.785
$\infty$	0.3780	$\infty$	6.0000	$\infty$	0	$\infty$	$\infty$