Chapitre

Ecoulement de Fanno

5

Cet écoulement adiabatique qui ne respecte pas l'évolution de la section *S* d'un écoulement isentropique, est essentiellement irréversible. Il est extrêmement fréquent en pratique et est appelé écoulement de Fanno

5.1 Ecoulement compressible dans les conduites avec friction (Théorie de FANNO)

Le chapitre (II) a montré l'effet de changement de section sur un écoulement compressible en négligeant le transfert de chaleur et (le frottement) la friction. Nous pourrions maintenant ajouter la friction et le transfert de chaleur au changement de section et considérer les effets couplés, qui sont faits dans des textes avancés. Au lieu de cela, comme une introduction élémentaire, cette section traite seulement l'effet de la friction, en négligeant le changement de section et le transfert de chaleur. Les suppositions de base sont :

- 1. Ecoulement unidimensionnel, stationnaire et adiabatique
- 2. Gaz parfait avec des chaleurs spécifiques constantes
- 3. Conduite à section droite constante
- 4. Travail mécanique et changements d'énergie potentielle négligeables
- 5. Contrainte de cisaillement pariétale corrélée par un facteur de friction de Darcy En effet, nous étudions un problème de friction des tuyauteries de type Moody, mais avec de grands changements de l'énergie cinétique, l'enthalpie et la pression dans le courant fluide.

Considérons le volume de contrôle élémentaire de la conduite de section A et la longueur dx dans la figure (5-1). La section est constante, mais d'autres propriétés de flux (P, ρ, T, h, V) peuvent varier avec x.

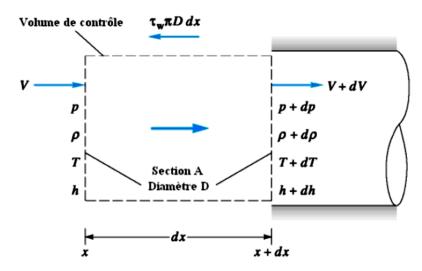


Fig. 5-1 : Volume de contrôle élémentaire pour un écoulement avec friction dans une conduite de section constante.

5.2 Équations de l'écoulement de Fanno

Les équations générales, appliquées à ce cas particulier, s'écrivent comme suit.

Continuité :

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 = \frac{\dot{M}}{A} = \dot{m} = C^{st} \tag{5.1}$$

Où \dot{m} est le débit-masse par unité de surface encore appelé vitesse massique ou densité de flux massique. C'est une constante puisque $\dot{M}_1 = \dot{M}_2$ et $A_1 = A_2$. Cette équation peut encore s'écrire :

$$\frac{\partial \rho}{\rho} + \frac{\partial V}{V} = 0 \tag{5.2}$$

Bilan de quantité de mouvement

$$VdV + \frac{dP}{\rho} = -fdA \tag{5.3}$$

❖ Bilan de l'énergie

$$dh + VdV = 0 (5.4)$$

Équations d'état du fluide

$$dh = C_p dT, \quad h = C_p T + C^{st} \tag{5.5}$$

$$\frac{P}{\rho} = rT \implies \frac{dP}{P} - \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dT}{T} \tag{5.6}$$

5.3 Évolution du fluide en diagramme entropique

L'expression de la variation d'entropie d'un gaz parfait idéal est donnée par

$$s - s_1 = C_p \ln \frac{T}{T_1} - r \ln \frac{P}{P_1} \tag{5.7}$$

L'indice 1 est relatif à une section de référence amont. En combinant les équations d'état (5.5) et (5.6), l'équation (5.4) et l'équation de continuité (5.1), on peut écrire successivement :

$$\frac{P}{P_1} = \frac{\rho T}{\rho_1 T_1} = \frac{V_1}{V} \frac{T}{T_1} \tag{5.8}$$

$$\frac{V^2 - V_1^2}{2} = h_1 - h = C_p(T_1 - T)$$

Soit:

$$\frac{V}{V_1} = \left[1 + \frac{2C_p}{V_1^2} \left(T_1 - T\right)\right]^{1/2} \tag{5.9}$$

Ou encore, en notant que : $V_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1}$

$$\frac{V}{V_1} = \left[1 + \frac{2C_p}{\dot{m}^2} \rho_1^2 (T_1 - T)\right]^{1/2} \tag{5.10}$$

En combinant les équations (5.7), (5.8), (5.10) et la relation de Mayer pour les gaz parfaits, on obtient :

$$s - s_1 = C_v \ln \frac{T}{T_1} + \frac{r}{2} \ln \left[1 + \frac{2C_p}{\dot{m}^2} \rho_1^2 (T_1 - T) \right]$$
 (5.11)

C'est l'équation de la courbe s(T) à conditions amont données T_I et P_I (ou T_I et ρ_I) pour une valeur \dot{m} de la vitesse massique. La figure 5-2 représente de telles courbes caractérisant l'évolution du fluide en écoulement de Fanno pour diverses valeurs de la densité de flux massique et une température génératrice $T_0 = T_{0I}$ donnée.

