المحاضرة

9

2- حساب الوسيط في حالة توزيع تكراري لمتغير إحصائي مستمر

رابعا: مشتقات المتوسط الحسابي

1- المتوسط الهندسي

2- حساب الوسيط في حالة توزيع تكراري لمتغير إحصائي مستمر:

إذا كان لدينا جدول توزيع تكراري على شكل فئات فإننا نتبع الخطوات التالية لحساب الوسيط:

- تحديد الفئة الوسيطية: وهي أول فئة تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{n}{2}$، أي: $N_{M_e}^{\uparrow} \geq \frac{n}{2}$

- حساب الوسيط بطريقة المد الداخلي:

$$M_e = Lim_{M_e} + \left[\frac{\frac{n}{2} - N_{M_e-1}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right] \times A_{M_e}$$

حيث:

Lim_{M_e}: الحد الأدنى للفئة الوسيطية، $\frac{n}{2}$: رتبة الوسيط

$N_{M_e-1}^{\uparrow}$: التكرار المتجمع الصاعد المطلق للفئة قبل الفئة الوسيطية.

n_{M_e}: تكرار الفئة الوسيطية ، A_{M_e}: طول الفئة الوسيطية.

مثال(3-10): بالعودة إلى المثال(3-5)، أحسب الوسيط واشرح النتيجة؟

أوزان الطلبة X_i	عدد الطلبة n_i	$N_i^{\uparrow}$
$]55-50]$	2	2
$]60-55]$	5	7
$]65-60]$	12	19
$]70-65]$	**16**	**35**
$]75-70]$	14	49
$]80-75]$	8	57
$]85-80]$	3	60
المجموع $\sum n_i$	**60**	/

- تحديد الفئة الوسيطية: وهي أول فئة تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{n}{2}$ ، أي: $N_{M_e}^{\uparrow} \geq \left(\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30\right)$

ومنه الفئة الوسيطية هي: $]70-65]$

- حساب الوسيط بطريقة المد الداخلي:

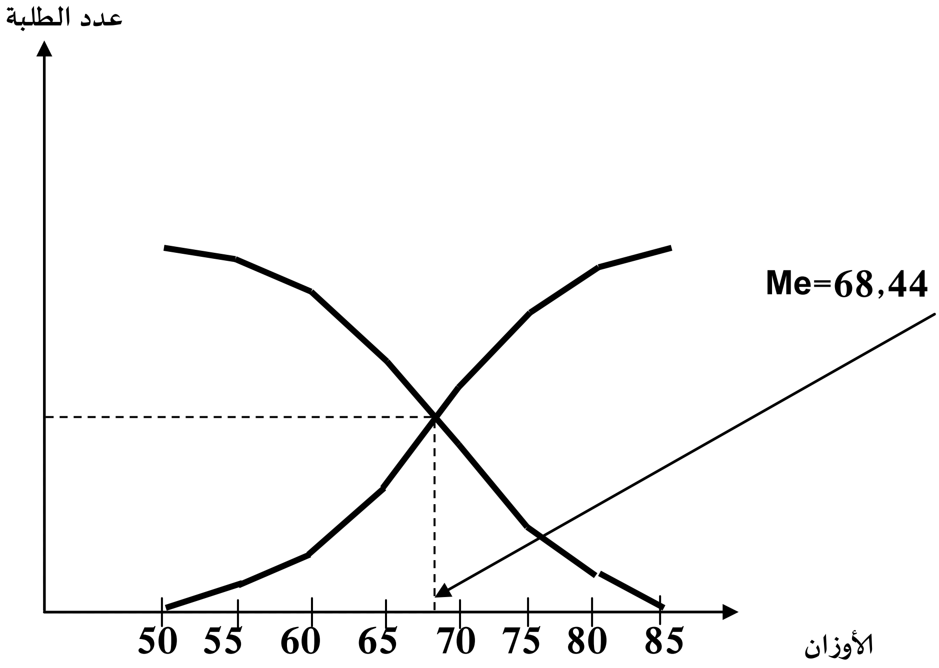
$$M_e = Lim_{M_e} + \left[\frac{\frac{n}{2} - N_{M_e-1}^{\uparrow}}{n_{M_e}}\right] \times A_{M_e} = 65 + \left[\frac{30-19}{16}\right] \times 5 = 68{,}44$$

الشرح: هناك 50% من الطلبة أوزانهم أقل من 68,44 كلغ و 50% من الطلبة أوزانهم أكبر من 68,44 كلغ.

