I. Systèmes de numération et la représentation des nombres

Un système de numération consiste en un alphabet $\boldsymbol{A}$ et une base $\boldsymbol{B}$. L'alphabet représente l'ensemble de symbole (ou chiffre) permettant la représentation (l'écriture) des nombres dans ce système.

Exemple

a- Le système décimal

La base du système décimal $B = 10$. Tandis que son alphabet est composé de dix chiffres qui représente en effet les nombres naturels ≤10.

$\boldsymbol{A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}}$

Un nombre décimal s'écrit en concaténant une suite de ces chiffres appelés de droite à gauche unités, dizaines, centaines, milliers,...

$$N = 2301$$

milliers centaines dizaines unités

b- Le système binaire

Le système binaire consiste en une base égale à 2 et un alphabet composé de deux chiffres le 0 et 1.

$A = \{0, 1\}$

$B = 2$

c- Le système octal

La base du système octal égale à 8 tandis que son un alphabet est composé de 08 chiffres.

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = 8$

d- Le système hexadécimal

La base du système hexadécimal égale à 16 qui sont les dix chiffres décimaux et cinq autres chiffres A, B, C, D, E et F pour exprimer respectivement les valeurs décimales 10, 11, 12, 13, 14 et 15.

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D\}$

$B = 8$

I.1 Représentation polynomiale d'un nombre

Tout nombre N peut s'écrire, dans un système de numération de base B et d'un alphabet A, comme suit : $N = a_{n-1}a_{n-2} \dots \dots . a_2a_1a_0$, tel que $a_i \in A$. Le développement de N donne sa représentation polynomiale.

$$N = a_{n-1}B^{n-1} + a_{n-2}B^{n-2} + \cdots a_2B^2 + a_1B^1 + a_0B^0$$

Exemple

Soit le nombre décimal $N = 2301$. Sa représentation polynomiale est :

$$N = 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

I.2 Conversion des nombres

La conversion d'un nombre, d'un un système de numération à un autre, consiste en la transformation de sa représentation dans le dernier système.

I.2.1 Conversion du système de base B en décimal

La conversion d'un nombre N, écrit dans un système de base B, vers le système décimal se fait par son développement dans sa forme polynomiale.

Exemple

Convertir les nombres suivants dans le système décimal

$N_1 = 1101_{(2)} = \dots ? \dots_{(10)}$

$N_2 = 276_{(8)} = \dots ? \dots_{(10)}$

$N_3 = 5A9_{(2)} = \dots ? \dots_{(10)}$

Solution

$N_1 = 1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13_{(10)}$

$N_2 = 276_{(8)} = 2 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 6 \times 8^0 = 190_{(10)}$

$N_3 = 5A9_{(2)} = 5 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 9 \times 16^0 = 1449_{(10)}$

I.2.2 Conversion du système décimal dans un système de base B

La conversion d'un nombre N du système décimal vers un système de base B se fait par la méthode des divisions successives basée sur les deux étapes suivantes :

1- on divise N par B, si le quotient Q de cette division est égale à 0 on s'arête.

2- si non, on met $N = Q$ puis on répète les deux étapes jusqu'obtention de $Q = 0$.

La suite des restes R_i représente le nombre N dans le nouveau système.

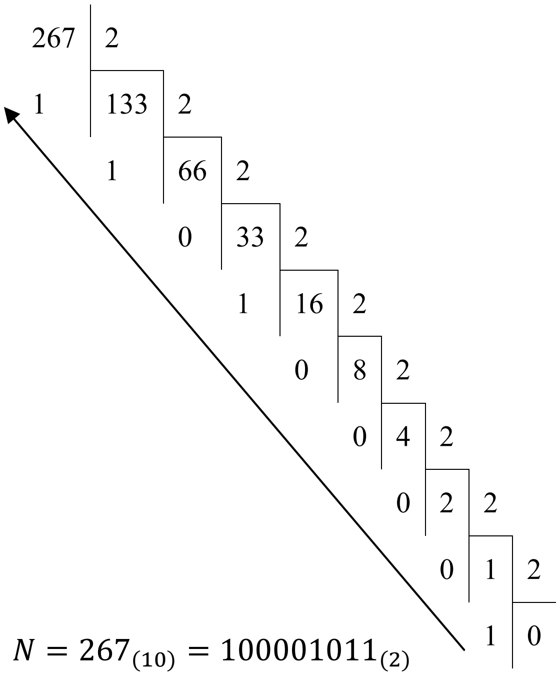
Exercice

Convertir le nombre $N = 267_{(10)}$ dans l'hexadécimal, octal et binaire :