Outre cette température génératrice, constante pour tout l'écoulement, ont été portées, sur cette figure, l'enthalpie génératrice de tout l'écoulement $h_{01} = h_0$ et la pression génératrice P_{01} du point 1. On rappelle que, l'écoulement étant irréversible, les pressions génératrices des divers points de l'écoulement évoluent avec le point considéré.

La famille de courbes de la figure 5-2 peut être tracée à partir des considérations suivantes. La température génératrice étant fixée, il existe un lien entre la température et la pression de référence 1 pour chaque valeur de la vitesse massique \dot{m} . Cette relation s'obtient en combinant les équations (5.18), l'équation d'état (5.6) et l'équation de conservation de la masse (5.1):

$$T_0 = T_1 + \frac{r^2}{2C_p} \frac{\dot{m}^2}{P_1^2} T_1^2$$

$$T_1 = \frac{C_p}{r^2} \frac{P_1^2}{\dot{m}^2} \left(\sqrt{1 + 2\frac{r^2}{C_p} \frac{\dot{m}^2}{P_1^2} T_0} - 1 \right)$$
(5.12)

C'est cette température qui doit être introduite dans la relation (5.11), en prenant soin, pour tout changement de \dot{m} , de prendre une nouvelle valeur de s_I correspondant, à la pression de référence P_I (dont la valeur, au départ du tracé n'a aucune importance, mais qui sera ensuite conservée constante pour l'ensemble du tracé) et à la nouvelle température T_I .

Notons enfin que, selon la relation (5.12), à T_1 constante, si P_1 augmente, \dot{m} doit augmenter. Ainsi, les courbes à forte valeur de \dot{m} sont situées dans la partie gauche du diagramme.

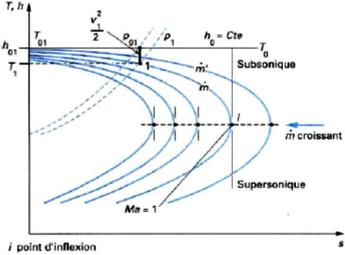


Fig. 5-2 : Évolution du fluide en écoulement de Fanno pour une température génératrice donnée.

5.4 Lignes de Fanno et la nature de l'écoulement

L'équation différentielle de l'entropie s'écrit :

$$ds = C_v \frac{dT}{T} - r \frac{d\rho}{\rho} \tag{5.13}$$

Ce qui, compte tenu de l'équation de continuité (5.2), de l'équation (5.4) et de l'équation d'état (5.5), devient :

$$ds = \left(\frac{c_v}{T} - \frac{r \, c_p}{V^2}\right) dT \tag{5.14}$$

En exprimant Cp et C_v en fonction de r et de γ par application de la relation de Mayer :

$$C_v = \frac{r}{r-1} \text{ et } C_p = \frac{r\gamma}{r-1}$$
 (5.15)

L'équation (5.14) s'écrit :

$$ds = \frac{r}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{T} - \frac{r \gamma}{V^2} \right) dT$$

L'introduction de la vitesse du son, donnée par $=\sqrt{\gamma rT}$, permet de remplacer la constante du gaz r par l'expression : $r=\frac{a^2}{\gamma T}$

Alors, la pente de la courbe d'évolution de l'écoulement de Fanno, représentée dans le diagramme (*T*, *s*), s'écrit :

$$\frac{dT}{ds} = -\frac{T^2}{V^2} \frac{\gamma(\gamma - 1)}{1 - M^2} M^4$$
 5.16)

Ainsi, pour M = 1, on a $\frac{dT}{ds} = \infty$, ce qui correspond à une tangente verticale aux courbes de la figure 5-2 :

ightharpoonup Si $\frac{dT}{ds} < 0 \Rightarrow M < 1$, l'écoulement est subsonique ;

$$ightharpoonup ext{Si} rac{dT}{ds} > 0 \Rightarrow M > 1$$
, l'écoulement est supersonique

Pour diverses valeurs de la vitesse massique \dot{m} , le point à tangente verticale (M=1) est située à la même valeur de la température ou de l'enthalpie (figure 5-2).

