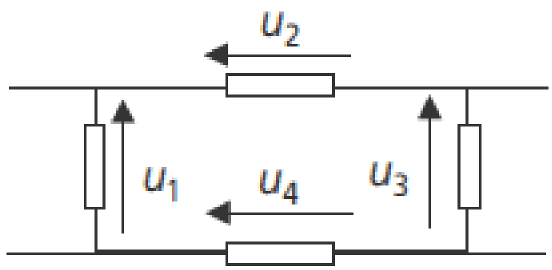
Rappel sur les notions de base et techniques de calcul

Lois de base et conventions des circuits électriques

Loi des mailles

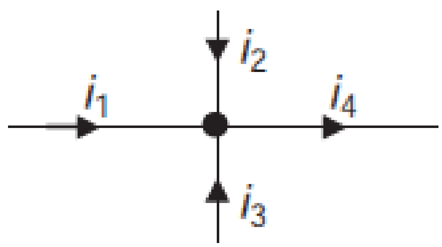
la loi des mailles s'écrit : « la somme des tensions orientées le long d'une maille de circuit électrique est nulle ».



$$\boxed{u_1 - u_2 - u_3 + u_4 = 0}$$

Loi des noeuds

la loi des nœuds s'écrit : « la somme des courants orientés à un nœud de circuit est nulle ».

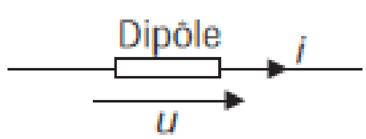


$$\boxed{i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0}$$

Convention générateur

Si $p = u \cdot i > 0$ on dit que le dipôle fournit de la puissance au reste du circuit.

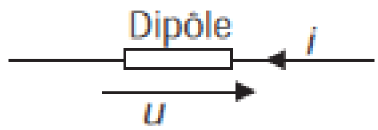
Si $p = u \cdot i < 0$ on dit que le dipôle reçoit de la puissance du reste du circuit.



Convention récepteur

Si $p = u \cdot i > 0$ on dit que le dipôle reçoit de la puissance au reste du circuit.

Si p = u · i < 0 on dit que le dipôle fournit de la puissance du reste du circuit.



