تمهيد:

يقوم الباحث باختيار الأسلوب المناسب للعينة العشوائية وتحديد المقياس أو المقاييس التي ستتم دراستها في العينة، وذلك بدراسته للخاصية أو الصفة التي تتعلق بالعينة من أجل الاستدلال من خلالها على خاصية أو صفة معينة تقابلها في المجتمع التي أخذت منه تلك العينة، وهذا الاتجاه في الدراسة يعتبر هو الفكرة الأساسية التي يقوم عليها الاستدلال الإحصائي، وفي هذا الفصل سيتم تناول بعض المقاييس التي تتصف بها العينة كالمتوسط الحسابي والانحراف المعياري والنسبة والاسترشاد من خلالها على المقاييس المقابلة لها في المجتمع بالإضافة إلى نوع التوزيع لكل منها.

1- مصطلحات ومفاهيم[1]

- ✓ **معالم المجتمع:** تتمثل في الخصائص المتعلقة بالمجتمع مثل المتوسط، التباين، ...
- ✓ **إحصائية العينة:** تتمثل في الخصائص المتعلقة بالعينة مثل: المتوسط ، التباين،...
- ✓ **المعاينة:** الكيفية أو العمليات التي تسمح بانتقاء مجموعة فرعية من المجتمع.
- ✓ **المعاينة النفادية:** تكون المعاينة نفادية عندما يكون السحب بدون إرجاع لأن المجتمع يتناقص مع تكرار ومواصلة السحب، إذ يستحيل أن تظهر مفردة في العينة أكثر من مرة، وفي هذه الحالة لا تكون نتائج السحب مستقلة.
- ✓ **المعاينة غير النفادية:** هي تلك المعاينة التي يكون فيها السحب مع الإرجاع، وتسمى غير نفادية لأنها لا تؤدي إلى نفاد وزوال مفردات المجتمع، كما أن المفردة يمكن أن تظهر أكثر من مرة في العينة، وهنا تكون متغيرات العينة مستقلة ولها نفس التوزيع.
- ✓ **توزيع المعاينة:** يعبر توزيع المعاينة عن قيم المقياس المحسوبة (متوسط حسابي أو نسبة أو تباين ...) لكل عينة من العينات العشوائية التي لها نفس الحجم (n)، والتي يمكن سحبها من المجتمع قيد الدراسة، فهو إذن توزيع احتمالي لجميع القيم الممكنة لإحصاءة ما في كل العينات العشوائية الممكنة والتي لها نفس الحجم.
- ✓ **خطأ المعاينة:** هو الفرق بين القيمة المحسوبة لإحصائية العينة وقيمة معلمة المجتمع المناظرة لها.
- ✓ **الخطأ المعياري:** هو الإنحراف المعياري لقيم الإحصاءة الممكنة في كل العينات العشوائية الممكنة التي من نفس الحجم.

---

[1]: - جورج كانافوس، دون ميلر، ترجمة سلطان محمد عبد المجيد، محمد توفيق البلقيني، **مرجع سابق**، ص 271. بتصرف.
- د.ليونارد، ج كازمير، ترجمة مصطفى جلال مصطفى، **الإحصاء التجاري**، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، مصر، 2004، ص 80.بتصرف

2- توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي

من أجل تحديد العلاقة بين المتوسط الحسابي للمجتمع والمتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة في حالتي السحب بدون إرجاع والسحب مع الإرجاع نعرض المثال الموالي[1]:

مثال 1 :

مجتمع يتكون من 5 مفردات هي (2، 4، 6، 8، 10)، قمنا بسحب جميع العينات المكونة من مفردتين والمطلوب هو:

1- تحديد العينات الممكن سحبها بدون إرجاع.
2- تحديد العينات الممكن سحبها إذا كان السحب بإرجاع.
3- حساب المتوسط الحسابي والتباين للمجتمع.
4- تكوين توزيع المعاينة لمتوسطات العينات الممكنة ثم حساب الوسط والتباين لتوزيع المعاينة في حالة السحب بدون إرجاع.
5- الإجابة على الفرع السابق في حالة السحب مع الإرجاع.
6- مقارنة الإجابات في الأسئلة رقم 4 و رقم 5 مع النتائج المحصل عليها في السؤال رقم 3.
7- اشتقاق العلاقة بين كل من توزيع المعاينة لكل من المتوسط الحسابي والتباين في حالتي السحب بدون إرجاع والسحب مع الإرجاع.