Comme lors d'une transformation adiabatique irréversible, l'entropie ne peut qu'augmenter, l'évolution du fluide en écoulement, donc à $\dot{m}=C^{st}$, a nécessairement lieu dans le sens indiqué par les flèches sur la figure 5-3. S'il est subsonique au départ, il ne peut que rester subsonique, la vitesse augmentant dans le sens de l'écoulement. Si l'écoulement est supersonique, il le restera également, la vitesse diminuant dans le sens de l'écoulement.

Les pertes de charge de l'écoulement sont déduites de la relation (5.3) :

$$d\tau = -VdV - \frac{dP}{\rho} \tag{5.17}$$

Par ailleurs, l'étude semi-empirique de l'écoulement d'un fluide dans une canalisation montre que les pertes de charge *J* peuvent s'exprimer par :

$$J = \frac{\lambda}{D} \, \frac{u^2}{2} \, \frac{\ell}{g}$$

Avec λ coefficient de pertes de charge,

D diamètre de la canalisation,

 ℓ sa longueur,

u la vitesse moyenne débitante.

En écoulement monodimensionnel, ces pertes de charge peuvent s'écrire :

$$d\tau = \frac{\lambda}{D} \frac{V^2}{2} ds \tag{5.18}$$

Pour simplifier le raisonnement, on néglige le terme relatif à l'énergie cinétique dans l'équation (5.17). La combinaison des équations (5.17) et (5.18), compte tenu de la relation de continuité (5.1), donne :

$$dP \simeq -\frac{\lambda}{2D} \frac{\dot{m}^2}{a} ds \tag{9}$$

En prenant une valeur moyenne de ρ sur la longueur ℓ séparant les deux sections considérées, on a :

$$\Delta P_{12} = -\frac{\lambda}{2D} \frac{\dot{m}^2}{\overline{\rho}} \ell \tag{5.20}$$

Ou encore:

$$\dot{m} = \sqrt{-\frac{2\,\overline{\rho}\,D}{\lambda\,\ell}}\,\Delta P_{12} \tag{5.21}$$

Compte tenu de l'hypothèse simplificatrice relative à l'énergie cinétique dans l'équation (5.17), cette relation n'est qu'approchée, l'erreur devenant de plus en plus importante au fur et à mesure que la vitesse se rapproche de la vitesse du son. L'équation (5.21) permet cependant de faire les constatations suivantes.

- Si on augmente la longueur sans changer la section A de la canalisation, ni la pression P_2 , pour un état générateur 01 constant :
- la vitesse massique \dot{m} diminue; elle devient \dot{m}' par exemple, les points 1 et 2 passant respectivement en 1' et 2' (figure 5-3)
- le débit-masse \dot{M} et la vitesse V diminuent.
- Si on diminue la section A (ou le diamètre D) de la canalisation sans changer ni ℓ , ni P_2 , l'évolution est de même nature que précédemment.
- Il en est de même si la rugosité de la paroi augmente (augmentation de λ).
- Si on diminue la pression P_2 en gardant les autres paramètres constants :
- la vitesse massique augmente, la courbe de Fanno évolue sur la gauche, les points caractérisant l'état du fluide dans les sections 1 et 2 deviennent 1" et 2" (fig. 5-3);
- le débit-masse \dot{M} augmente et la vitesse augmente également.

Si dans le dernier cas étudié la pression P_2 baisse suffisamment, l'évolution de la courbe de Fanno et celle de l'isobare peuvent atteindre la position \dot{m}''' de la figure 5-3. L'écoulement est alors sonique dans la section 2. Toute diminution de la pression n'a alors plus d'incidence sur l'écoulement puisqu'une augmentation du débit signifierait, sur la nouvelle courbe de Fanno, une évolution du point 2 vers les entropies décroissantes à partir du point à tangente verticale, ce qui est thermodynamiquement impossible (puisque $\delta q = 0$). Il y a alors blocage sonique de l'écoulement. La pression dans la section 2 reste égale à P_2 et si, à l'aval, la pression diminue, on observe une diminution brusque de la pression et la formation d'ondes de détente. L'écoulement ne suit plus, à l'aval, les lois de l'écoulement