Notation complexe des tensions et des courants sinusoïdaux

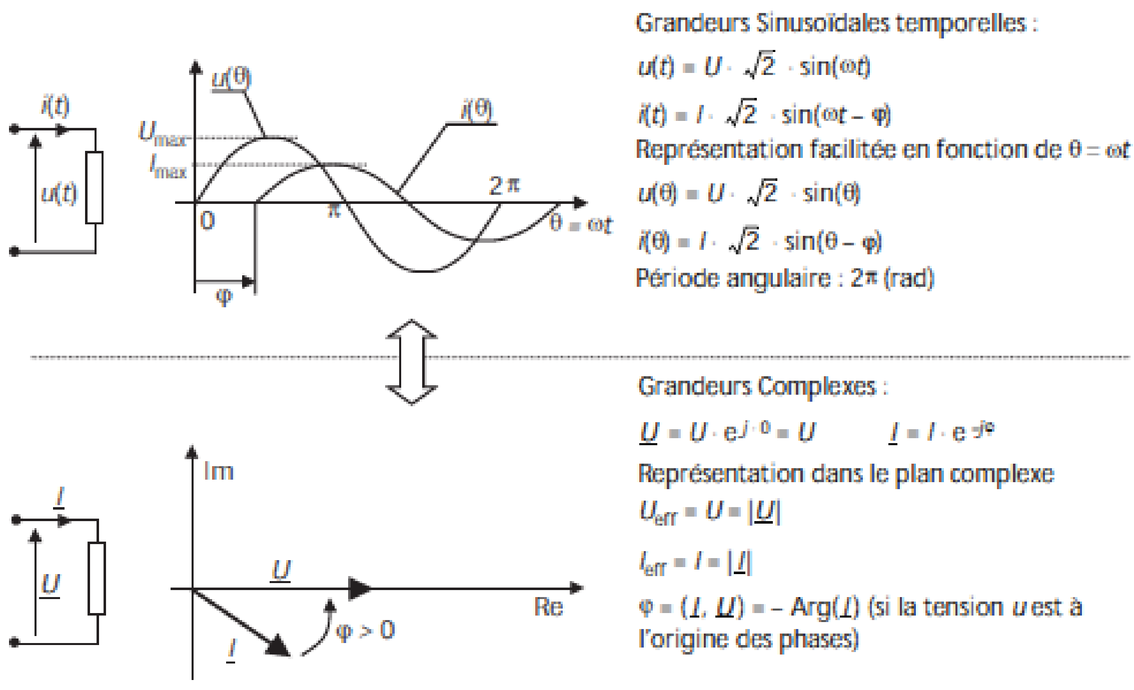
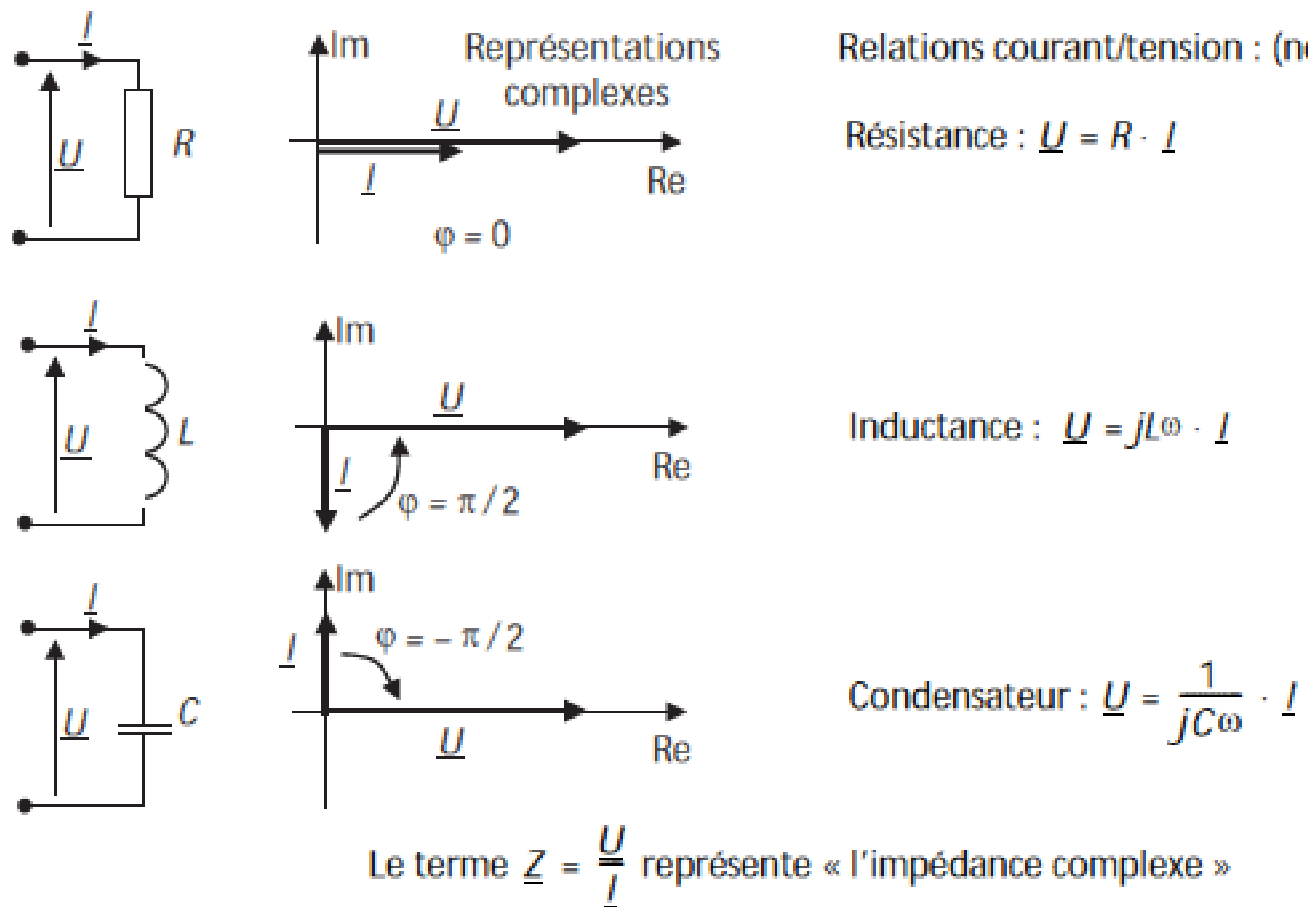


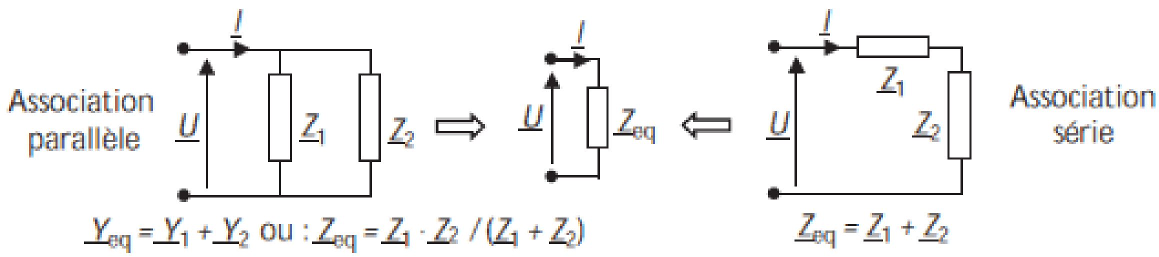
Figure 1.9 Notation complexe des courants et des tensions sinusoïdaux (exemple du récepteur inductif).

