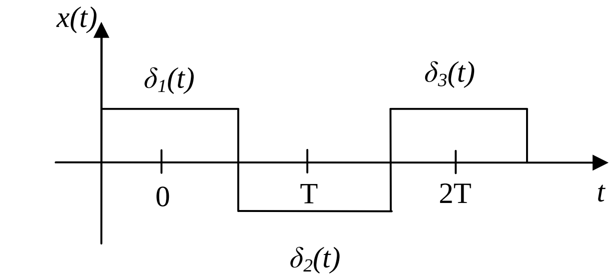
2-Transmissions Numériques en bande limitée

2.1. Introduction

Sources d'erreur (BER : Bit erreur) :-le bruit du canal (AWGN)

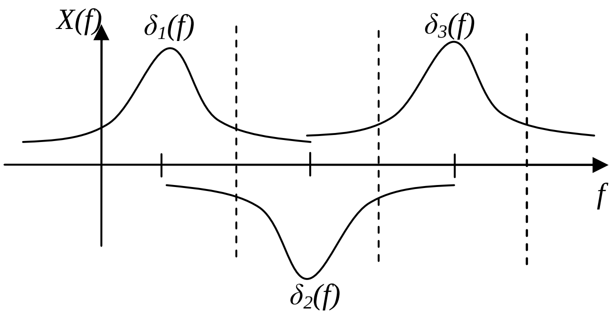
-Inter-Symbol Interference (ISI)

Soit le signal *x(t)* qui est constitué de trois impulsions :



On observe que le signal x(t) est fini dans le domaine temporel.

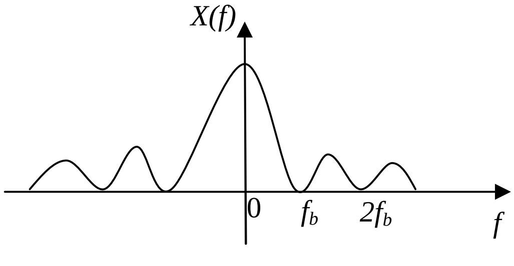
Appliquant la Transformée de Fourier, le spectre *X(f)* est :



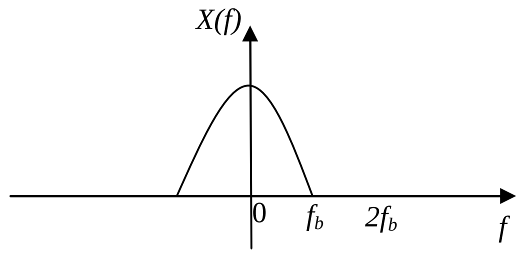
On observe que *X(f)* est infinie dans le domaine fréquentiel.

-On observe que dans le domaine temporel il n'y a pas de chevauchement entre les trois impulsions $\delta_1(t)$, $\delta_2(t)$ *et* $\delta_3(t)$, et dans l'instant d'échantillonnage d'une impulsion l'amplitude des autres impulsions est nul, donc il n'y a pas d'interférence entre symboles ISI.

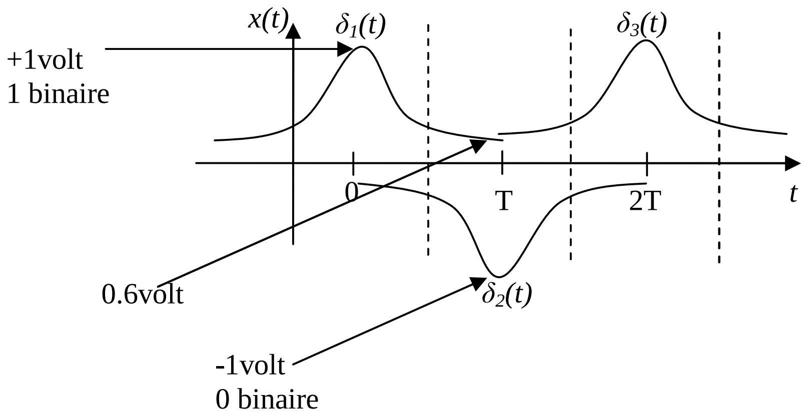
-Dans la transmission en bande de base on utilise des impulsions finies dans le temps qui impose une bande passante infinie mais pratiquement la bande passante du canal est finie donc signal sera filtré.