Dans le cas où l'écoulement est initialement supersonique, l'évolution sur la courbe de Fanno montre qu'il ne peut que rester supersonique (augmentation de *s*) avec un nombre de Mach se rapprochant de l'unité à moins que, grâce à une discontinuité, un saut puisse avoir lieu de la branche basse de la courbe de Fanno à la branche haute de la même courbe (figure 5-4). Cette discontinuité, appelée onde de choc, correspond à une transition de l'écoulement du régime supersonique au régime subsonique. Elle a lieu avec une augmentation brusque de pression et d'entropie compte tenu de son caractère irréversible. Cette discontinuité est étudiée au chapitre 4.

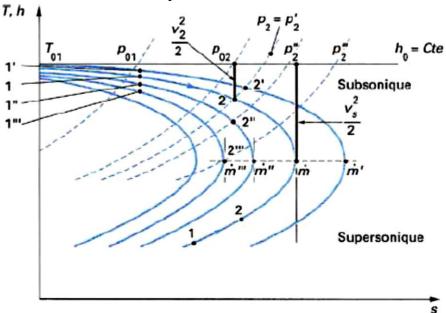


Fig. 5-3 : Sens d'évolution du fluide et régimes d'écoulement en conduite cylindrique.

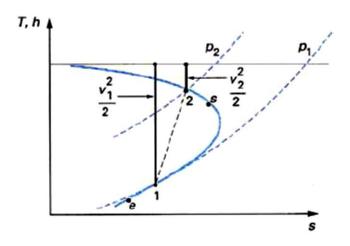


Fig. 5-4 : Transition régime supersonique-régime subsonique par onde de choc en écoulement de Fanno.

TABLE I : Ecoulement adiabatique d'un fluide visqueux dans une canalisation de section constante, gaz parfait (γ =1.4). (Courbes de Fanno).

M	$f\overline{\mathcal{L}}^*/D$	p/p^*	T/T^*	ρ/ρ^*	p_0/p_0^*
				V^*/V	
0.00	∞	œ	1.2000	œ	œ
0.02	1778.4500	54.7701	1.1999	45.6454	28.9421
0.04	440.3523	27.3817	1.1996	22.8254	14.4815
0.06	193.0311	18.2509	1.1991	15.2200	9.6659
0.08	106.7182	13.6843	1.1985	11.4182	7.2616
0.10	66.9216	10.9435	1.1976	9.1378	5.8218
0.12	45.4080	9.1156	1.1966	7.6182	4.8643
0.14	32.5113	7.8093	1.1953	6.5333	4.1824
0.16	24.1978	6.8291	1.1939	5.7200	3.6727
0.18	18.5427	6.0662	1.1923	5.0879	3.2779
0.20	14.5333	5.4554	1.1905	4.5826	2.9635
0.22	11.5961	4.9554	1.1885	4.1694	2.7076
0.24	9.3865	4.5383	1.1863	3.8255	2.4956
0.26	7.6876	4.1851	1.1840	3.5347	2.3173
0.28	6.3572	3.8820	1.1815	3.2857	2.1656
0.30	5.2993	3.6191	1.1788	3.0702	2.0351
0.32	4.4467	3.3887	1.1759	2.8818	1.9219
0.34	3.7520	3.1853	1.1729	2.7158	1.8229
0.36	3.1801	3.0042	1.1697	2.5684	1.7358
0.38	2.7054	2.8420	1.1663	2.4367	1.6587
0.40	2.3085	2.6958	1.1628	2.3184	1.5901
0.42	1.9744	2.5634	1.1591	2.2115	1.5289
0.44	1.6915	2.4428	1.1553	2.1145	1.4740
0.46	1.4509	2.3326	1.1513	2.0261	1.4246
0.48	1.2453	2.2313	1.1471	1.9451	1.3801
0.50	1.0691	2.1381	1.1429	1.8708	1.3398
0.52 0.54	0.9174	2.0519	1.1384 1.1339	1.8024 1.7391	1.3034 1.2703
0.56	0.7866 0.6736	1.9719 1.8975	1.1292	1.6805	1.2403
0.58	0.5757	1.8282	1.1292	1.6260	1.2403
0.60	0.4908	1.7634	1.1194	1.5753	1.1882
0.62	0.4172	1.7026	1.1194	1.5279	1.1656
0.64	0.3533	1.6456	1.1091	1.4836	1.1451
0.66	0.2979	1.5919	1.1031	1.4421	1.1265
0.68	0.2498	1.5413	1.0984	1.4032	1.1097
0.70	0.2081	1.4935	1.0929	1.3665	1.0944
0.72	0.1721	1.4482	1.0873	1.3320	1.0806
0.74	0.1411	1.4054	1.0815	1.2994	1.0681
0.76	0.1145	1.3647	1.0757	1.2686	1.0570
0.78	0.0917	1.3261	1.0698	1.2395	1.0471
0.80	0.0723	1.2893	1.0638	1.2119	1.0382
0.82	0.0559	1.2542	1.0578	1.1858	1.0305
0.84	0.0423	1.2208	1.0516	1.1609	1.0237
0.86	0.0310	1.1889	1.0454	1.1373	1.0179

