Université de M'sila 2019-2020 Département de T.C.T
Module: Maths 3

Exercice 1: trouvre la série de Fourier de

a) $f(t) = \left\{ \begin{array}{ll} (x-\pi)^2 & 0 \leq t \leq \pi \\ \pi^2 & \pi \leq t \leq 2\pi \end{array} \right\}$

b) $f(t) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & -1 \leq t \leq 0 \\ \cos \pi t & 0 \leq t \leq 1 \leq \end{array} \right\}$

d) $f(t) = e^t \quad 0 \leq t \leq 2\pi$, déuire la valeure de $\sum\limits_{n \geq 0} \frac{1}{n^2+1}$.

Exercice 2 : Trouver la série de Fourier en cosinus et en sinus de $f(t) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & 0 \leq t \leq 2 \\ t-2 & 2 < t < 4 \end{array} \right\}$

Exercice 3 : Montrer que si $f(t) = \left\{ \begin{array}{ll} \sin \frac{t}{2} & 0 \leq t < \pi \\ -\sin \frac{t}{2} & \pi < t \leq 2\pi \end{array} \right\}$ alors pour $t \in [-\pi, \pi]$ et $t \neq \pi$ on a $f(t) = \frac{8}{\pi} \sum\limits_{n \geq 1} (-1)^{n-1} \frac{n \sin nt}{4n^2-1}$

déduire que $\sum\limits_{n \geq 1} (-1)^{n-1} \frac{n-\frac{1}{2}}{n^2-n+\frac{3}{16}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$.

Exercice 4:Trouver la transformée de Fourier de:

1) $f(t) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & |t| < 1 \\ \frac{1}{2} & |t| = 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{array} \right\}$, déduire la valeur de $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin x \cos tx}{x} dx$.

2) $f(t) = e^{-|t|}$, déduire la valeur de $\frac{1}{\pi} \int\limits_0^{+\infty} \frac{\cos tx}{x^2+1} dx$.

Exercice 5: Trouver l'image par la transformqtion de Laplace de

a) $f(t) = 1 + \cos t + e^t$; b) $f(t) = 2t + e^{3t} \cos 3t + \sin st \cos 2t$, c) $f(t) = \frac{\sin 2t}{t}$, d) $f(t) = \int\limits_0^t \frac{\sin x}{x} dx$

e) Calculer la valeur de 1) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt$ et 2) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{e^{-at} - e^{-bt}}{t} dt$ ou $a, b > 0$.

Exercice 6: Trouver l'inverse (l'origine) de

a) $F(s) = \frac{1}{s^2-3}$ b) $F(s) = \frac{s}{s^2-s-2}$ c) $F(s) = \frac{e^{-s}}{s^2+s+1}$ d) $F(s) = \log\left(\frac{s+3}{s+2}\right)$

Exercice 7:En utilisant la transformée de Laplace, résoudre les équations défférentielles suivantes:

a) $u'' + 2u' + u + t = \cos t + e^{-t}$ avec $u(0) = u'(0) = \alpha$.

b) $tu' - u = 1$ avec $u(0) = \alpha$.

c) $\left\{ \begin{array}{c} u' + v' + u + v = 1 \\ u' + v = e^t \\ u(0) = -1, v(0) = 2 \end{array} \right\}$.