Le spectre est infini
Après filtrage



Le spectre est fini
Appliquant la TFI

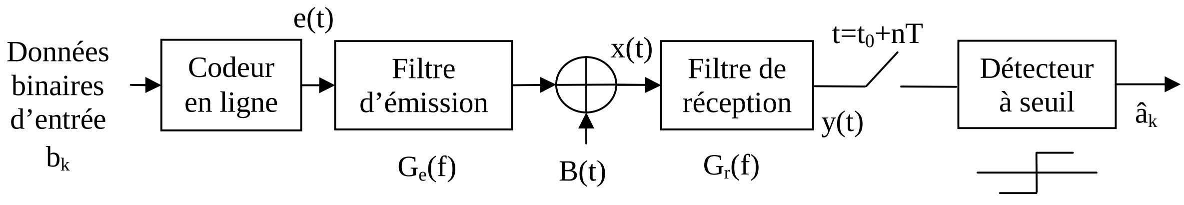


x(t) est infini dans le domaine temporel

Exemple : A l'instant t=T le signal transmis est seulement l'impulsion x(t)=$\delta_2(t)$=-1v, mais on remarque que *x(t)*=0.6+0.6-1=0.2volt>0 on choisi 1 binaire donc on produit une erreur (à cause des ISI).

2.2. Chaine de transmission numérique sur un canal à bande limitée

Considérons la transmission d'une suite de symbole M-aires sur un canal à bande limité. La limitation du canal est supposée due à la présence d'un filtre d'émission à la sortie du codeur en ligne.



-le signal à la sortie du codeur en ligne $e(t)$:

Soit un message numérique constitué par une suite d'éléments binaires a_k sur l'alphabet {0,1}, le signal de sortie du codeur en ligne $e(t)$ est :

$$e(t) = \sum_k a_k h(t - kT)$$

Où $h(t)$ est une forme d'onde de durée T

-le signal reçu $x(t)$:

$$x(t) = \sum_k a_k h_e(t - kT) + B(t)$$

Où $h_e(t) = h(t) * g_e(t)$

-À l'instant $t_0 + nT$ le signal à la sortie du filtre de réception et l'échantillonneur $y(t)$ est:

$$y(t_0 + nT) = \sum_k a_k r(t_0 + (n-k)T) + b(t_0 + nT)$$

Où $r(t) = h_e(t) * g_r(t)$ et $b(t) = B(t) * g_r(t)$

L'échantillon $y(t_0 + nT)$ dépend du symbole a_n, mais aussi des symboles antérieurs, et même postérieurs, au symbole a_n si l'instant initial de décision t_0 est supérieur à T .

Exemple :

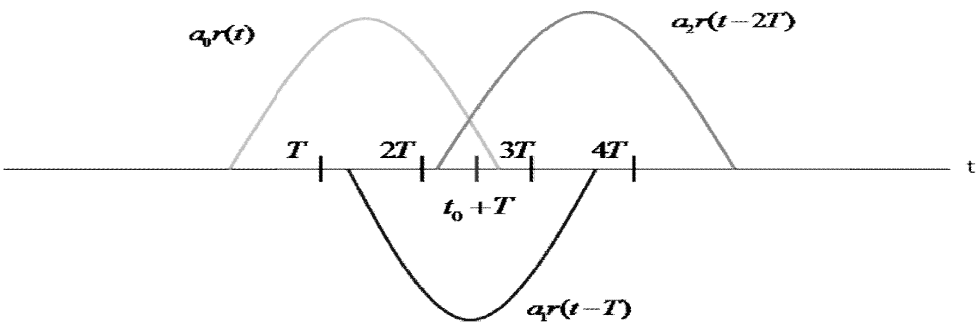


Illustration de l'interférence entre symbole ISI (Inter Symbol Interference) :