TABLE I (Suite): Ecoulement adiabatique d'un fluide visqueux dans une canalisation de section constante, gaz parfait (γ =1.4). (Courbes de Fanno)

M	$f\overline{\mathcal{L}}^*/D$	p/p^*	T/T^*	PIP	p_0/p
				V^*/V	
0.88	0.0218	1.1583	1.0391	1.1148	1.012
0.90	0.0145	1.1291	1.0327	1.0934	1.008
0.92	0.0089	1.1011	1.0263	1.0730	1.005
0.94	0.0048	1.0743	1.0198	1.0535	1.003
0.96	0.0021	1.0485	1.0132	1.0348	1.001
0.98	0.0005	1.0238	1.0066	1.0170	1.000
1.00	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.000
1.02	0.0005	0.9771	0.9933	0.9837	1.000
1.04	0.0018	0.9551	0.9866	0.9681	1.001
1.06	0.0038	0.9338	0.9798	0.9531	1.002
1.08	0.0066	0.9133	0.9730	0.9387	1.005
1.10	0.0099	0.8936	0.9662	0.9249	1.007
1.12	0.0138	0.8745	0.9593	0.9116	1.011
1.14	0.0182	0.8561	0.9524	0.8988	1.015
1.16	0.0230	0.8383	0.9455	0.8865	1.019
1.18	0.0281	0.8210	0.9386	0.8747	1.024
1.20	0.0336	0.8044	0.9317	0.8633	1.030
1.22	0.0394	0.7882	0.9247	0.8524	1.036
1.24	0.0455	0.7726	0.9178	0.8418	1.043
1.26	0.0517	0.7574	0.9108	0.8316	1.050
1.28	0.0582	0.7427	0.9038	0.8218	1.058
1.30	0.0382	0.7285	0.8969	0.8123	1.066
1.32	0.0716	0.7283	0.8899	0.8031	1.075
1.34	0.0718	0.7012	0.8829	0.7942	1.073
1.36	0.0855	0.6882	0.8829	0.7856	1.094
1.38	0.0833	0.6755	0.8690	0.7773	1.104
1.40					
1.42	0.0997	0.6632 0.6512	0.8621 0.8551	0.7693 0.7615	1.114 1.126
1.44	0.1069	0.6396	0.8331	0.7540	1.120
1.46				0.7467	1.150
	0.1215	0.6282	0.8413		
1.48	0.1288	0.6172	0.8344	0.7397	1.162 1.176
	0.1360	0.6065	0.8276 0.8207	0.7328	1.176
1.52	0.1433 0.1506			0.7262	
		0.5858	0.8139	0.7198	1.204
1.56	0.1579	0.5759	0.8071	0.7135	1.219
1.58	0.1651	0.5662 0.5568	0.8004	0.7074	1.234
1.62	0.1724 0.1795	0.5368	0.7937 0.7869	0.7016 0.6958	1.250 1.266
					1.283
1.64	0.1867	0.5386	0.7803	0.6903	
1.66	0.1938	0.5299	0.7736	0.6849	1.301
1.68	0.2008	0.5213	0.7670	0.6796	1.319
1.70	0.2078	0.5130	0.7605	0.6745	1.337
1.72	0.2147	0.5048	0.7539	0.6696	1.356
1.74	0.2216	0.4969	0.7474	0.6648	1.376
1.76	0.2284	0.4891	0.7410	0.6601	1.396
1.78	0.2352	0.4815	0.7345	0.6555	1.417
1.80	0.2419	0.4741	0.7282	0.6511	1.439
1.82	0.2485	0.4668	0.7218	0.6467	1.461
1.84	0.2551	0.4597	0.7155	0.6425	1.483
1.86	0.2616	0.4528	0.7093	0.6384	1.506
1.88	0.2680	0.4460	0.7030	0.6344	1.530
1.90	0.2743	0.4394	0.6969	0.6305	1.555
1 00	0.2806	0.4329	0.6907	0.6267	1.580