ملاحظة: الوسيط بيانيا هو نقطة التقاطع بين المنحنى المتجمع الصاعد والنازل.

مثال(3-11): حدد قيمة الوسيط بيانيا في المثال السابق؟

الشكل(3-2): أوزان 60 طالبا بالكيلوغرام في أحد أقسام الـ LMD بكلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير بجامعة المسيلة



رابعا: مشتقات المتوسط الحسابي

بالإضافة إلى المتوسط الحسابي $\bar{X}$ الذي يحسب بطريقة معينة هناك متوسطات أخرى من نفس درجة الدقة للمتوسط الحسابي، إلا أنها تحسب بطرق متميزة لأن سلسلة البيانات ليس لها نفس الطبيعة في حالة المتوسط الحسابي.

$\bar{X}$ سمي متوسطا حسابيا لأن سلسلة البيانات $x_1, x_2, \dots\dots, x_n$ تحمل من الناحية الرياضية شكل المتتالية الحسابية، وأما إذا كانت السلسلة الإحصائية لا تتزايد بطريقة حسابية فلا يمكن أن نحسب عليها متوسط حسابي بل نستعمل متوسط آخر، فإذا كانت مثلا تتزايد بطريقة هندسية نطبق عليها المتوسط الهندسي.

1- المتوسط الهندسي $\bar{X}_G$:

1-1- في حالة سلسلة إحصائية:

لتكن السلسلة الإحصائية $x_1, x_2, \dots, x_n$ نحسب المتوسط الهندسي $\bar{X}_G$ على هذه السلسلة بالطريقة التالية:

$$\bar{X}_G = \sqrt[n]{x_1 . x_2 . \dots \dots . x_n} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\boxed{\bar{X}_G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}}$$

2-1- في حالة توزيع تكراري:

إذا كانت $x_1, x_2, \dots, x_k$ تمثل قيم المتغير الإحصائي، و$n_1, n_2, \dots, n_k$ تمثل تكراراتها على الترتيب، فإن المتوسط الهندسي يحسب وفق العلاقة التالية:

$$\bar{X}_G = \sqrt[\sum n_i]{(x_1 . x_1 . x_1 \dots x_1)(x_2 . x_2 . . . x_2) \dots\dots\dots (x_k . x_k \dots x_k)}$$

$$\bar{X}_G = \sqrt[\sum n_i]{x_1^{n_1} . x_2^{n_2} \dots\dots\dots x_k^{n_k}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\bar{X}_G = \sqrt[\sum n_i]{\prod_{i=1}^{k} x_i^{n_i}}$$

ملاحظة هامة:

نلاحظ من الصيغتين (1) و(2) أنه إذا كانت البيانات في السلسلة أو الجدول تحمل قيم كبيرة تصبح الحسابات ضخمة أو حتى مستحيلة وعليه لا نستعمل الصيغتين (1) و(2)، وإنما نلجأ إلى تبسيط البيانات بإدخال الحساب اللوغاريتمي.

1-3- الصيغة اللوغاريتمية للمتوسط الهندسي:

أ- في حالة سلسلة إحصائية: $\bar{X}_G = 10^{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log(x_i)\right)}$

ب- في حالة توزيع تكراري: $\bar{X}_G = 10^{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}n_i\log(x_i)\right)}$

ملاحظة: نستعمل المتوسط الهندسي في المجال الاقتصادي لحساب المعدلات (معدل الفائدة، معدل نمو السكان...إلخ)، متوسط نسبة النمو الاقتصادي لعدة سنوات، الأرقام القياسية.