À l'instant $t_0 + nT$, le signal échantillonné dépend du symbole a_1 mais aussi des symboles a_0 et a_2

L'échantillon $y(t_0 + nT)$ est la somme de 03 termes:

$$y(t_0 + nT) = \underbrace{a_n r(t_0)}_{utile} + \underbrace{\sum_{m \neq 0} a_{n-m} r(t_0 + mT)}_{\text{int} \, erférence \, entre \, symbole \, IES} + \underbrace{b(t_0 + nT)}_{bruit}$$

Le 1[er] terme $a_n r(t_0)$ représente la contribution du i[ème] bit (bit désiré ou utile)

Le 2ème terme représente les effets résiduels des autres symboles transmises est appelé Interférence Entre Symbole (ISI).

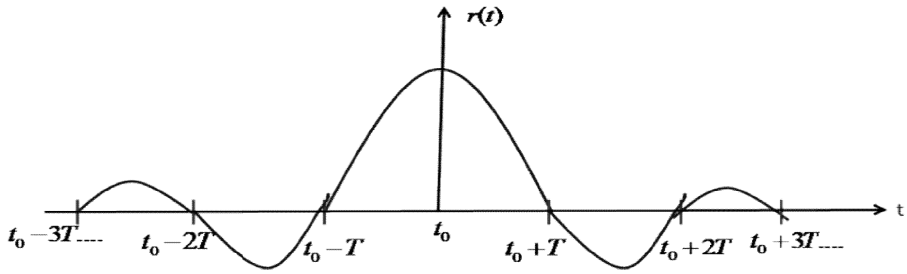
le 3ème représente le bruit.

3.2. Condition d'absence D'ISI - Critère de Nyquist

3.2.1. Condition temporelle d'absence D'ISI

L'absence d'ISI aux instants de décision ($t_0 + nT$), impose que l'impulsion $r(t)$ vérifie la condition suivante:

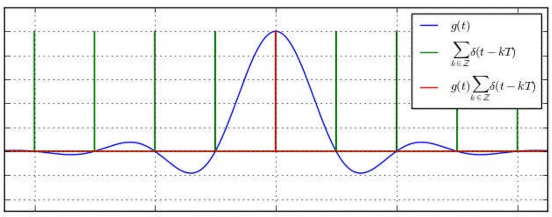
$$r(t_0 + nT) = \begin{cases} r(t_0) & si \;\; n = 0 \\ 0 & si \;\; n \neq 0 \end{cases} \qquad n \in z \qquad \text{(Critère de Nyquist – Temporel)}$$



3.2.2. Condition fréquentielle d'absence des ISI

La condition temporelle peut être réécrite en temps continu comme suite :

$$r(t).\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT) = \delta(t)$$



Appliquant la transformée de Fourier on obtient :

$$R(f) * TF\left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)\right] = TF[\delta(t)]$$

$$TF\left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)\right] = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T}\right)$$, TF peigne de Dirac.

$TF[\delta(t)]=1$, TF impulsion de Dirac.

$$\Rightarrow R(f) * \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f-\frac{k}{T}\right)=1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R\left(f-\frac{k}{T}\right)=1$$

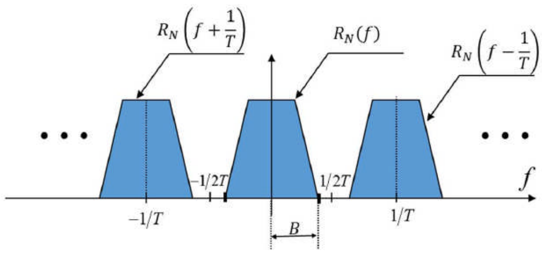
La condition fréquentielle d'absence des ISI est :

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} R\left(f-\frac{k}{T}\right)=T\ , \qquad \text{(Critère de Nyquist – fréquentiel)}$$

L'addition de *R(f)* et ses copies à tous les *n/T* donne un résultat constant *T* pour toutes *f*.