TABLE I (Suite): Ecoulement adiabatique d'un fluide visqueux dans une canalisation de section constante, gaz parfait (γ =1.4). (Courbes de Fanno)

M	$f\overline{\mathcal{L}}^*/D$	p/p^*	T/T^*	ρ/ρ^*	p_0/p_0^*
	•			V^*/V	- 0 - 0
1.94	0.2868	0.4265	0.6847	0.6230	1.6062
1.94	0.2929	0.4203	0.6786	0.6193	1.6326
1.98	0.2929	0.4142	0.6726	0.6158	1.6597
2.00	0.3050	0.4082	0.6667	0.6124	1.6875
2.02	0.3109	0.4024	0.6608	0.6090	1.7160
2.04	0.3168	0.3967	0.6549	0.6057	1.7451
2.06	0.3225	0.3911	0.6491	0.6025	1.7750
2.08	0.3282	0.3856	0.6433	0.5994	1.8056
2.10	0.3339	0.3802	0.6376	0.5963	1.8369
2.12	0.3394	0.3750	0.6320	0.5934	1.8690
2.14	0.3449	0.3698	0.6263	0.5905	1.9018
2.16	0.3503	0.3648	0.6208	0.5876	1.9354
2.18	0.3556	0.3598	0.6152	0.5848	1.9698
2.20	0.3609	0.3549	0.6098	0.5821	2.0050
2.22	0.3661	0.3502	0.6043	0.5794	2.0409
2.24	0.3712	0.3455	0.5989	0.5768	2.0777
2.26	0.3763	0.3409	0.5936	0.5743	2.1153
2.28	0.3813	0.3364	0.5883	0.5718	2.1538
2.30	0.3862	0.3320	0.5831	0.5694	2.1931
2.32	0.3911	0.3277	0.5779	0.5670	2.2333
2.34	0.3959	0.3234	0.5728	0.5647	2.2744
2.36	0.4006	0.3193	0.5677	0.5624	2.3164
2.38	0.4053	0.3152	0.5626	0.5602	2.3593
2.40	0.4099	0.3111	0.5576	0.5580	2.4031
2.42	0.4144	0.3072	0.5527	0.5558	2.4479
2.44	0.4189	0.3033	0.5478	0.5537	2.4936
2.46	0.4233	0.2995	0.5429	0.5517	2.5403
2.48	0.4277	0.2958	0.5381	0.5497	2.5880
2.50	0.4320	0.2921	0.5333	0.5477	2.6367
2.52	0.4362	0.2885	0.5286	0.5458	2.6864
2.54	0.4404	0.2850	0.5239	0.5439	2.7372
2.56	0.4445	0.2815	0.5193	0.5421	2.7891
2.58	0.4486	0.2781	0.5147	0.5402	2.8420
2.60	0.4526	0.2747	0.5102	0.5385	2.8960
2.62	0.4565	0.2714	0.5057	0.5367	2.9511
2.64	0.4604	0.2682	0.5013	0.5350	3.0073
2.66	0.4643	0.2650	0.4969	0.5333	3.0647
2.68	0.4681	0.2619	0.4925	0.5317	3.1233
2.70	0.4718	0.2588	0.4882	0.5301	3.1830
2.72	0.4755	0.2558	0.4839	0.5285	3.2439
2.74	0.4791	0.2528	0.4797	0.5269	3.3061
2.76	0.4827	0.2498	0.4755	0.5254	3.3695
2.78	0.4863	0.2470	0.4714	0.5239	3.4342
2.80	0.4898	0.2441	0.4673	0.5225	3.5001
2.82	0.4932	0.2414	0.4632	0.5210	3.5674
2.84	0.4966	0.2386	0.4592	0.5196	3.6359
2.86	0.5000	0.2359	0.4552	0.5182	3.7058
2.88	0.5033	0.2333	0.4513	0.5169	3.7771
2.90	0.5065	0.2307	0.4474	0.5155	3.8498
2.92	0.5097	0.2281	0.4436	0.5142	3.9238
2.94	0.5129	0.2256	0.4398	0.5129	3.9993
2.96	0.5160	0.2231	0.4360	0.5116	4.0762
2.98	0.5191	0.2206	0.4323	0.5104	4.1547