Application de la notation complexe aux dipôles linéaires rencontrés en électrotechnique

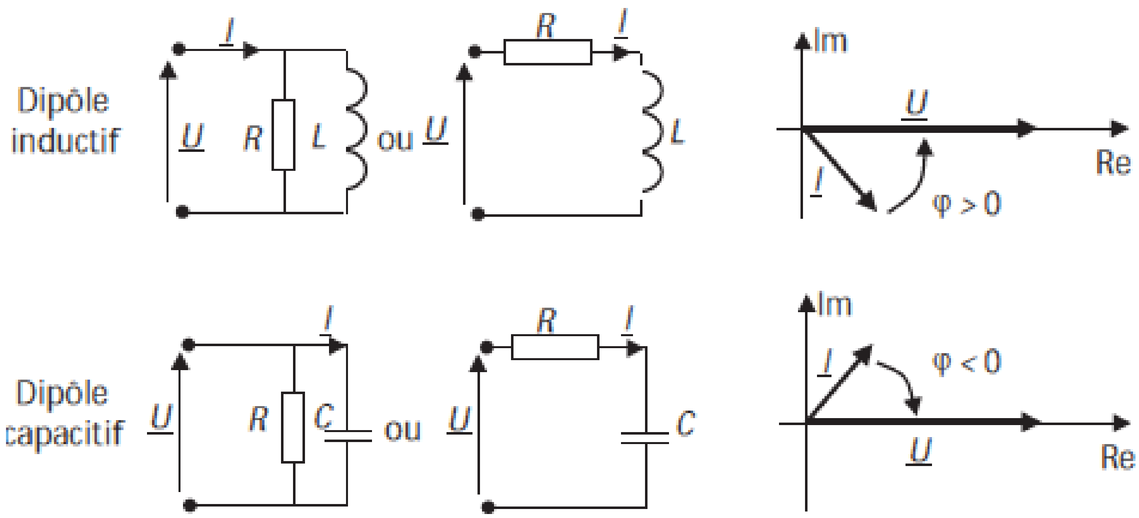


Remarques importantes : La notion d'impédance est très importante puisqu'elle reflète une proportionnalité entre les courants et les tensions et non plus une relation différentielle. On retiendra :

- Impédance complexe d'un dipôle : $\underline{Z} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{I}}$, Impédance d'un dipôle : $Z = |\underline{Z}|$ en Ohms (Ω).
- Admittance d'un dipôle : $\underline{Y} = \dfrac{1}{\underline{Z}} = \dfrac{\underline{I}}{\underline{U}}$ et $Y = |\underline{Y}|$ en Siemens (S).
- Les impédances complexes sont des nombres complexes. Classiquement, si $\underline{Z} = R + jX$, R représente la résistance série de l'impédance et X sa réactance série.
- De même : si $\underline{Y} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{jX}$, R représente la résistance parallèle de l'impédance et X sa réactance parallèle.

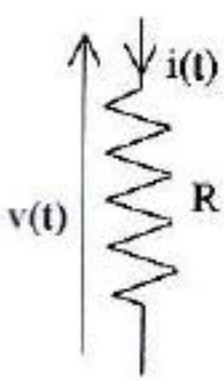


Dipôles inductifs et capacitifs



Démonstration

résistance

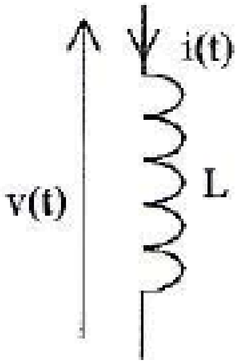


Notons $i(t) = I\cos(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = 2\pi f$

Alors : $v(t) = Ri(t) = RI\cos(\omega t + \varphi)$

Ainsi : $\bar{i} = Ie^{j\varphi}$ et $\bar{v} = RIe^{j\varphi}$

d'où : $\boxed{\bar{Z}_R = R}$



Notons encore $i(t) = I\cos(\omega t + \varphi)$.

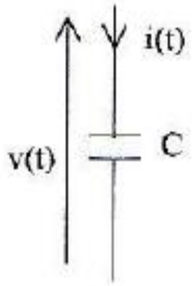
Alors : $v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt} = -L\omega I\sin(\omega t + \varphi) = L\omega I\cos(\omega t + \varphi + \dfrac{\pi}{2})$

Ainsi : $\overline{i} = Ie^{j\varphi}$ et $\overline{v} = L\omega Ie^{j(\varphi+\frac{\pi}{2})} = L\omega e^{j\frac{\pi}{2}}Ie^{j\varphi} = jL\omega Ie^{j\varphi} = jL\omega\overline{i}$

d'où :

$$\boxed{\overline{Z}_L = jL\omega}$$

condensateur



Notons encore $i(t) = I\cos(\omega t + \varphi)$.