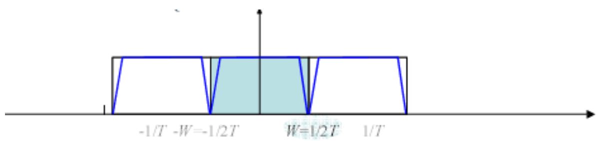
On à trois cas à considérer :

1) $B<\frac{1}{2T}$ **:**

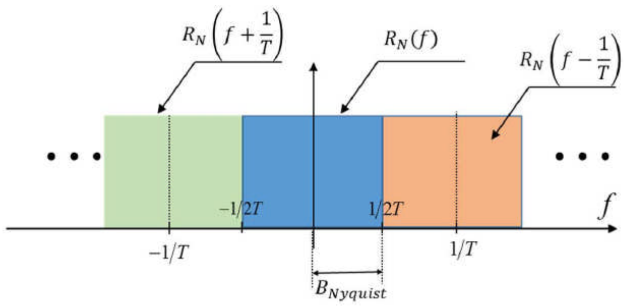


On remarque des écarts entre copies, donc il est impossible d'avoir une somme constante à toutes les fréquences $f \longrightarrow$ impossible d'éviter ISI.

2) $B=\frac{1}{2T}$ **:**



Dans ce cas la condition de Nyquist est satisfaite seulement si *R(f)* est carré :

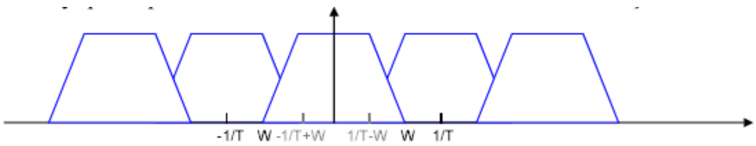


Donc le filtre qui assure l'absence des ISI est :

$$R(f)=\begin{cases} T\,, & |f|\le B \\ 0\;\;, & ailleurs \end{cases} \overset{TF^{-1}}{\Longrightarrow} r(t)=\sin c\left(\frac{t}{T}\right)$$

Ce filtre n'est pas physiquement réalisable. (aucune fonction de transfert assure la continuité aux fréquences $\pm\dfrac{1}{2T}$)

3) $B>\dfrac{1}{2T}$ **:**



Les copies de *R(f)* se recouvrent et la condition de Nyquist peut être satisfaite d'une infinité de façons.

3.3. Filtre en cosinus surélevé

Pour éviter les problèmes de la fonction *sinc*, on utilise le filtre en cosinus surélevé (raised cosine où roll off Nyquist filter).

La fonction de transfert de ce filtre est donnée par :

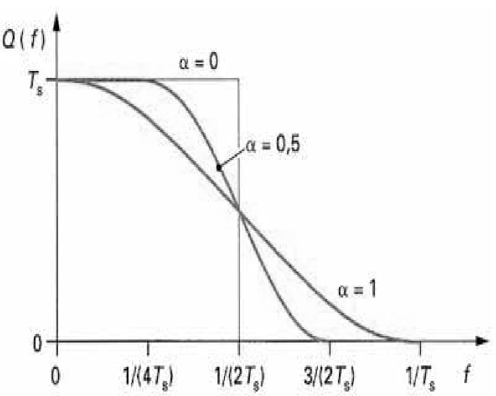
$$CS_\alpha(f)=\begin{cases} T\;\;, & si\;\; |f|\le\dfrac{1-\alpha}{2T} \\ \dfrac{T}{2}\left[1+\sin\dfrac{\pi T}{\alpha}\left(\dfrac{1}{2T}-|f|\right)\right], & si\;\; \dfrac{1-\alpha}{2T}\le|f|\le\dfrac{1+\alpha}{2T} \\ 0\;\;,\;\; ailleurs & \end{cases}$$

