Chapitre IV : Ecoulement par orifices et ajutages

L'orifice est une petite ouverture de forme quelconque (circulaire, triangulaire, rectangulaire...etc.) située sur une paroi latérale ou au fond d'un réservoir à travers laquelle peut s'écouler un fluide.

L'ajutage est un petit conduit de forme variable de section généralement circulaire dont ont muni un orifice par lequel s'écoule un liquide.

IV.1. Classification des orifices

Les orifices sont classés suivant leur taille, forme, la nature de l'écoulement qui passe à travers et aussi suivant la nature de la paroi.

1- Les orifices sont classés comme grand ou petit selon leur taille et la charge du liquide ci-dessus.

Si le rapport entre la charge et la hauteur de l'orifice (H/d) est supérieur à 5, l'orifice est dit petit sinon il est dit grand ou large (Fig.1).

2- Selon leur forme, les orifices sont classés comme circulaires, triangulaires, rectangulaires ou carrés.

3- Compte tenu de la paroi des orifices, ils sont classés comme un orifice à paroi mince (Fig.1) et un orifice à paroi épaisse (Fig.2).

4- Selon l'écoulement qui se fait à travers on distingue

- orifice dénoyé (Fig.4),
- orifice noyé partiellement (Fig.5),
- orifice totalement noyé (Fig.6).

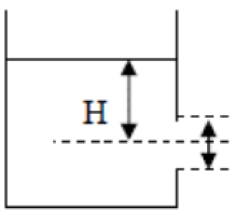


Fig.1

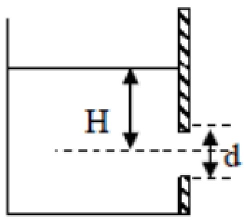


Fig.2

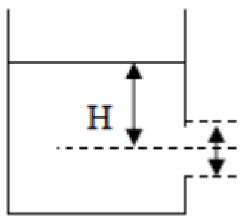


Fig.4

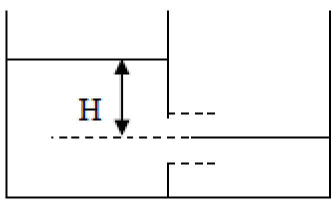


Fig.5

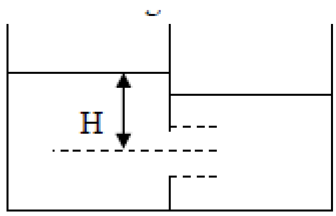


Fig.6

IV.2 Ecoulement à travers les orifices

Considérant un réservoir rempli d'eau avec un orifice situé sur une paroi latérale

En appliquant l'équation de Bernoulli entre les sections 1 et 2 :

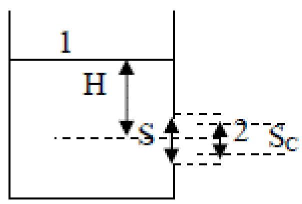


Fig.7

$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2$ $\quad P_1 = P_2 = 0$, $U_1 = 0$, $Z_1 = H$,

$$Z_2 = 0$$

On aura : $$U_2 = \sqrt{2gH} \qquad \text{(VI.1)}$$

C'est l'expression de Torricelli, où la vitesse théorique est supérieure à la vitesse réelle à cause de l'influence des pertes de charge à la sortie de l'orifice.

IV.3. Coefficients hydrauliques

Les coefficients hydrauliques sont :

- Le coefficient de vitesse C_V.
- Le coefficient de contraction C_C.
- Le coefficient de débit C_d.

IV.3.1 Le coefficient de vitesse :

C'est le rapport entre la vitesse réelle (U_R) de l'écoulement et la vitesse théorique (U_{Th}).

$$C_V = \frac{U_R}{U_{Th}} = \frac{\sqrt{2gH_R}}{\sqrt{2gH}} = \sqrt{\frac{H_R}{H}} \qquad \text{(VI.2)}$$

H_R est la charge réelle de l'écoulement en tenant compte de la perte de charge.
C_V varie entre 0,95 et 0,99. Pour les orifices à paroi mince, on prend $C_V = 0{,}98$.

IV.3.2 Le coefficient de contraction

Il décrit la contraction de la veine liquide à la sortie de l'écoulement, il est égal au rapport entre la section contractée S_C et la section réelle de l'orifice.

$$C_C = \frac{S_C}{S} \qquad \text{(VI.3)}$$

La valeur de C_C varie entre 0,61 et 0,69 suivant la forme de l'orifice, la charge du liquide au-dessus de l'orifice. En général en prend une valeur autour de 0,64.

