المحاضرة 13

ثالثا: مقاييس التفرطح

ثالثا: مقاييس التفرطح

هناك عدة مقاييس للتفرطح، أهمها:

- معامل فيشر β_F:

تستعمل هذه المقاييس في حالة التوزيعات المتناظرة، حيث يقيس هذا المعامل درجة التشتت من خلال شكل المنحني، ونعتمد في ذلك على قيمة العزم المركزي من الدرجة الرابعة (لأن قيمته تساوي 3 في حالة التوزيع الطبيعي أي التوزيع الذي يكون على شكل جرسي)، ولاستبعاد وحدة القياس نقسمه على الانحراف المعياري من الدرجة نفسها.

- حالة سلسلة إحصائية:

$$\beta_F = \frac{\mu_4}{[\delta(X)]^4} - 3$$

حيث: $\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^4}{n}$ و $\delta(X)$: يمثل الانحراف المعياري

- حالة توزيع تكراري:

$$\beta_F = \frac{\mu_4}{[\delta(X)]^4} - 3$$

حيث: $\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(X_i - \bar{X})^4}{n}$ و$\delta(X)$: يمثل الانحراف المعياري

يحتمل معامل فيشر للتفرطح ثلاث حالات:

- إذا كان $\beta_F = 0$: منحنى التوزيع التكراري طبيعي، أي غير متشتت كثيرا ولا متمركز كثيرا.
- إذا كان $\beta_F < 0$: منحنى التوزيع التكراري متفرطح، أي تشتت كبير (قمة منبسطة).
- إذا كان $\beta_F > 0$: منحنى التوزيع التكراري متطاول (مدبب – قمة حادة)، أي تشتت ضعيف.

مثال(5-1):

في دراسة طبية أجريت على عينة من 40 شخص لمعرفة نسبة السكر في دمهم، تحصلنا على النتائج التالية:

الجدول(5-1): توزيع عينة من 40 شخص حسب نسبة السكر في دمهم

نسبة السكر(غ/ل) X_i	عدد الأشخاص n_i
$]0,3 - 00]$	3
$]0.6 - 0.3]$	15
$]0,9 - 0,6]$	12
$]1,2 - 0,9]$	6
$]1,5 - 1,2]$	2
$]1,8 - 1,5]$	2
المجموع $\sum n_i$	40

المطلوب:

1- أرسم المنحنى التكراري، ماذا تلاحظ بالنسبة لشكل المنحني؟

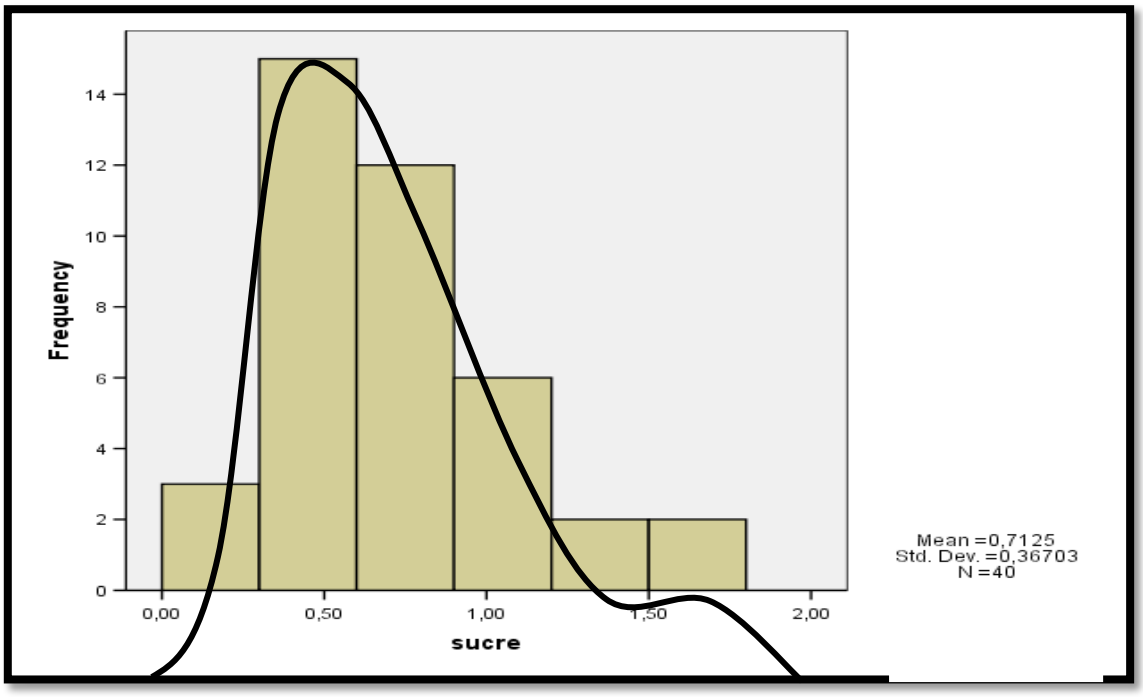
2- أدرس شكل التوزيع من حيث الالتواء؟

3- أدرس شكل التوزيع من حيث التفرطح؟

الحل:

1- رسم المنحنى التكراري:

الشكل(5-1): توزيع عينة من 40 شخص حسب نسبة السكر في دمهم



نلاحظ أن المنحني ملتوي نحو اليمين، ومدبب نوعا ما.

$N_i^{\uparrow}$	$n_i(C_i-\bar{X})^4$	$n_i(C_i-\bar{X})^3$	$n_i(C_i-\bar{X})^2$	$n_i \times C_i$	C_i	n_i	نسبة السكر X_i
3	0,300338745	-0,53393555	0,94921875	0,45	0,15	3	$]0,3-00]$
18	0,07122107	-0,27131836	1,03359375	6,75	0,45	15	$]0.6-0.3]$
30	0,00002373	0,00063281	0,016875	9	0,75	12	$]0,9-0,6]$
36	0,0778478	0,23066016	0,6834375	6,3	1,05	6	$]1,2-0,9]$
38	0,33033208	0,51816797	0,8128125	2,7	1,35	2	$]1,5-1,2]$
40	1,54495239	1,64794922	1,7578125	3,3	1,65	2	$]1,8-1,5]$
/	2,32471582	1,59215625	5,25375	28,5	/	40	المجموع $\sum n_i$

2- دراسة الالتواء:

أ- حساب معامل فيشر:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i C_i}{n} = \frac{28.5}{40} = 0,7125\ g/l$$

$$\delta(X) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6} n_i (C_i-\bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{5.25375}{40}} = \sqrt{0,131} = 0.362 g/l$$

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i (X_i-\bar{X})^3}{n} = \frac{1,5921}{40} = 0,04$$

$$\alpha_F = \frac{\mu_3}{[\delta(X)]^3} == \frac{0,04}{(0,362)^3} = 0,851$$

نلاحظ أن $\alpha_F > 0$ ومنه فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين، لكن بدرجة طفيفة.

كما نلاحظ: $\bar{X} = 0{,}7125\ g/l$ ، $M_e = 0{,}66\ g/l$ ، $M_O = 0{,}54\ g/l$

أي: $M_O < M_e < \bar{X}$

ب- معامل بيرسون:

$$P = \frac{(\bar{X} - M_O)}{\delta(X)} = \frac{0{,}7125 - 0{,}54}{0{,}362} = 0{,}476$$

بما أن $P > 0$: فإن منحنى التوزيع التكراري ملتوي نحو اليمين، لكن بدرجة طفيفة.

3- حساب معامل فيشر للتفرطح:

$$\beta_F = \frac{\mu_4}{[\delta(X)]^4} - 3$$

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i (X_i - \bar{X})^4}{n} = \frac{3{,}3247}{40} = 0{,}058$$

$$\beta_F = \frac{0{,}058}{(0{,}362)^4} - 3 = 0{,}412$$

نلاحظ أن $\alpha_F > 0$ ومنه فإن منحنى التوزيع التكراري متطاول (مدبب)، لكن بدرجة طفيفة.