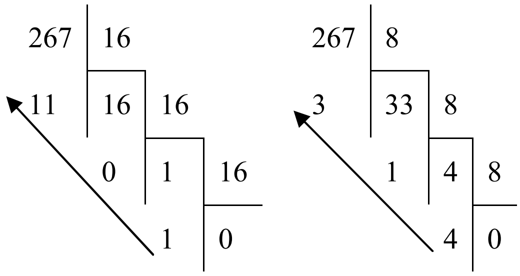
$N = 267_{(10)} = \dots ? \dots_{(16)}$

$N = 267_{(10)} = \dots ? \dots_{(8)}$

$N = 267_{(10)} = \dots ? \dots_{(2)}$



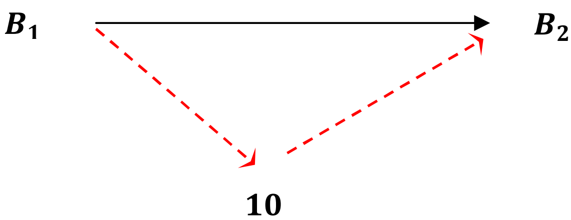
$N = 267_{(10)} = 100001011_{(2)}$



$N = 267_{(10)} = 10\mathrm{B}_{(16)} = \quad 413_{(16)}$

I.2.3 Conversion du système de base B_1 dans un système de base B_2 tel que ($B_1 \neq B_2 \neq 10$)

Dans le cas général, on passe de la base B_1 vers le système décimal puis on fait la conversion à la base B_2.



Exemple

Convertir le nombre N du système de la base 5 vers le système octal

$N = 2413_{(5)} = \dots ? \dots_{(8)}$

La conversion de N se fait en deux étapes :

1- Conversion de N de la base 5 vers la base décimale en utilisant sa forme polynomiale.

$N = 2413_{(5)} = 2 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 1 \times 5^1 + 3 \times 5^0 = 358_{(10)}$

2- Conversion de N de la base décimale vers le système octal en utilisant la méthode des divisions successives.

$$\begin{array}{r|r|r|r} 358 & 8 & & \\ \cline{2-2} 6 & 44 & 8 & \\ \cline{3-3} & 4 & 5 & 8 \\ \cline{4-4} & & 5 & 0 \end{array}$$

Donc,

$N = 2413_{(5)} = 358_{(10)} = 546_{(8)}$

Exercice

Effectuer les conversions suivantes

$N_1 = 2E0_{(16)} = \ldots ? \ldots_{(8)}$

$N_2 = 574_{(8)} = \ldots ? \ldots_{(2)}$

I.2.4 Relation entre le système binaire et les systèmes octal et hexadécimal

Le passage du système binaire vers le système octal ou hexadécimal ou l'inverse peut se faire d'une manière directe et sans passer du système décimal.

I.2.4.1 Passage du système binaire vers le système octal

Soit N un nombre binaire de n chiffres

$$N = \mathrm{a}_{n-1} \ldots \mathrm{a}_{i+2}\mathrm{a}_{i+1}\mathrm{a}_{i} \ldots . \mathrm{a}_2\mathrm{a}_1\mathrm{a}_0$$

$$N = a_{n-1}2^{n-1} \ldots + \underbrace{a_{i+2}2^{i+2} + a_{i+1}2^{i+1} + a_i 2^i}_{X_{k=i/3}} + \cdots + \underbrace{a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0}_{X_0}$$

Le regroupement trois à trois de droite à gauche, des termes de la somme précédente, réécrit N comme suit

$N = \sum_{k=0}^{n-1} x_k$, tel que $k = i/3$ pou tout i double de 3

$$X_k = a_i 2^i + a_{i+1}2^{i+1} + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+2}2^{\mathrm{i}+2}$$

Donc,

$X_k = (a_i 2^0 + a_{i+1}2^1 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+2}2^2)2^i$

$= (a_i 2^0 + a_{i+1}2^1 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+2}2^2)8^{\mathrm{i}/3} = (a_i 2^0 + a_{i+1}2^1 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+2}2^2)8^{\mathrm{k}}$

