المحاضرة

12

الفصل الخامس: مقاييس الشكل

أولا: أشكال المنحنيات التكرارية

ثانيا: مقاييس الالتواء

الفصل الخامس: مقاييس الشكل

تمهيد:

إن مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت لا يكفيان لوحدهما لوصف البيانات وإجراء المقارنات بين التوزيعات التكرارية، فقد يتساوى توزيعان في متوسطهما وفي الانحراف المعياري ومع ذلك نجدهما مختلفين تماما من حيث الشكل، إن الاختلاف من حيث الشكل يتجلى في إحدى الأمرين: الإلتواء أو التفرطح.

أولا: أشكال المنحنيات التكرارية

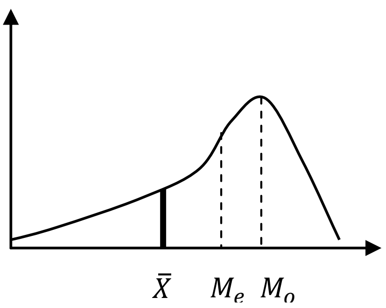
يمكن أن يأخذ المنحنى التكراري أشكالا مختلفة منها ما يعبر عن حالة التناظر والالتواء ومنها ما يعبر عن حالة التفرطح والتطاول والتوزيع الطبيعي.

1- أشكال الإلتواء والتناظر: يمكن أن نميز بين ثلاث أشكال وهي:

أ- توزيع ملتوي نحو اليسار:

في هذه الحالة نجد أن المساحة على يسار $\bar{X}$ أقل من المساحة على يمين $\bar{X}$ أي: $M_o > M_e > \bar{X}$

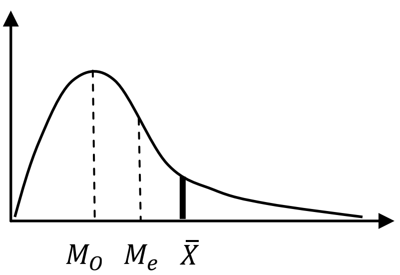
كما هو موضح من خلال الشكل التالي:



ب- توزيع ملتوي نحو اليمين:

في هذه الحالة نجد أن المساحة على يمين $\bar{X}$ أقل من المساحة على يسار $\bar{X}$ أي: $M_o < M_e < \bar{X}$

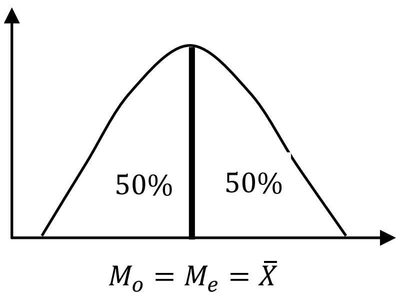
كما هو موضح من خلال الشكل التالي:



ج- توزيع متناظر:

في هذه الحالة نجد أن المساحة على يمين $\bar{X}$ تساوي المساحة على يسار $\bar{X}$ أي: $M_o = M_e = \bar{X}$

كما هو موضح من خلال الشكل التالي:

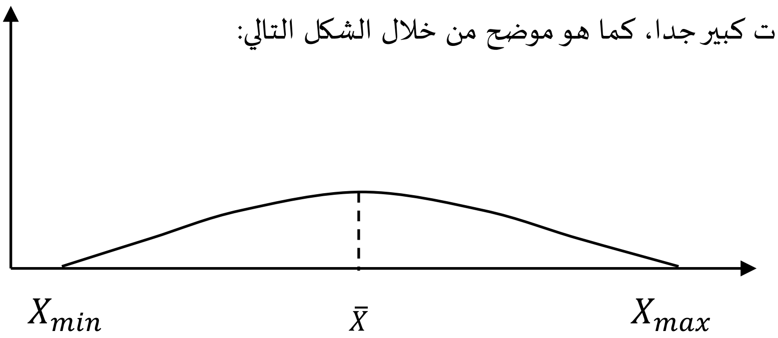


2- أشكال التفرطح والتطاول والتوزيع الطبيعي:

إذا تبين أن التوزيع متناظر، فإنه يمكن أن يأخذ المنحنى التكراري الأشكال التالية:

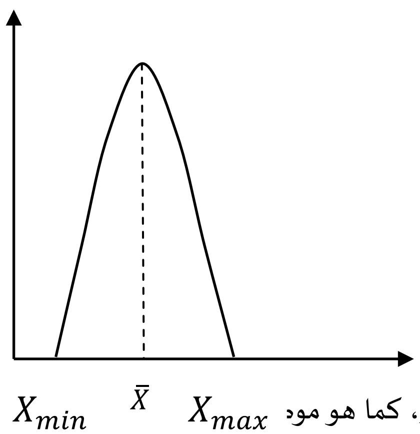
أ- توزيع متفرطح: وفيه يكون تشتت البيانات كبير جدا، كما هو موضح من خلال الشكل التالي:

أي: $X_{max} - X_{min} =$ كبير



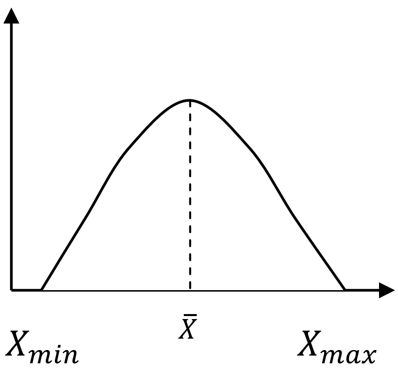
ب- توزيع متطاول: وفيه يكون تشتت البيانات ضعيف جدا، كما هو موضح من خلال الشكل التالي:

أي: $X_{max} - X_{min} =$ صغير



ج- توزيع طبيعي: وفيه يكون تشتت البيانات لا هو بالكبير ولا هو بالصغير، كما هو موه

أي: $X_{max} - X_{min} =$ معتدل



ملاحظة:

في أغلب الأحيان لا يكون شكل المنحنى التكراري واضحا مما يصعب علينا أن نحكم بالعين المجردة على نوع التوزيع (متناظر، ملتوي، مفرطح، مدبب أو طبيعي)، وعليه لا بد من مقاييس علمية حسابية للحكم على شكل المنحنى التكراري

ثانيا- مقاييس الالتواء:

هناك عدة مقاييس للالتواء، أهمها:

1- معامل فيشر α_F:

يقيس هذا المعامل درجة التواء شكل التوزيع الإحصائي، ونعتمد في ذلك على قيمة العزم المركزي من الدرجة الثالثة (لأن قيمته تساوي الصفر في حالة توزيع متناظر)، ولاستبعاد وحدة القياس نقسمه على الانحراف المعياري من الدرجة نفسها.

- **حالة سلسلة إحصائية:** $\boxed{\alpha_F = \frac{\mu_3}{[\delta(X)]^3}}$

حيث: $\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^3}{n}$ و $\delta(X)$: يمثل الانحراف المعياري

- **حالة توزيع تكراري:** $\boxed{\alpha_F = \frac{\mu_3}{[\delta(X)]^3}}$

حيث: $\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{k}n_i(X_i-\bar{X})^3}{n}$ و $\delta(X)$: يمثل الانحراف المعياري

يحتمل معامل فيشر للالتواء ثلاث حالات:

- إذا كان $\alpha_F = 0$: منحنى التوزيع التكراري متناظر، وهذا يعني أن: $M_O = M_e = \bar{X}$
- إذا كان $\alpha_F > 0$: منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين، وهذا يعني أن: $M_O < M_e < \bar{X}$
- إذا كان $\alpha_F < 0$: منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليسار، وهذا يعني أن: $M_O > M_e > \bar{X}$

ملاحظة: يعتبر معامل فيشر أدق مقاييس الالتواء والتفرطح لأنه يوظف كل البيانات بدون استثناء.

2- معامل بيرسون P :

نعلم أنه في حالة التوزيع المتناظر يتساوى كلا من المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال، وكلما قل تناظر التوزيع نحو اليمين أو اليسار اختلفت قيم هذه المتوسطات، وفي غالب الأحيان يقع الوسيط في ثلث المسافة بين المتوسط الحسابي والمنوال، ومعامل بيرسون للالتواء هو الفرق بين المتوسط الحسابي والمنوال مقسوما على الانحراف المعياري، أي:

$\boxed{P = \frac{(\bar{X}-M_O)}{\delta(X)}}$ أو $\boxed{P = \frac{3(\bar{X}-M_e)}{\delta(X)}}$

يحتمل معامل بيرسون ثلاث حالات:

- إذا كان $P = 0$: منحنى التوزيع التكراري متناظر، وهذا يعني أن: $M_O = M_e = \bar{X}$
- إذا كان $P > 0$: منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين، وهذا يعني أن: $M_O < M_e < \bar{X}$
- إذا كان $P < 0$: منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليسار، وهذا يعني أن: $M_O > M_e > \bar{X}$

ملاحظة: يعتبر معامل بيرسون أقل دقة من معامل فيشر لأنه يعتمد على ثلاث مقاييس ولا يوظف كل البيانات فهو يعطينا فكرة أولية حول نوع التوزيع.