الحل:

1- لإيجاد عدد العينات التي يمكن سحبها بدون إرجاع نستخدم التوفيقة:

$$C^5_2 = 5.4.3.2\,!\,/\,2!3\,! = 10$$

العينات الممكن سحبها هي:

(2، 4)، (2، 6)، (2، 8)، (2، 10)، (4، 6)، (4،8)، (4، 10)، (6، 8)، (6، 10)، (8، 10).

[1]: المثال مقتبس من:
محمد حسين محمد رشيد، منى عطا الله الشويلات، **مبادئ الإحصاء والاحتمالات ومعالجتها باستخدام برنامج SPSS**، دار صفاء، عمان، الأردن، 2012، ص ص (378- 383) بتصرف.

2- في هذه الحالة تم السحب مع الإرجاع وبالتالي نستخدم القائمة لتحديد عدد العينات الممكن سحبها:

$$5^2=25$$

العينات الممكن سحبها هي:

(2، 2)، (2، 4)، (2، 6)، (2، 8)، (2، 10).

(4، 2)، (4، 4)، (4، 6)، (4، 8)، (4، 10).

(6، 2)، (6، 4)، (6، 6)، (6، 8)، (6، 10).

(8، 2)، (8، 4)، (8، 6)، (8، 8)، (8، 10).

(10، 2)، (10، 4)، (10، 6)، (10، 8)، (10، 10).

3- حساب المتوسط الحسابي والتباين للمجتمع:

- المتوسط الحسابي: $\mu = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6$

- التباين للمجتمع **M** $\sigma^2 = \frac{\sum (x-\mu)^2}{N}$

$$= \frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + \ldots + (10-6)^2}{5} = 8$$

4- لتكوين توزيع المعاينة لمتوسطات العينات الممكنة في حالة السحب بدون إرجاع نقوم أولا بحساب المتوسط الحسابي لكل من العينات العشر المختلفة:

يتم حساب المتوسط الحسابي لكل عينة وفق العلاقة: $\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$

فمثلا: تم حساب المتوسط الحسابي للعينة الأولى (2،4) في الجدول

$$\frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

العينة	(2،4)	(2،6)	(2،8)	(2،10)	(4،6)	(4،8)	(4،10)	(6،8)	(6،10)	(8،10)
المتوسط الحسابي	3	4	5	6	5	6	7	7	8	9

وانطلاقا من قيم المتوسط الحسابي في كل عينة نقوم بتكوين توزيع المعاينة له وحساب متوسطه وتباينه كما يلي:

قيمة المتوسط $\overline{X}_i$	التكرارات f	$\overline{X}_i \times f$	$\overline{X}_i^2$	$\overline{X}_i^2 \times f$
3	1	3	9	9
4	1	4	16	16
5	2	10	25	50
6	2	12	36	72
7	2	14	49	98
8	1	8	64	64
9	1	9	81	81
المجموع	10	60	/	390

حساب متوسط المتوسطات: $\mu_{\overline{X}} = \frac{60}{10} = 6$

أما قيمة التباين فهي : $\sigma^2 = \frac{\sum X_i^2 f_i}{\sum f_i} - \mu^2 = \frac{390}{10} - 6^2 = 3$

5- تكوين توزيع المعاينة لمتوسطات العينات في حالة السحب مع الإرجاع:

العينة	المتوسط الحسابي	العينة	المتوسط الحسابي
(2 ،2)	2	(8 ،6)	7
(2،4)	3	(10 ،6)	8
(6 ،2)	4	(8،2)	5
(8 ،2)	5	(4 ،8)	6
(10 ،2)	6	(6 ،8)	7
(2 ،4)	3	(8 ،8)	8
(4 ،4)	4	(10 ،8)	9
(6 ،4)	5	(10،2)	6
(8 ،4)	6	(4 ،10)	7
(10 ،4)	7	(6 ،10)	8
(2 ،6)	4	(8 ،10)	9
(4 ،6)	5	(10 ،10)	10
(6 ،6)	6		

بعد الحصول على المتوسطات الحسابية نستخدم الجدول الموالي من أجل تحديد قيمتي المتوسط الحسابي والتباين في حالة السحب مع الإرجاع:

قيمة المتوسط $\overline{X}_i$	التكرارات f	$\overline{X}_i \times f$	$\overline{X}^2_i$	$\overline{X}^2_i \times f$
2	1	2	4	4
3	2	6	9	18
4	3	12	16	48
5	4	20	25	100
6	5	30	36	180
7	4	28	49	196
8	3	24	64	192
9	2	18	81	162
10	1	10	100	100
المجموع	25	150	/	1000

حساب متوسط المتوسطات:

$$\mu_{\overline{X}} = \frac{150}{25} = 6$$

أما قيمة التباين فهي:

$$\sigma^2 = \frac{\sum X_i^2 f_i}{\sum f_i} - \mu^2_{\overline{X}} = \frac{1000}{25} - 6^2 = 4$$

6- مقارنة نتائج حالتي السحب:

	المجتمع	العينة دون إرجاع	العينة مع الإرجاع
المتوسط الحسابي	6	6	6
التباين	8	3	4

من خلال الجدول السابق يتضح بأن قيمة المتوسط الحسابي في المجتمع هي نفسها عند توزيع المعاينة في كل من الحالتين سواء السحب مع الإرجاع أو بدون إرجاع.