Si on met $\mathrm{C}_\mathrm{k} = a_i 2^0 + a_{i+1}2^1 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+2}2^2$ on obtient

$\mathrm{X}_\mathrm{k} = \mathrm{C}_\mathrm{k}8^\mathrm{k}$, avec $0 \leq \mathrm{C}_\mathrm{k} \leq 7$ et $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Et

$$N = \sum_{k=0}^{n-1} X_k = \mathrm{C}_0 8^0 + \mathrm{C}_1 8^1 + \mathrm{C}_2 8^2 + \cdots$$

Finalement, on déduit que lorsqu'on veut convertir un nombre binaire N en octal, on peut regrouper les chiffres binaire de N 3 à 3 de droite à gauche puis les convertir en octal. La suite des chiffres octaux représentent le nombre N en octal.

Exemple

$N_1 = \underbrace{011}\,\underbrace{110}\,\underbrace{101}_{(2)} = \dots ? \dots_{(8)}$

$101_{(2)} = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 = 5_{(10)} = 5_{(8)}$

$110_{(2)} = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 = 6_{(10)} = 6_{(8)}$

$011_{(2)} = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 = 3_{(10)} = 3_{(3)}$

On déduit donc que, $N_1 = \underbrace{011}\,\underbrace{110}\,\underbrace{101}_{(2)} = 365_{(8)}$

Exercice

Faire les deux conversions suivantes sans passer du système décimal

$1100111011010001_{(2)} = \dots ? \dots_{(8)}$

$107315_{(8)} = \dots ? \dots_{(2)}$

I.2.4.2 Passage du système binaire vers le système hexadécimal

Soit N un nombre binaire de n chiffres

$$N = \mathrm{a}_{n-1} \dots \mathrm{a}_{i+3}\mathrm{a}_{i+2}\mathrm{a}_{i+1}\mathrm{a}_i \dots . \mathrm{a}_3\mathrm{a}_2\mathrm{a}_1\mathrm{a}_0$$

$$N = \cdots + \underbrace{a_{i+3}2^{i+3} + a_{i+2}2^{i+2} + a_{i+1}2^{i+1} + a_i 2^i}_{X_{k=i/4}} + \cdots + \underbrace{a_3 2^3 + a_2 2^2 + a_1 2^1 + a_0 2^0}_{X_0}$$

Le regroupement quatre à quatre de droite à gauche, des termes de la somme précédente, réécrit N comme suit

$N = \sum_{k=0}^{n-1} X_k$, tel que $k = i/4$ pour tout i double de 4 tel que

$X_k = a_i 2^i + a_{i+1}2^{i+1} + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+2}2^{\mathrm{i}+2} + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+3}2^{\mathrm{i}+3}$

Donc,

$X_k = (a_i 2^0 + a_{i+1}2^1 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+2}2^2 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+3}2^3)2^i$

$= (a_i 2^0 + a_{i+1}2^1 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+2}2^2 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+3}2^3)16^{\mathrm{i}/4} = (a_i 2^0 + a_{i+1}2^1 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+2}2^2)16^{\mathrm{i}/4}$

Si on met $\mathrm{C}_\mathrm{k} = a_i 2^0 + a_{i+1}2^1 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+2}2^2 + \mathrm{a}_{\mathrm{i}+3}2^3$ on obtient

$X_k = 16^\mathrm{k}\mathrm{C}_\mathrm{k}$, avec $0 \leq \mathrm{C}_\mathrm{k} \leq 15$ et $k \in \{0, 1, 2, 3, \ 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$

Et

$$N = \sum_{k=0}^{n-1} X_k = \mathrm{C}_0 16^0 + \mathrm{C}_1 16^1 + \mathrm{C}_2 16^2 + \cdots$$

Finalement, on déduit que lorsqu'on veut convertir un nombre binaire N en hexadécimal, on peut regrouper les chiffres binaires de N 4 à 4 de droite à gauche puis les convertir en hexadécimal. La suite des chiffres hexadécimaux représentent le nombre N en hexadécimal.