TABLE I (Suite): Ecoulement adiabatique d'un fluide visqueux dans une canalisation de section constante, gaz parfait (γ =1.4). (Courbes de Fanno)

. 16	≂* . =	, *	m /=*	. *	. *
, M	$f\overline{\mathcal{L}}^*$ / D	p/p^*	T/T^*	ρ/ρ^*	p_0/p_0
				V^*/V	
3.00	0.5222	0.2182	0.4286	0.5092	4.2346
3.02	0.5252	0.2158	0.4249	0.5080	4.3160
3.04	0.5281	0.2135	0.4213	0.5068	4.3989
3.06	0.5310	0.2112	0.4177	0.5056	4.4835
3.08	0.5339	0.2090	0.4142	0.5045	4.5696
3.10	0.5368	0.2067	0.4107	0.5034	4.6573
3.12	0.5396	0.2045	0.4072	0.5023	4.7467
3.14	0.5424	0.2024	0.4038	0.5012	4.8377
3.16	0.5451	0.2002	0.4004	0.5001	4.9304
3.18	0.5478	0.1981	0.3970	0.4991	5.0248
3.20	0.5504	0.1961	0.3937	0.4980	5.1209
3.22	0.5531	0.1940	0.3904	0.4970	5.2189
3.24	0.5557	0.1920	0.3872	0.4960	5.3186
3.26	0.5582	0.1901	0.3839	0.4951	5.4201
3.28	0.5607	0.1881	0.3807	0.4941	5.5234
3.30	0.5632	0.1862	0.3776	0.4931	5.6286
3.32	0.5657	0.1843	0.3745	0.4922	5.7357
3.34	0.5681	0.1825	0.3714	0.4913	5.8448
3.36	0.5705	0.1806	0.3683	0.4904	5.9558
3.38	0.5729	0.1788	0.3653	0.4895	6.0687
3.40	0.5752	0.1770	0.3623	0.4886	6.1837
3.42	0.5775	0.1753	0.3594	0.4878	6.3007
3.44	0.5798	0.1736	0.3564	0.4869	6.4197
3.46	0.5820	0.1718	0.3535	0.4861	6.5409
3.48	0.5842	0.1702	0.3507	0.4853	6.6642
3.50	0.5864	0.1685	0.3478	0.4845	6.7896
3.52	0.5886	0.1669	0.3450	0.4837	6.9172
3.54	0.5907	0.1653	0.3422	0.4829	7.0470
3.56	0.5928	0.1637	0.3395	0.4821	7.1791
3.58	0.5949	0.1621	0.3368	0.4813	7.3134
3.60	0.5970	0.1606	0.3341	0.4806	7.4501
3.62 3.64	0.5990	0.1590 0.1575	0.3314	0.4799	7.5891 7.7304
	0.6010	0.1575	0.3288	0.4791	
3.66	0.6030		0.3262	0.4784	7.8742 8.0204
3.68 3.70	0.6049 0.6068	0.1546 0.1531	0.3236 0.3210	0.4777 0.4770	8.1690
3.72	0.6087	0.1517	0.3210	0.4770	8.3202
3.74	0.6106	0.1517	0.3160	0.4757	8.4739
3.76	0.6125	0.1303	0.3135	0.4750	8.6302
3.78	0.6143	0.1475	0.3111	0.4743	8.7891
3.80	0.6161	0.1462	0.3086	0.4737	8.9506
3.82	0.6179	0.1462	0.3062	0.4737	9.1147
3.84	0.6197	0.1436	0.3039	0.4724	9.2816
3.86	0.6214	0.1423	0.3015	0.4718	9.4513
3.88	0.6231	0.1410	0.2992	0.4712	9.6237
3.90	0.6248	0.1397	0.2969	0.4706	9.7989
3.92	0.6265	0.1385	0.2946	0.4700	9.9770
3.94	0.6282	0.1372	0.2923	0.4694	10.1580
3.96	0.6298	0.1360	0.2901	0.4688	10.3419
3.98	0.6315	0.1348	0.2879	0.4683	10.5288
4.00	0.6331	0.1336	0.2857	0.4677	10.7187
œ	0.8215	0.1550	0	0.4082	00
		-	-		