أما بالنسبة للتباين فإن قيمه جاءت مختلفة في الحالات الثلاث، أي في المجتمع وحالتي السحب أيضا.

7- اشتقاق العلاقة لكل من المتوسط والتباين في حالتي السحب

أولا: بالنسبة للمتوسط الحسابي

المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة في حالة السحب بإرجاع أو بدون إرجاع :

$$\overline{X} = \mu_{\overline{X}} = \mu$$

ثانيا: بالنسبة للتباين

أ- في حالة السحب مع الإرجاع:

$$\sigma_{\overline{X}}^{2} = \frac{\sigma^{2}}{n}$$

ب- في حالة السحب دون الإرجاع:

$$\sigma_{\overline{X}}^{2} = \frac{\sigma^{2}}{n} \times \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

التحقق:

أولا: بالنسبة لمتوسط توزيع المعاينة للمتوسط في حالتي السحب بإرجاع أو بدون إرجاع فإن القيمة ثابتة ومساوية لمتوسط المجتمع، وبالتالي فإن: $\mu= \mu_{\overline{X}} =\overline{X}$

ثانيا: بالنسبة لتباين توزيع المعاينة للمتوسط:

أ- في حالة السحب مع الإرجاع:$\sigma_{\overline{X}}^{2} = 4$.

وتباين المجتمع $\sigma^{2} = 8$.

وباستخدام العلاقة: $\sigma_{\overline{X}}^{2} = \frac{\sigma^{2}}{n}$ والتعويض نجد:

$$\sigma_{\overline{X}}^{2} = \frac{\sigma^{2}}{n} = \frac{8}{2} = 4$$

ب- في حالة السحب بدون إرجاع: $^{2} =8$. $\sigma_{\overline{X}}^{2} =3$.

وباستخدام العلاقة: $\sigma_{\overline{\ }}^{2} = \frac{\sigma^{2}}{n} \times \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

والتعويض نجد: $\sigma_{\overline{X}}^{2} = \frac{\sigma^{2}}{n} \times \left(\frac{N-n}{N-1}\right)=\frac{8}{2} \times \left(\frac{5-2}{5-1}\right)=3$

ومما سبق نستخلص ما يلي:

- $\overline{X}$ قيمة ثابتة في العينة الواحدة، ولكن إذا كان لدينا عددا كبيرا من العينات فإن$\overline{X}$ يعتبر متغير عشوائي والتوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي $(\overline{X})$ يطلق عليه توزيع المعاينة للمتوسط وبالتالي فإن إحصاءات توزيع المعاينة للمتوسط هي:

$\mu_{\overline{X}}$: المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة.

$\sigma_{\overline{X}}$: الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة (نسميه الخطأ المعياري للمتوسط)

- متوسط توزيع المعاينة للمتوسط مساو لمتوسط المجتمع سواء كانت المعاينة غير نفادية أو نفادية (السحب بالإرجاع أو بدون إرجاع) ومهما كان حجم العينة المسحوبة.

ملاحظات:

- في حالة المجتمعات الكبيرة فإن صيغة الانحراف المعياري سواء كانت المعاينة غير نفادية

أو نفادية تكون كما يلي: $\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

أي هي نفسها صيغة الانحراف المعياري لما تكون المعاينة غير نفادية، حيث أنها تعتمد فقط على حجم العينة، وأن قيمة $\sigma_{\overline{X}}$ تقل مع زيادة حجم العينة.

- يطلق على النسبة: $\frac{n}{N}$ معدل الاستقصاء.
- عندما تكون قيمة معدل الاستقصاء أقل من 0.05 أي ($\frac{n}{N} < 0.05$) فإنه يتم إهمال قيمة معامل

الإرجاع$\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$ في علاقة التباين[1].

[1]: - د.ليونارد، ج كازمير، ترجمة مصطفى جلال مصطفى، **الإحصاء التجاري**، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية، مصر، 2004.

- صالح بو عبدالله، **محاضرات الإحصاء الرياضي**، كلية العلوم الاقتصادية، جامعة المسيلة،2006/2005. صVII-5- .