Alors : $v(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt = \frac{1}{C\omega} I\sin(\omega t + \varphi) = \frac{1}{C\omega} I\cos(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2})$

Ainsi : $\bar{i} = Ie^{j\varphi}$

et $\bar{v} = \frac{1}{C\omega} Ie^{j(\varphi - \frac{\pi}{2})} = \frac{1}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} Ie^{j\varphi} = -j\frac{1}{C\omega} Ie^{j\varphi} = -j\frac{1}{C\omega}\bar{i}$

d'où :

$$\boxed{\bar{Z}_C = -j\frac{1}{C\omega}}$$

Puissances électriques en régime alternatif sinusoïdal

La puissance instantanée : C'est le produit courant tension à tout instant :

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

La puissance active. C'est la valeur moyenne de la puissance instantanée :

$$P = < p(t) > = V \cdot I \cdot \cos\varphi$$

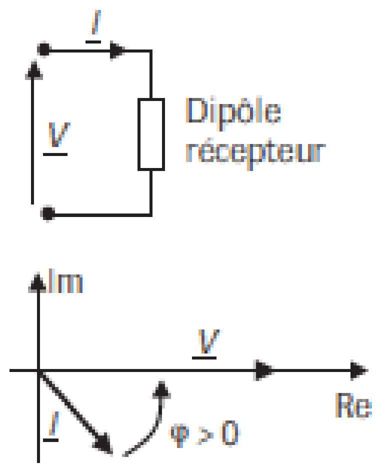
C'est la puissance qui correspond à un travail physique effectif, son unité est le *Watt* (W).

La puissance apparente.

C'est le produit des valeurs efficaces : $S = V \cdot I$

Cette puissance est souvent appelée « puissance de dimensionnement », elle est la grandeur caractéristique de l'isolation et de la section des conducteurs, c'est-à-dire des dimensions des appareillages. Son unité est le Volt-Ampère (VA).

<u>La puissance réactive:</u> C'est la puissance sans effet physique en terme de travail qui correspond à la partie « réactive » du courant. Elle n'est définie qu'en régime sinusoïdal et s'écrit : Q = V · I · sin φ□Son unité est le Volt-Ampère-Réactif (VAR)



Puissance active : $P = V \cdot I \cdot \cos\varphi$ (W)

Puissance réactive : $Q = V \cdot I \cdot \sin\varphi$ (VAR)

Puissance apparente : $S = V \cdot I$ (VA)

$$V = V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}},\ I = I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

Relation : $S^2 = P^2 + Q^2$

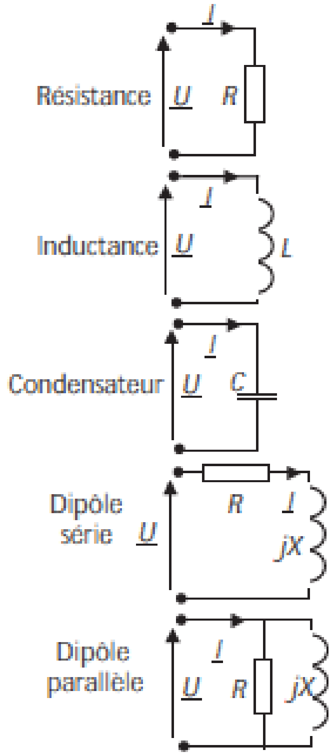
Facteur de puissance : $k = \dfrac{P}{S} = \cos\varphi$

$$\tan\varphi = \frac{Q}{P}$$

Puissance apparente complexe

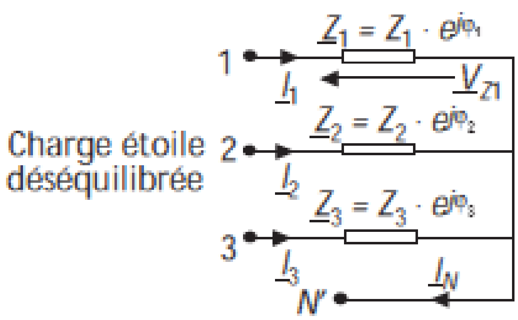
$\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^*$ où $\underline{I}^*$ est le complexe conjugué de $\underline{I}$.

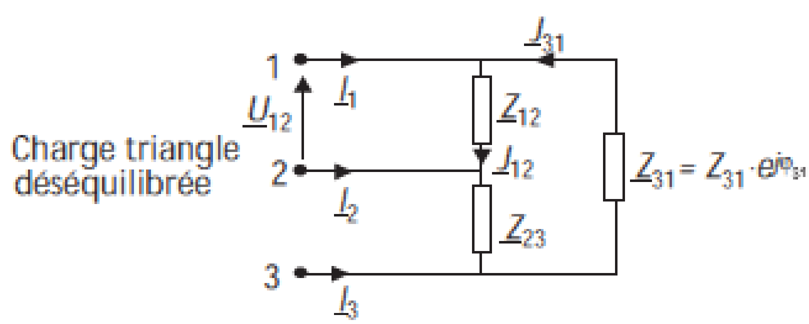
On montre que $\underline{S} = P + j \cdot Q$ et que $|\underline{S}| = S = \sqrt{P^2 + Q^2}$