Exemple

$N_1 = \underbrace{0111}\underbrace{0101}\underbrace{1111}\underbrace{1001}_{(2)} = \dots ? \dots ._{(16)}$

$1001_{(2)} = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 9_{(10)} = 9_{(16)}$

$1111_{(2)} = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 15_{(10)} = F_{(16)}$

$0101_{(2)} = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 = 5_{(10)} = 5_{(16)}$

$0111_{(2)} = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 = 14_{(10)} = 7_{(16)}$

On déduit donc que, $N_1 = \underbrace{0111}\underbrace{0101}\underbrace{1111}\underbrace{1001}_{(2)} = 75F9_{(16)}$

$N_2 = A0D_{(16)} = \dots ? \dots_{(2)}$

$D_{(16)} = 13_{(10)} = 1101_{(2)}$

$0_{(16)} = 0_{(10)} = 0000_{(2)}$ (on doit l'écrire sur quatre chiffres)

$A_{(16)} = 10_{(10)} = 1010_{(2)}$

On déduit donc que,

$$N_2 = A0D_{(16)} = \underbrace{1010}\underbrace{0000}\underbrace{1101}_{(2)}$$

Exercice

Faire les deux conversions suivantes sans passer du système décimal

$1100111011010001_{(2)} = \dots ? \dots_{(16)}$

$10CB_{(16)} = \dots ? \dots_{(2)}$

I.2.5 Représentation des nombres $0 \leq n \leq 15$

La table suivante montre la représentation des seize premiers nombres naturels en système décimal, binaire, octal et hexadécimal.

Nombre (en décimal)	Binaire	Octal	Hexadécimal
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Table 1. Représentation des nombre naturels $0 \leq n \leq 15$

I.2.6 Conversion de la partie fractionnaire

Soit un nombre réel N écrit dans un système de numération de base B et d'un alphabet A. N consiste en deux parties : la partie entière et la partie fractionnaire.

$$N = \underbrace{a_{n-1}a_{n-2} \dots \dots . a_2 a_1 a_0}_{\text{Partie Entière}} , \underbrace{a_{-1}a_{-2}a_{-3} \dots \dots a_{-m}}_{\text{Partie Fractionnaire}} , \text{tel que } a_i \in A.$$

I.2.6.1 Conversion du système décimal dans un système de numération de base B.

La conversion du décimal dans un système de base B se fait par la méthode des multiplications successives des parties fractionnaires par B comme suit :

Prenant la partie fractionnaire PF du nombre décimal N, $PF = 0, a_{-1}a_{-2}a_{-3} \dots \dots a_{-m}$

- Etape 1, **on met** $x = PF \times B$
- Etape 2, **on garde la partie entière de** x **et on remet** $PF =$ **sa partie fractionnaire.**
- Etape 3, **on répète les deux premières étapes jusqu'obtention de** $x = 0$**, si cela ne sera pas possible, la conversion donnera un résultat approximatif.**

La suite des **parties entières** des x obtenus, représente les chiffres de la partie fractionnaire de N dans le nouveau système de numération.

Exemple

Convertir le nombre $N = 0{,}625_{(10)}$ en binaire, octal puis en hexadécimal

$N = 0{,}625_{(10)} = \dots ? \dots_{(2)}$

$N = 0{,}625_{(10)} = \dots ? \dots_{(8)}$

$N = 0{,}625_{(10)} = \dots ? \dots_{(16)}$

- **Conversion en système binaire** ($B = 2$). $N = 0{,}625_{(10)} = 0, C_{-1}C_{-2}C_{-3} \dots \dots_{(2)}$

$\boldsymbol{x = 0,625_{(10)} \times 2 = 1.25}$	$\boldsymbol{C_{-1} = 1}$
$\boldsymbol{x = 0,25_{(10)} \times 2 = 0.5}$	$\boldsymbol{C_{-2} = 0}$
$\boldsymbol{x = 0,5_{(10)} \times 2 = 1.0}$	$\boldsymbol{C_{-3} = 1}$
$\boldsymbol{x = 0}$	On s'arrête

$$N = 0{,}625_{(10)} = 0{,}101_{(2)}$$

- **Conversion en système octal** ($B = 8$)**.** $N = 0{,}625_{(10)} = 0, C_{-1}C_{-2}C_{-3} \dots \dots_{(8)}$