α est appelé coefficient de retombée (roll-off factor), $\alpha\in[0,1]$

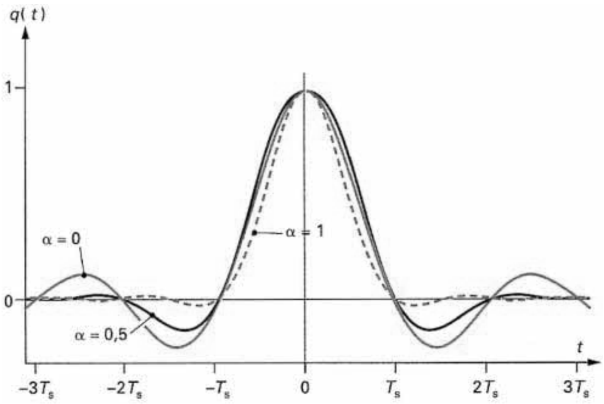
la bande passante est donnée par : $B=\dfrac{1+\alpha}{2T}$

la réponse impulsionnelle est :

$$CS_\alpha(t)=\sin c\left(\frac{\pi t}{T}\right)\frac{\cos\left(\dfrac{\pi\alpha t}{T}\right)}{1-4\alpha^2\dfrac{t^2}{T^2}}$$



$CS_\alpha(f)$



$CS_\alpha(t)$

Conclusion

En l'absence d'ISI, c.-à-d. lorsque les conditions de Nyquist sont satisfaites, la sortie du filtre de réception $y(t_0+nT)$ à l'instant t_0+nT dépend du seul symbole a_n et du bruit :

$$y(t_0+nT) = \underbrace{a_n r(t_0)}_{utile} + \underbrace{b(t_0+nT)}_{bruit}$$

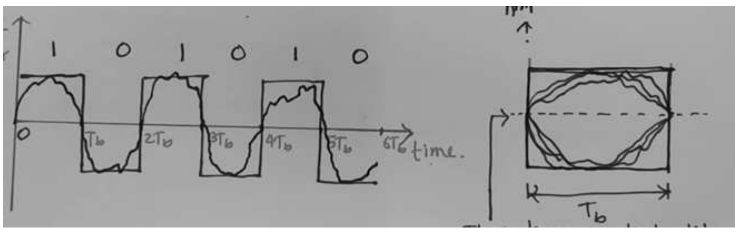
et $$\underbrace{\sum_{m\neq 0} a_{n-m} r(t_0+mT) = 0}_{\text{int}\,erférence\,entre\,symbole\,IES}$$

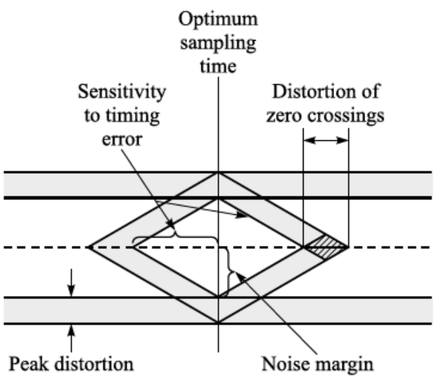
3.4. Diagramme de l'œil (Eye diagram)

-Le diagramme de l'œil permet de contrôler visuellement les effets d'ISI.

-Le diagramme de l'œil est la superposition des tracés des signaux reçus chaque durée de symbole.

Exemple :





La figure illustre graphiquement l'effet de l'interférence entre symbole. Notez que les ISI déforment la position des passages par zéro et entraînent une réduction de l'ouverture de l’œil. Ainsi, le système est plus sensible à une erreur de synchronisation.