	$\underline{S}$	P	Q
Résistance	$\underline{S} = R \cdot \underline{I} \cdot I^*$ $= RI^2$ $= U^2 / R$	$RI^2 = U^2 / R$	0
Inductance	$\underline{S} = jL\omega \cdot I \cdot I^*$ $= jL\omega I^2$ $= jU^2 / L\omega$	0	$L\omega I^2 = U^2 / L\omega$
Condensateur	$\underline{S} = -j / C\omega \cdot I \cdot I^*$ $= -j / C\omega I^2$ $= jU^2 / L\omega$	0	$-(1 / C\omega) I^2 = -C\omega U^2$
Dipôle série	$\underline{S} = (R + jX) I \cdot I^*$ $= RI^2 + jX \cdot I^2$	$R \cdot I^2$	$X \cdot I^2$
Dipôle parallèle	$\underline{S} = \underline{U} \cdot I^*$ $\underline{U} = \underline{I} / (R // jX)$	U^2 / R	U^2 / X

Puissances en triphasé

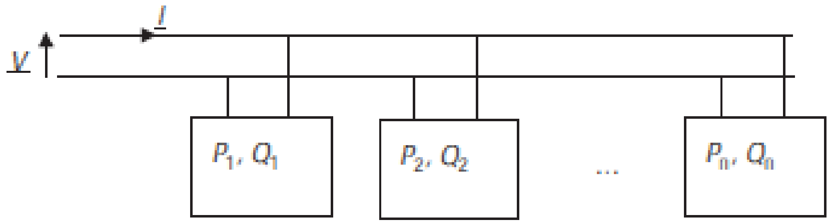




$$P = V_{Z1} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 + V_{Z2} \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + V_{Z2} \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2$$
$$Q = V_{Z1} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi_1 + V_{Z2} \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2 + V_{Z2} \cdot I_2 \cdot \sin \varphi_2$$

$$P = U \cdot J_{12} \cdot \cos \varphi_{12} + U \cdot J_{23} \cdot \cos \varphi_{23} + U \cdot J_{31} \cdot \cos \varphi_{31}$$
$$P = U \cdot J_{12} \cdot \sin \varphi_{12} + U \cdot J_{23} \cdot \sin \varphi_{23} + U \cdot J_{31} \cdot \sin \varphi_{31}$$

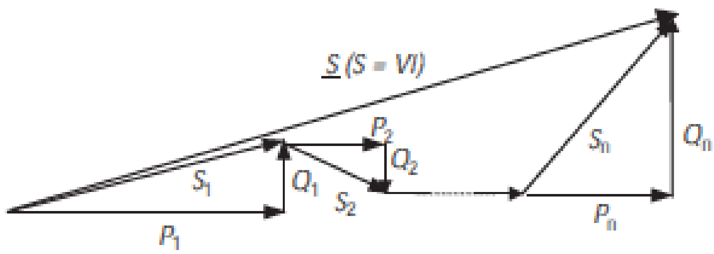
Théorème de Boucherot. La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive et la puissance apparente complexe. En revanche, c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente.



$\mathbf{S = V \cdot I}$ $\quad$ $\mathbf{P = P_1 + P_2 + \ldots + P_n}$ $\quad$ $\mathbf{Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n}$

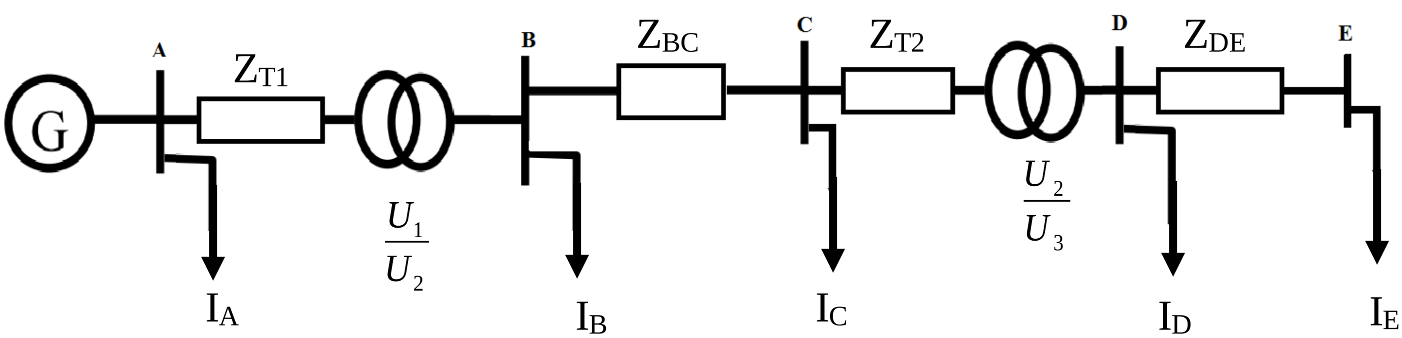
$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \ldots + \underline{S}_n$ mais attention : $S \neq S_1 + S_2 + \ldots + S_n$

Représentation de la conservation des puissances sous la forme de triangles des puissances :



Calcule des réseaux électriques :

Exemple :



1/ Méthode des impédances ramenées :

Dans cette méthode, il suffit de choisir un niveau de tension du réseau électrique, et de ramener les impédances de la côté de la tension choisie.