$\boldsymbol{x = 0,625_{(10)} \times 8 = 5.0}$	$\boldsymbol{C_{-1} = 5}$
$\boldsymbol{x = 0}$	On s'arrête

$$N = 0{,}625_{(10)} = 0{,}5_{(8)}$$

- **Conversion en système binaire hexadécimal** ($B = 16$)**.**

$$N = 0{,}625_{(10)} = 0, C_{-1}C_{-2}C_{-3} \dots \dots_{(16)}$$

$\boldsymbol{x = 0,625_{(10)} \times 16 = 10.0}$	$\mathbf{C_{-1} = A}$
$\boldsymbol{x = 0}$	On s'arrête

$$N = 0{,}625_{(10)} = 0, \mathrm{A}_{(16)}$$

Exercice

Convertir les nombres suivants

$N_1 = 0{,}175_{(10)} = \ldots ? \ldots_{(2)} = \ldots ? \ldots_{(8)} = \ldots ? \ldots_{(16)}$

$N_2 = 0{,}4_{(10)} = \ldots ? \ldots_{(2)} = \ldots ? \ldots_{(8)} = \ldots ? \ldots_{(16)}$

- Que remarquez-vous ?

I.2.6.2 Conversion du système de numération de base *B* dans le système décimal

La généralisation de la représentation polynomiale d'un nombre N écrit dans un système de numération, de base B et d'un alphabet A, permet la conversion de ses deux parties entière et fractionnaire.

$$N = \underbrace{a_{n-1}a_{n-2} \ldots \ldots a_2 a_1 a_0}_{\text{Partie Entière}} , \underbrace{a_{-1}a_{-2}a_{-3} \ldots \ldots a_{-m}}_{\text{Partie Fractionnaire}} , \text{ tel que } a_i \in A.$$

Le développement de N dans sa forme polynomiale donne :

$$N = a_{n-1}B^{n-1} + a_{n-2}B^{n-2} + \cdots a_2B^2 + a_1B^1 + a_0B^0 + a_{-1}B^{-1} + a_{-2}B^{-2} + a_{-3}B^{-3} + \cdots + a_{-\mathrm{m}}B^{-\mathrm{m}}$$

Par conséquent,

- La partie entière décimale de N, $PE = a_{n-1}B^{n-1} + a_{n-2}B^{n-2} + \cdots a_2B^2 + a_1B^1 + a_0B^0$
- Sa partie fractionnaire, $PF = a_{-1}B^{-1} + a_{-2}B^{-2} + a_{-3}B^{-3} + \cdots + a_{-\mathrm{m}}B^{-\mathrm{m}}$

Exemple

Convertir en décimal, les nombres suivants

$N_1 = 0{,}1101_{(2)} = 0, \ldots ? \ldots_{(10)}$

$N_2 = 0{,}701_{(8)} = 0, \ldots ? \ldots_{(10)}$

$N_3 = 0, D02_{(16)} = 0, \ldots ? \ldots_{(10)}$

Solution

$N_1 = 0{,}1101_{(2)} = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-4} = 0.8125_{(10)}$

$N_2 = 0{,}701_{(8)} = 7 \times 8^{-1} + 8^{-3} = 0.876953125_{(10)}$

$N_3 = 0, D02_{(16)} = 13 \times 16^{-1} + 2 \times 16^{-3} = 0.81298828125_{(16)}$

I.2.6.3 Conversion de partie fractionnaire du système binaire en octal et en hexadécimal

- Du système binaire vers le système octal

La conversion directe de la partie fractionnaire, d'un nombre binaire N, en octal se fait de la même manière que la partie entière en regroupant les chiffres binaires, situés après la virgule, 3 à trois de gauche à droite puis les convertir en chiffres octaux C_{-l}.

$$N = 0,\underbrace{a_{-1}a_{-2}a_{-3}}_{X_{-1}}\underbrace{a_{-4}a_{-5}a_{-6}}_{X_{-2}}\dots\dots\underbrace{a_{-j}a_{-(j+1)}a_{-(j+2)}}_{X_{-l}}\dots\dots$$

Tel que $a_{-j} \in \{0, 1\}$, $l = (j+2)/3$ pour tout $(j+2)$ double de 3.

$$\boxed{\text{Mettant, } X_{-l} = a_{-j}2^{-j} + a_{-(j+1)}2^{-(j+1)} + a_{-(j+2)}2^{-(j+2)}}$$

$$X_{-l} = a_{-j}2^{-j} + a_{-(j+1)}2^{-(j+1)} + a_{-(j+2)}2^{-(j+2)}$$

$$X_{-l} = a_{-j}2^{-j} + a_{-(j+1)}2^{-(j+1)} + a_{-(j+2)}2^{-(j+2)}$$

$$= \left(a_{-j}2^2 + a_{-(j+1)}2^1 + a_{-(j+2)}2^0\right)2^{-(j+2)}$$

Si on met $C_{-l} = a_{-j}2^2 + a_{-(j+1)}2^1 + a_{-(j+2)}2^0$

On obtient

$$X_{-l} = C_{-l}2^{-(j+2)} = C_{-l}8^{-\frac{(j+2)}{3}} = C_{-l}8^{-l}$$

On déduit que $C_{-l} = a_{-j}2^2 + a_{-(j+1)}2^1 + a_{-(j+2)}2^0 = a_{-j}a_{-(j+1)}a_{-(j+2)}{}_{(2)}$