IV.3.3 Coefficient de débit :

Le coefficient de débit est défini comme le rapport entre le débit réel (Q_R) sortant de l'orifice et le débit théorique (Q_{th}).

$$C_d = \frac{Q_R}{Q_{th}} = \frac{U_R S_C}{U_{th} S} = C_V C_C \qquad \text{(VI.4)}$$

Le coefficient de débit varie entre 0,61 et 0,65. La valeur 0,62 est souvent prise.

$$Q = C_d S \sqrt{2gH} \qquad \text{(VI.5)}$$

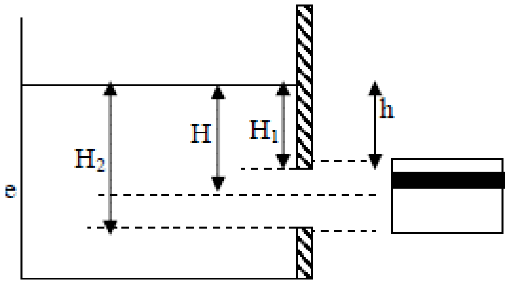
Application :

La charge au-dessus d'un orifice de 4 cm de diamètre est de $10\ m$. Déterminer le débit sortant de l'orifice, la vitesse réelle à la section contractée ainsi que le coefficient de contraction et la perte de charge. Cd = 0,6 , CV = 0,98

IV 4. Ecoulement à travers les orifices larges :

Comme il a été déjà cité si le rapport (H/d < 5) l'orifice est dit large.

Prenant le cas d'un orifice large rectangulaire comme le montre la figure ci-face.



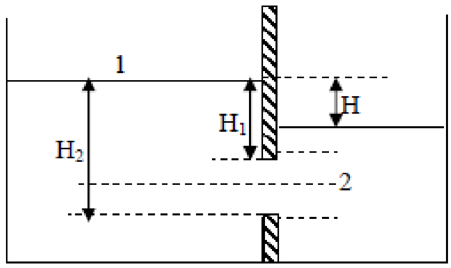
Prenant un élément d'écoulement de largeur b et de hauteur dh, le débit élémentaire est :

$$dQ = C_d dSU = C_d b(dh)\sqrt{2gh}$$

$$Q = \int_{H_2}^{H_1} C_d\, b\sqrt{2gh}(dh) = \frac{2}{3} C_d b\sqrt{2g}\left[H_2^{3/2} - H_1^{3/2}\right] \qquad \text{(VI.6)}$$

IV 5. Ecoulement à travers un orifice noyé

Pour l'orifice entièrement noyé, voir la figure ci-face.



En appliquant l'équation de Bernoulli entre 1 et 2, on trouve :

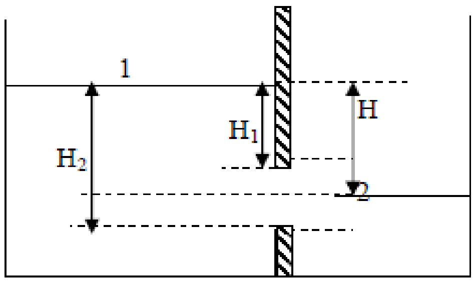
$$U_2 = \sqrt{2gH}$$

La section de l'orifice est : $S = b(H_2\text{-}H_1)$

Donc : $$Q = C_d b(H_2 - H_1)\sqrt{2gH} \qquad \text{(VI.7)}$$

IV 6. Ecoulement à travers un orifice partiellement noyé

Un orifice partiellement noyé est un orifice dont l'écoulement à la sortie est partiellement immergé par le liquide en aval. Le débit de la partie immergée est :



$$Q_1 = C_d b(H_2 - H_1)\sqrt{2gH}$$

Le débit de la partie dénoyé est :

$$Q_2 = \frac{2}{3} C_d b\sqrt{2g}[H^{3/2} - H_1^{3/2}]$$

Le débit total est la somme des deux débits :

$$Q = C_d b(H_2 - H_1)\sqrt{2gH} + \frac{2}{3} C_d b\sqrt{2g}\left[H^{\frac{3}{2}} - H^{\frac{3}{12}}\right] \ldots \qquad \text{(VI.8)}$$

IV 7. Temps de vidange des réservoirs

Pour un réservoir de toute forme, la section du réservoir est suffisamment grande pour que les vitesses à l'intérieur soient négligeables. Le réservoir est muni d'un orifice au fond.