Exemple : - Choix du niveau de tension au point **E**

- Ramener toutes les impédances du côté **E**

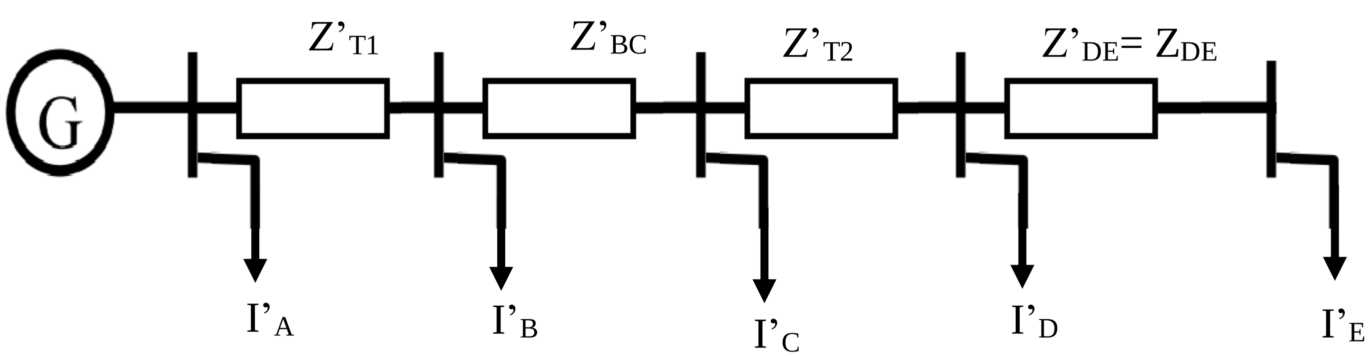
$Z_{DE} \rightarrow Z'_{DE} = Z_{DE}$ Le point de référence

$$Z_{T2} \rightarrow Z'_{T2} = Z_{T2}(\frac{U_3}{U_2})^2$$

$$Z_{BC} \rightarrow Z'_{BC} = Z_{BC}(\frac{U_3}{U_2})^2$$

$$Z_{T1} \rightarrow Z'_{T1} = Z_{T1}(\frac{U_2}{U_1})^2(\frac{U_3}{U_2})^2$$

Le schéma obtenu est simple à résoudre par les lois de KIRCHHOOF.



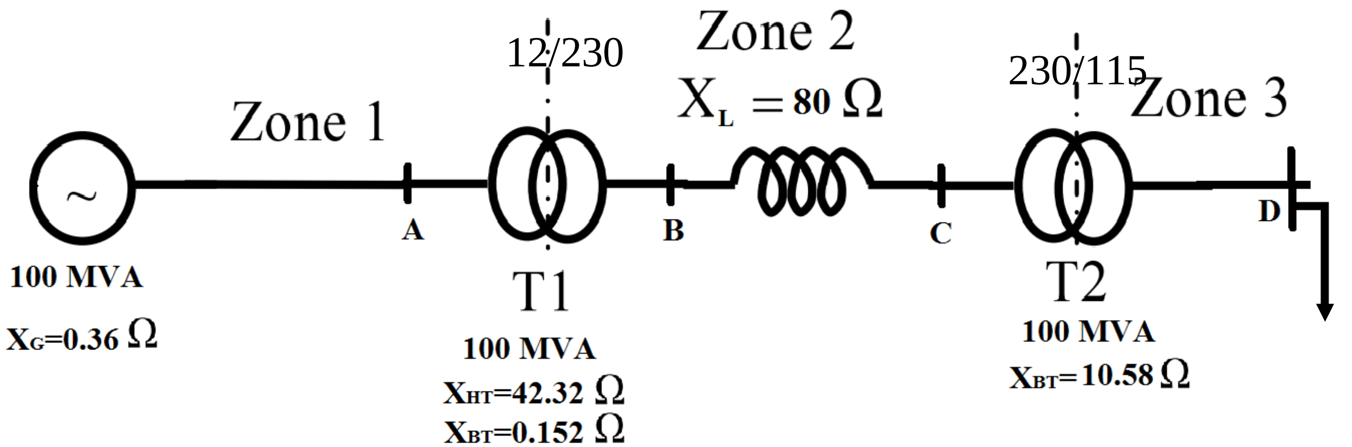
Une fois les courants : I'_A , I'_B ,……….sont trouvés, on peut trouver les courants : I_A, I_B, ……

$$I'_E = I_E, \quad I'_D = I_D$$

$$I'_B = I_B(\frac{U_2}{U_3})$$

$$I'_A = I_A(\frac{U_1}{U_2})(\frac{U_2}{U_3})$$

Exemple :