Et

$$N = C_{-1}8^{-1} + C_{-2}8^{-2} + \dots + C_{-l}8^{-l} + \cdots$$

$0 \leq C_{-l} \leq 7 \rightarrow C_{-l}$ est un chiffre octal et $N = C_{-1}C_{-2}\dots C_{-l}\dots_{(8)}$

Exemple

Convertir le nombre binaire suivant dans le système octal

$0{,}110111011_{(2)} = \dots ? \dots_{(8)}$

Solution

$0,\underbrace{110}\,\underbrace{111}\,\underbrace{011}_{(2)} = 0.673_{(8)}$

Exercice

Convertir les nombres binaires suivants dans le système octal

$0{,}0110001_{(2)} = \dots ? \dots_{(8)}$
$10{,}1110011_{(2)} = \dots ? \dots_{(8)}$

- Du système binaire vers le système hexadécimal

La conversion directe de la partie fractionnaire, d'un nombre binaire N, en système hexadécimal se fait de la même manière que celle précédente mais en regroupant cette fois les chiffres binaires quatre à quatre de gauche à droite hexadécimaux C_{-l}.

$$N = 0,\underbrace{a_{-1}a_{-2}a_{-3}a_{-4}}_{X_{-1}}\underbrace{a_{-5}a_{-6}a_{-7}a_{-8}}_{X_{-2}}\dots\dots\underbrace{a_{-j}a_{-(j+1)}a_{-(j+2)}a_{-(j+3)}}_{X_{-l}}\dots\dots$$

Tel que $a_j \in \{0,1\}$, $l = (j+3)/4$ pour tout $(j+3)$ double de 4.

$$\boxed{\text{Mettant, } X_{-l} = a_{-j}2^{-j} + a_{-(j+1)}2^{-(j+1)} + a_{-(j+2)}2^{-(j+2)} + a_{-(j+3)}2^{-(j+3)}}$$

$$X_{-l} = a_{-j}2^{-j} + a_{-(j+1)}2^{-(j+1)} + a_{-(j+2)}2^{-(j+2)} + a_{-(j+3)}2^{-(j+3)}$$
$$= \left(a_{-j}2^{3} + a_{-(j+1)}2^{2} + a_{-(j+2)}2^{1} + a_{-(j+3)}2^{0}\right)2^{-(j+2)} = C_{-l}16^{-\frac{(j+3)}{4}}$$
$$= C_{-l}16^{-l}$$

Avec

$$C_{-l} = a_{-j}2^{3} + a_{-(j+1)}2^{2} + a_{-(j+2)}2^{1} + a_{-(j+3)}2^{0}$$

On déduit que

$$C_{-l} = a_{-j}2^{3} + a_{-(j+1)}2^{2} + a_{-(j+2)}2^{1} + a_{-(j+3)}2^{0} = a_{-j}a_{-(j+1)}a_{-(j+2)}a_{-(j+3)}{}_{(2)}$$

Et $N = C_{-1}16^{-1} + C_{-2}16^{-2} + \dots + C_{-l}16^{-l} + \cdots$

$0 \leq C_{-l} \leq 15 \rightarrow C_{-l}$ est un chiffre hexadécimal et $N = C_{-1}C_{-2}\dots C_{-l}\dots_{(16)}$

Exemple

Convertir le nombre binaire suivant dans le système octal

$0{,}11011101_{(2)} = \dots ? \dots_{(16)}$

Solution

$0,\underbrace{1101}\,\underbrace{1101}\,\underbrace{1000}_{(2)} = 0.DD8_{(16)}$

Exercice

Convertir les nombres binaires suivants dans le système hexadécimal

$0{,}0110001_{(2)} = \dots ? \dots_{(16)}$
$10{,}1110011_{(2)} = \dots ? \dots_{(16)}$