Soit un élément d'écoulement de largeur (dh) le débit est :

$$Q = C_d S\sqrt{2gh}$$

Pendant un temps dt le niveau baisse de (dh), donc :

$$Qdt = -S_h dh$$

Où $C_d s\sqrt{2gh}dt = -S_h dh$

$$dt = \frac{1}{C_d s\sqrt{2g}} S_h \frac{dh}{\sqrt{h}}$$

Donc : $T = \frac{1}{C_d S\sqrt{2g}} \int_0^H S_h \frac{dh}{\sqrt{h}}$, $T: est$ le temps de vidange, $S_h = f(h)$

IV 8. Temps de vidange d'un réservoir cylindrique

L'expression du temps de vidange est :

$$T = \frac{S_h}{C_d s\sqrt{2g}} \int_0^H \frac{dh}{\sqrt{h}}$$

S_h est la section du cylindre. Par intégration, on aura :

$$T = \frac{S_h}{C_d s\sqrt{2g}} 2\sqrt{H} \qquad \text{(VI.9)}$$

$S_h H = V$, volume du liquide dans le cylindre

$Q_0 = C_d S\sqrt{2gH},$ Q_0 est le débit correspondant à la charge H

Donc : $T = \frac{2V}{Q_0}$

La loi de vidange $t = f(h)$ peut s'écrire :

$$t = \frac{2S_h H}{C_d s\sqrt{2gH}} - \frac{2s\sqrt{h}}{\sqrt{2g}} \qquad \text{(VI.10)}$$

Avec $T = \frac{2S_h H}{C_d s\sqrt{2g}}$ donc $\frac{T}{H} = \frac{2S_h}{C_d s\sqrt{2g}}$ (VI.11)

En remplaçant (VI.10) dans (VI.11) :

$$t = T - \frac{T}{\sqrt{H}}\sqrt{h} \quad \Rightarrow \quad h = \left(1 - \frac{t}{T}\right)^2 H \qquad \text{(VI.12)}$$

D'où :

$$Q = Q_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right) \qquad \text{(VI.13)}$$

Application :

Déduire le temps de vidange d'un réservoir cylindrique de 1 m de diamètre rempli jusqu'à $2\ m$ d'eau s'il est muni d'un orifice au fond ayant un diamètre de $4\ cm$ et un $C_d = 0{,}62$.

IV 9. Ecoulements des déversoirs

Le déversoir est un orifice ouvert à sa partie supérieure, il est utilisé pour le contrôle et la mesure des débits dans les canaux à ciel ouvert.

Il existe plusieurs formes de déversoirs :

- Déversoir rectangulaire
- Déversoir triangulaire
- Déversoir trapézoïdal
- Déversoir étagé

Il existe en outre deux types de déversoirs :

- Déversoir à mince paroi, là où l'épaisseur du seuil déversoir est inférieure à la moitié de la charge dynamique $(\delta < 0.5H)$
- Déversoir à paroi épaisse, c'est les déversoirs dont l'épaisseur du seuil est supérieure à la moitié de la charge dynamique $(\delta > 0.5H)$

Dans ce qui suit, on déterminera les expressions théoriques du débit pour les diverses formes de déversoirs traités.

IV 9.1 Déversoir rectangulaire :

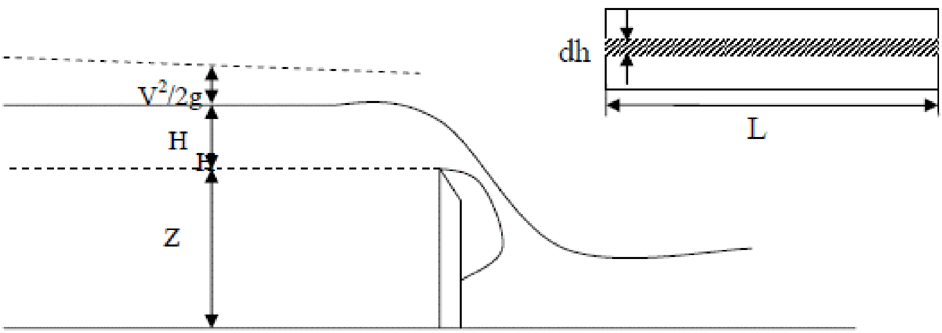


Figure VI.1. Ecoulement à travers un déversoir à mince paroi.

Considérant le déversoir de la figure VI.1

H : Charge dynamique

L : Longueur du déversoir

Z : Hauteur de pèle.

Considérant aussi une tranche élémentaire de l'écoulement d'épaisseur dh et de longueur L, la surface de la tranche est donc : $S = dhx$L.

Dans le cas de l'orifice, la vitesse de l'écoulement est : $U = (2gh)^{1/2}$

Le débit dQ qui s'écoule à travers cette tranche liquide est : $dQ = (2gh)^{1/2}LC_d$dh

C_d: étant le coefficient de débit.