Le point de référence : A

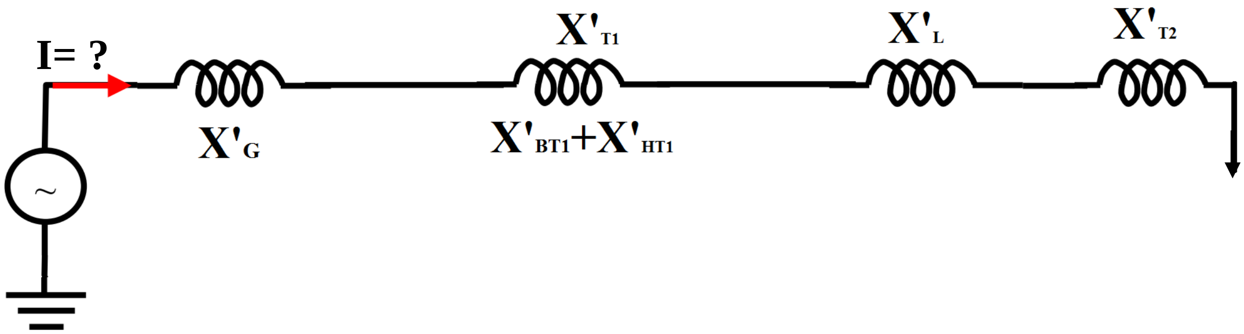
$$G\left\{X'_G = X_G = 0.36\Omega\right.$$

$$T_1\begin{cases} X'_{BT1} = X_{BT1} = 0.152\Omega \\ X'_{HT1} = X_{HT1}\times(\frac{12}{230})^2 = 42.32\times(\frac{12}{230})^2 = 0.1152\Omega \end{cases}$$

$$L\left\{X'_L = X_L(\frac{12}{230})^2 = 80\times(\frac{12}{230})^2 = 0.2177\Omega\right.$$

$$T_1\left\{X'_{BT2} = X_{BT2}\times(\frac{12}{230})^2\times(\frac{230}{115})^2 = 10.58\times(\frac{12}{115})^2 = 0.1152\Omega\right.$$

Le schéma devient :



En appliquant la loi de LIRCHHOOF, il est facile de trouver le courant I

<u>Méthode des unités relatives :</u>

Les grandeurs en unités relatives sont calculées de la manière suivante :

$$Valeur\ en\ (pu) = \frac{valeur\ réelle}{valeur\ de\ base\ choisie}$$

Dans ce système, toutes les relations entre tension, puissance, impédance et admittance sont vérifiées et doivent être utilisées :

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}}$$

$$Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}}$$

Pour convertir de manière cohérente en p.u., les grandeurs électriques en tout point d'un réseau électrique, il faut connaitre et appliquer deux règles aux grandeurs de base:

- La puissance de base est la même en tout point du réseau électrique.
- Les impédances d'un transformateur en (pu) ne changent pas loorsqu'elles sont rapportées du primaire au secondaires et inversement
- Le rapport des tensions de base des enroulements primaires et secondaires des transformateurs est égale au rapport des tension nominales de ces enroulements.

$$\frac{V_{base1}}{I_{base2}} = \frac{V_{N1}}{V_{N2}}$$

Changement de base dans le système d'unité relative :

L'expression de l'impédance en unité relative (pu) est donnée par :

$$Z(pu) = Z(\Omega) \times \frac{S_b}{U_b^2} = \frac{Z(\Omega)}{Z_b(\Omega)}$$

Une impédance donnée en (pu) dans la base (1) peut être recalculée dans une autre base (2) en utilisant les formules suivantes :

$$Z_{b1}(pu) = \frac{Z(\Omega)}{Z_{b1}(\Omega)} = Z(\Omega) \times \frac{S_{b1}}{U_{b1}^2}$$

- Changement de tension de base :

$$Z_{B2}(pu) = Z_{\mathbf{B}1}(pu) \times \frac{U_{B1}^2}{U_{B2}^2}$$

- Changement de la puissance de base :

$$Z_{B2}(pu) = Z_{\mathbf{B}1}(pu) \times \frac{S_{B2}}{S_{B1}}$$

- Changement de tension et puissance de base :

$$Z_{B(2)}(pu) = Z_{\mathbf{B}(1)}(pu) \times \frac{U_{B(1)}^2}{U_{B(2)}^2} \times \frac{S_{B(2)}}{S_{B(1)}}$$

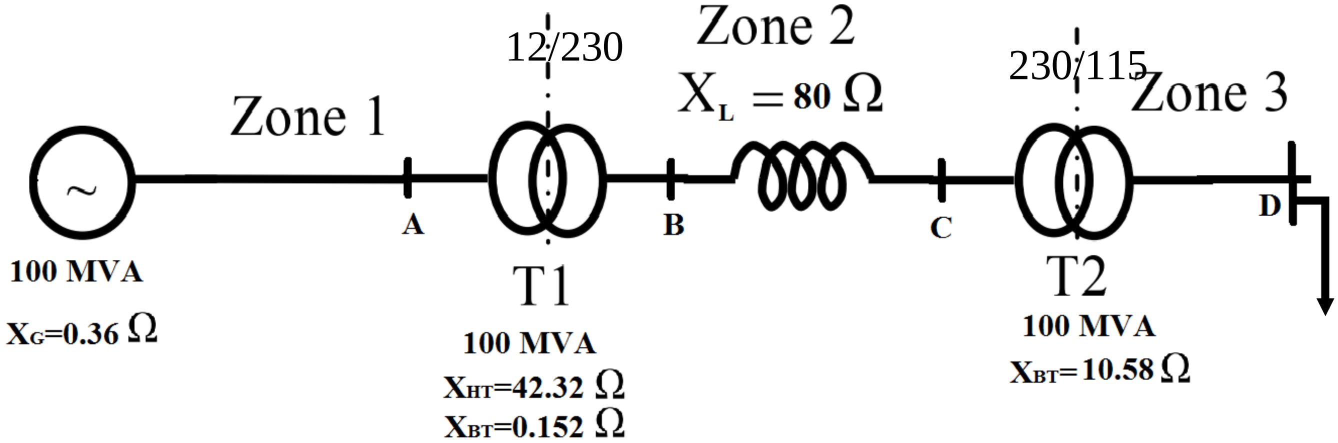
Etapes de calcule :

1. Choisir la puissance apparente de base S_B
2. Pour chaque équipement équipement (Transformateur, Tranche de ligne, Charge,…..) ; choisir la tension de base correspondante Ub (Kv).
3. Calculer l'impédance de base Zb(Ω) pour chaque zone ayant une la tension de base Ub(Kv)
4. Calcule des courants de base
5. Calculer l'impédance par unité (pu) pour chaque équipement.
6. Réalisation du circuit équivalent (pu)
7. Calcule des courant (pu) puis en (KA)
8. Les unités usuelles sont :
   - Lapuissance apparente, en MVA

- La tension en Kv
- Le courant en KA

Exemple :

- Calculer le courant I_D



1/ Chois de la puissance de base :

La puisance de base est la même partout, elle est : S_B= 100MVA

2/Choix (calcule de tension de base)

-La tension de base de la zonz **I** est : Ub=12Kv

-Courant de base dans la zone **I** :

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}U} = \frac{100}{\sqrt{3}12} = 4.81[KA]$$

Zone **II**

$$\frac{U_{B2}}{U_{B1}} = \frac{U_{nom2}}{U_{nom1}} \Rightarrow U_{B2} = U_{B1} \times \frac{U_{nom2}}{U_{nom1}} = U_{B2} = 12 \times \frac{230}{12}$$

$$U_{B2} = 230Kv$$

Zone **III**

$$\frac{U_{B3}}{U_{B2}} = \frac{U_{nom3}}{U_{nom2}} \Rightarrow U_{B3} = U_{B2} \times \frac{U_{nom3}}{U_{nom2}} = 230 \times \frac{125}{230}$$

$$U_{B3} = 115Kv$$

3/ Calcule des impédances de base :

$$Z_{B1} = \frac{U_{B1}^2}{S_B} = \frac{(12)^2}{100} \Rightarrow Z_{B1} = 1.44\Omega$$

$$Z_{B2} = \frac{U_{B2}^2}{S_B} = \frac{(230)^2}{100} \Rightarrow Z_{B2} = 529\Omega$$

$$Z_{B3} = \frac{U_{B3}^2}{S_B} = \frac{(115)^2}{100} \Rightarrow Z_{B3} = 132.25\Omega$$

4/ Calcule des courants de base :

$$I_{B1} = \frac{S_B}{\sqrt{3}U_{B1}} = \frac{100}{\sqrt{3} \times 12} \Rightarrow I_{B1} = 4.81KA$$

$$I_{B2} = \frac{S_B}{\sqrt{3}U_{B2}} = \frac{100}{\sqrt{3} \times 230} \Rightarrow I_{B2} = 0.25KA$$

$$I_{B3} = \frac{S_B}{\sqrt{3} \times U_{B3}} = \frac{100}{\sqrt{3} \times 115} \Rightarrow I_{B3} = 0.669KA$$

5/ Calcule des impédances (pu) des équipements :

Générateur : $X_G(pu) = \frac{X_G}{Z_{B1}} = \frac{0.36}{1.44} = 0.25$

$$T1 : \begin{cases} X_{HT1}(pu) = \frac{X_{HT1}}{Z_{B2}} = \frac{42.32}{529} = 0.08 \\ X_{BT1}(pu) = \frac{X_{BT1}}{Z_{B1}} = \frac{0.152}{1.44} = 0.105 \end{cases}$$

La ligne : $L:\left\{ X_L(pu) = \frac{X_L}{Z_{B2}} = \frac{80}{529} = 0.1512 \right.$

$$T_2:\left\{ X_{BT2}(pu) = \frac{X_{BT2}}{Z_{B3}} = \frac{10.58}{132.25} = 0.08 \right.$$

5/ Circuit équivalent (pu)

Voir Série de TD N°01