Par suite :

$$Q = \int_0^H C_d\, L\sqrt{2gh}\text{dh}$$

$$Q = \frac{2}{3}C_d\sqrt{2g}LH^{\frac{3}{2}} \qquad \text{(VI.14)}$$

IV 9.2 Déversoir triangulaire :

Soit le déversoir de la figure VI.2

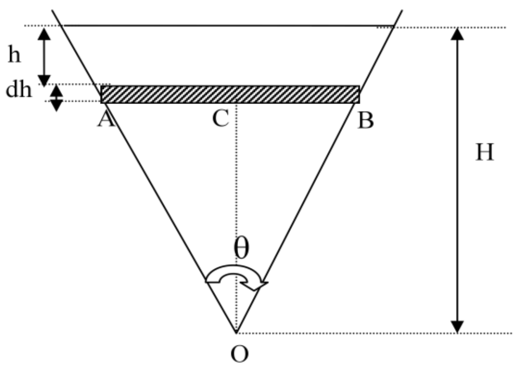


Figure VI.2 Déversoir triangulaire

θ : L'angle du déversoir

Considérons une tranche d'écoulement d'épaisseur dh, on peut déduire que :

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{AC}{OC} = \frac{AC}{H-h}$$

$$AC = \tan(\frac{\theta}{2})(H-h)$$

AB $= 2\tan(\frac{\theta}{2})(H-h)$

La surface de la tranche liquide est : $S = AB \times$ dh

Où : $S = 2\tan(\frac{\theta}{2})(H-h)dh$

La vitesse d'écoulement : $U = \sqrt{2gh}$

Le débit élémentaire est :

$$dQ = 2\tan(\frac{\theta}{2})(H-h)\sqrt{2g}dhC_d$$

$$Q = \int_0^H 2\,C_d \tan(\frac{\theta}{2})\sqrt{2g}(Hh^{\frac{1}{2}} - h^{\frac{3}{2}})dh$$

$$Q = \frac{8}{15}C_d\sqrt{2g}\tan(\frac{\theta}{2})H^{\frac{5}{2}} \qquad \text{(VI.15)}$$

IV 9.3 Déversoir trapézoïdal :

Soit le déversoir de la figure VI.3.

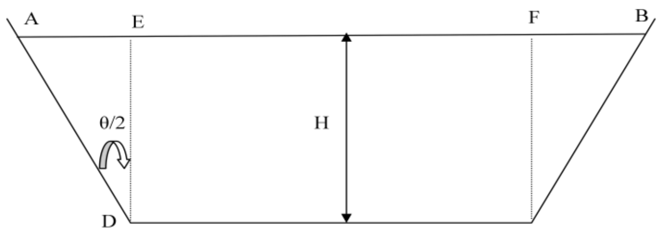


Figure VI.3. Déversoir trapézoïdal.

Le débit total (Q_{ABCD}) est égale à :

$$Q_{ABCD} = Q_{AED} + Q_{EFDC} + Q_{FBC}$$

$$Q_{AED} = Q_{FBC}$$

Donc : $Q_{ABCD} = 2Q_{AED} + Q_{EFDC}$

$$Q_{AED} = \frac{8}{15}C_{d1}\sqrt{2g}\tan(\frac{\theta}{2})H^{\frac{5}{2}}$$

$$Q_{EFDC} = \frac{2}{3}C_{d2}L\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}}$$

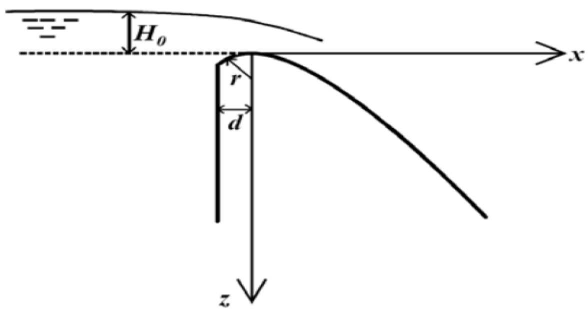
D'où : $$Q_{ABCD} = \frac{8}{15}C_{d1}\sqrt{2g}\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)H^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{3}C_{d2}L\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}} \qquad \text{(VI.16)}$$

IV 9.4 Déversoir à seuil profilé

Afin d'améliorer les performances des déversoirs donc faciliter l'écoulement au-dessus du seuil, il est recommandé de donner au déversoir une forme profilée afin qu'il épouse la forme de la lame écoulée et pour qu'il n'y ait pas de dépressions.

Le seuil le plus utilisé est celui de Creager dont l'expression est :

$$Z = 0{,}5\,\frac{x^{1{,}85}}{H_0^{0{,}85}}$$



H_0 est la charge d'écoulement correspondant au débit de dimensionnement.